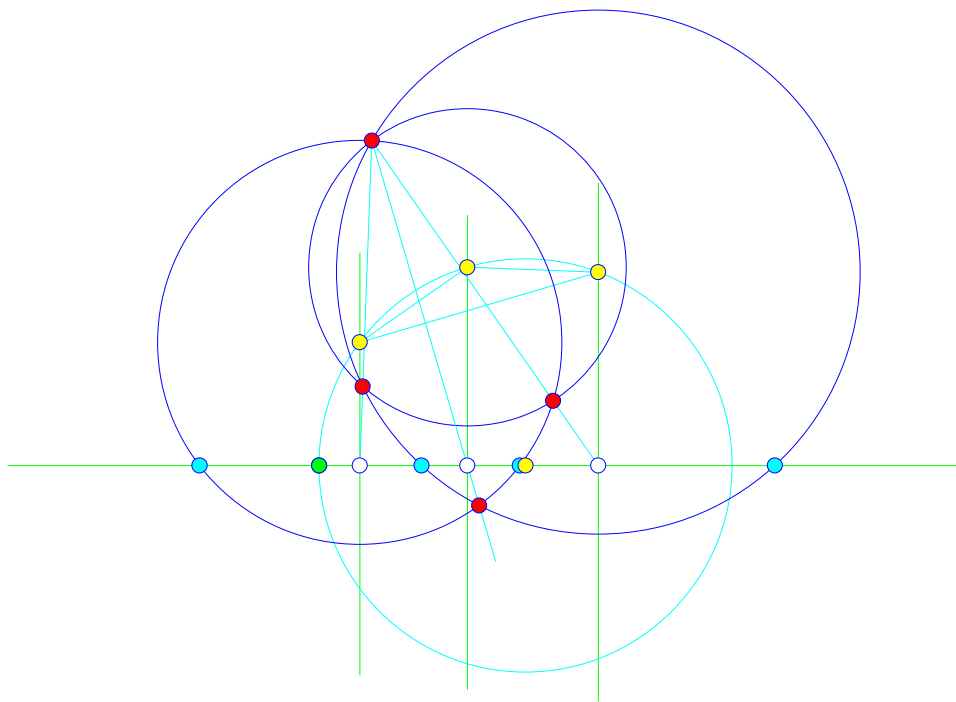


人類の宝

# DOVAL 幾何学

蛭子井博孝編著

その不思議な論理と形の世界



- この点は、緑の点と線が与えられると決まるDoval上の点

<http://aitoyume.de-blog.jp/doval/>

2011年7月13日

蛭子井博孝 編著

GEOMETRY of DOVAL

DOVAL幾何学

DOVALとは、点と円からの距離の比が一定な曲線

愛と理想

卵形線研究センター

はしがき

卵形線試論を出そうと思ってから、何年たつてだろうか。

10年ぐらいかもしれない。

やっと、PC環境がそろい、それが、研究の蓄積と整理のために使えて、Doval 幾何学を世に出す勇気もわいてきた。

と言っても、自費出版で100冊を目標にしている。

内容的には、論文集の要約したものというよりも初等的なものを集めただけかもしれない。

そこに筋を通そうとするのだから、多少、でこぼこがあるのをお許し願いたい。

図面だけのもの、章の始めの一筆がない章。その他いろいろ。

でも、定義から、夢や理想の内容まで、盛り込み、研究の覚え書きと目標が含まれたものになっている。最後には、先日、阪大の職に応募したときに作った、これまでの研究についてと今後の研究についての一文が載せてある。利用すれば、深く研究できるであろう。

また、変な構成であるが、Doval のブログの記事画面も載せたので、私が、Doval を普及させることに、懸命であることを見ていただきたい。

とにかく、今ここで、この Doval 幾何学が、大学初年級の理工系の学生の常識として、学習できるものであると思っているので、各機関でご利用いただければ幸いである。

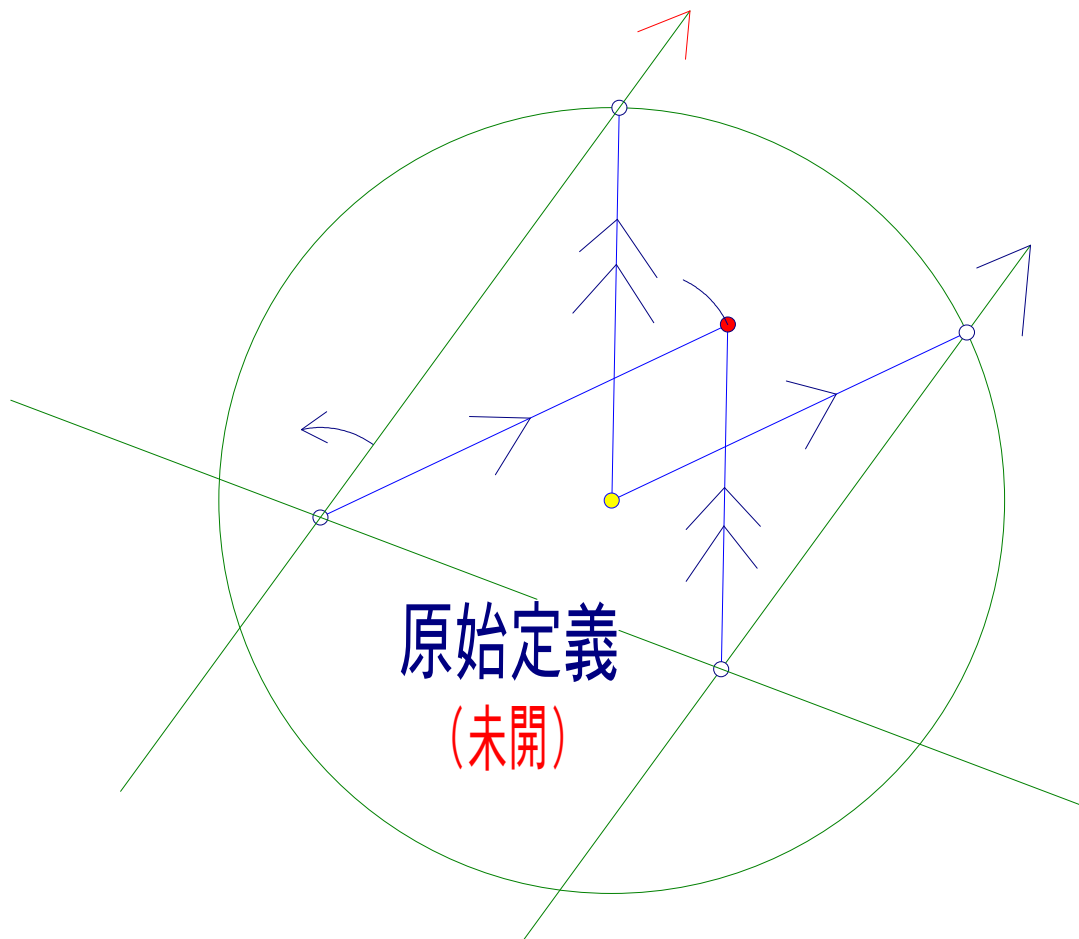
蛭子井博孝 7月七夕の夢とともに

# 目次

第1章	Definitions of Doval	p. 1
第2章	Doval 形状変化	11
第3章	Doval の特徴	
	1. ノート DOVAL の面積	20
	1. Doval $x, y$ 座標の標準形とそれによるCG	22
	1. Doval の不変式	25
第4章	論文:Doval 短軸 他	26
第5章	デカルトの卵形線 (* D-oval) 概論 : * Doval	32
第6章	Doval について、研究の流れから	36
第7章	Doval+FUKURAMI 曲面 CG	47
第8章	Doval 離心角	53
第9章	ブログ Doval 幾何学	63
付記	研究業績目録	77
	これまでの研究と今後の研究計画	

# 第一章 Doval(動張る) の様々な同値の定義

Doval とは、点と円からの距離の比が一定な曲線



# Dovalの双極座標表示式

蛭子井博孝 740-0012 岩国市元町4丁目12-10 1950-04-20生まれ 0827-22-3305

(6.6, 19.2)

### Dovalの作図法

- ①直線ABを補助線として引。
- ②次に点Eをとる AE:ED=n:mとなっているとする。
- ③AC平行e [eとDCの交点をF] つまりAC平行EF
- ④円EFを描く
- ⑤DC平行g [gと円Eの交点をG] つまり AG平行DF
- ⑥ACとFGの交点をHとする。
- ⑦点Cが円周を動くとき、HはDovalの内分枝 [卵形線] を描く

蛭子井博孝が約3百50年後に再発見した  
Dovalの内分枝 デカルトの卵形線  
エビスイの定義  
点と円からの距離の比が一定な曲線

### 証明

AG平行DF AH平行EF パップスの定理より  
EG平行DH  
角EGH=角EFH=角DHF=角FHC  
故に DH:HC=DF:FC=DE:EA=m:n  
(m,nはm>n>0となる定数とする)  
AH+DH\*n/m=AC  
ACもADも一定で AC:AD=k:m AC=Cとする。  
AC=k/m \* AD=k/m \* Cとおける  
一つ任意定数kを増やして使ってACはAD=Cの  
定数倍に出来る。  
AH=r1 DH=r2 は変化するが  
r1+r2\*n/m=kc/m  
変形して  
mr1+nr2=kc  
定数 m, n, k が決まるごとに卵形線の形が変わる  
GeogebraでDとEを動かすことと同じ

Hの軌跡は $mr1+nr2=kc$ で表される卵形線 (Dovalの内分枝)

角の2等分線の辺と線分の比の関係補図

ここで、各点や円の呼び名をつけておく。

円ABを卵形線の準円

円EFを卵形線の補助円

Aを第一焦点 F1

Dを第二焦点 F2 という

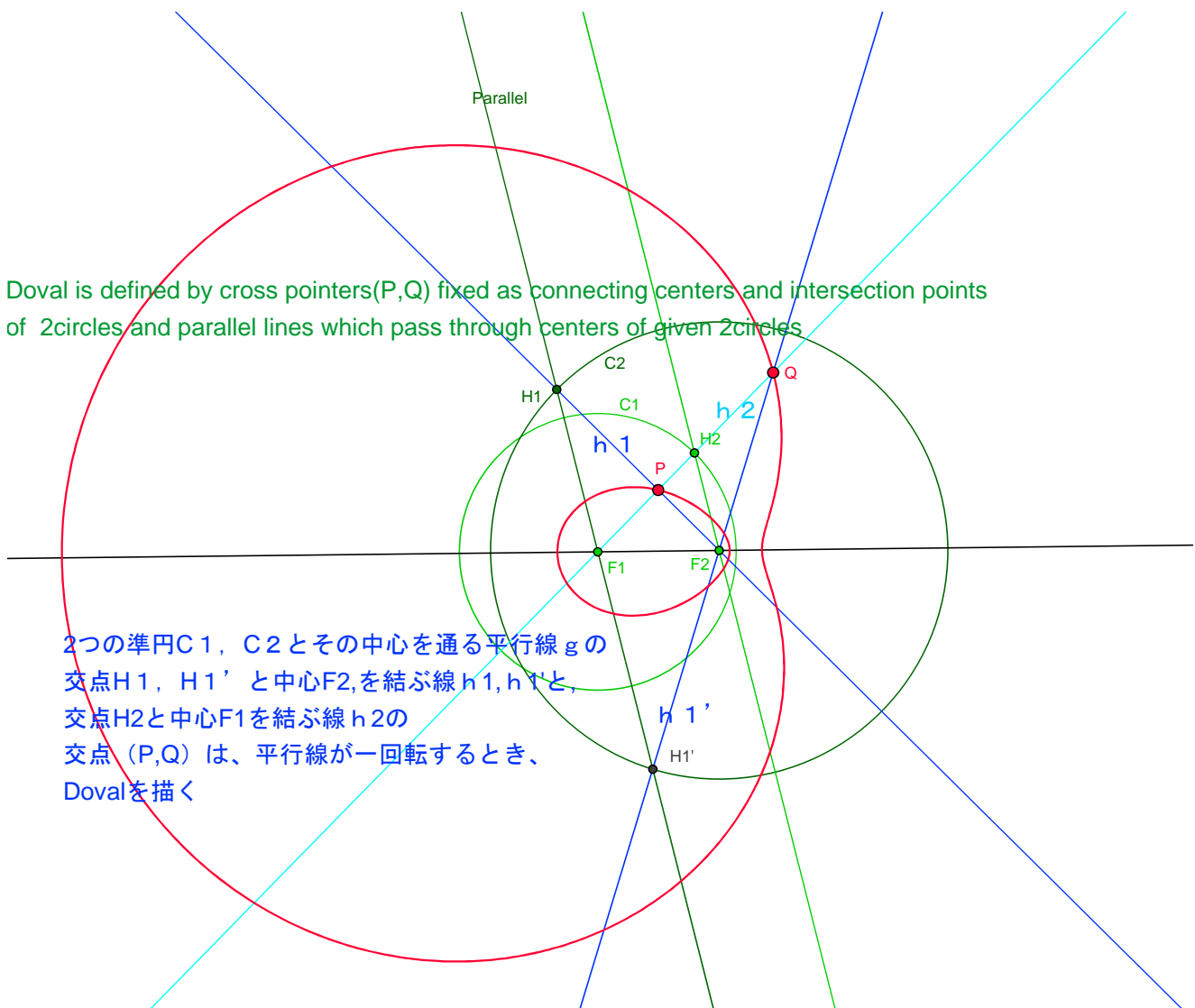
ED/EF=m/kを右離心率ER

EA/EF=n/kを左離心率ELと呼ぶ

卵形線の形は、k,m,nの値で構図が決まるから  
左右の離心率の値で決まる。言い換えると  
補助円内のF1, F2の位置で決まる

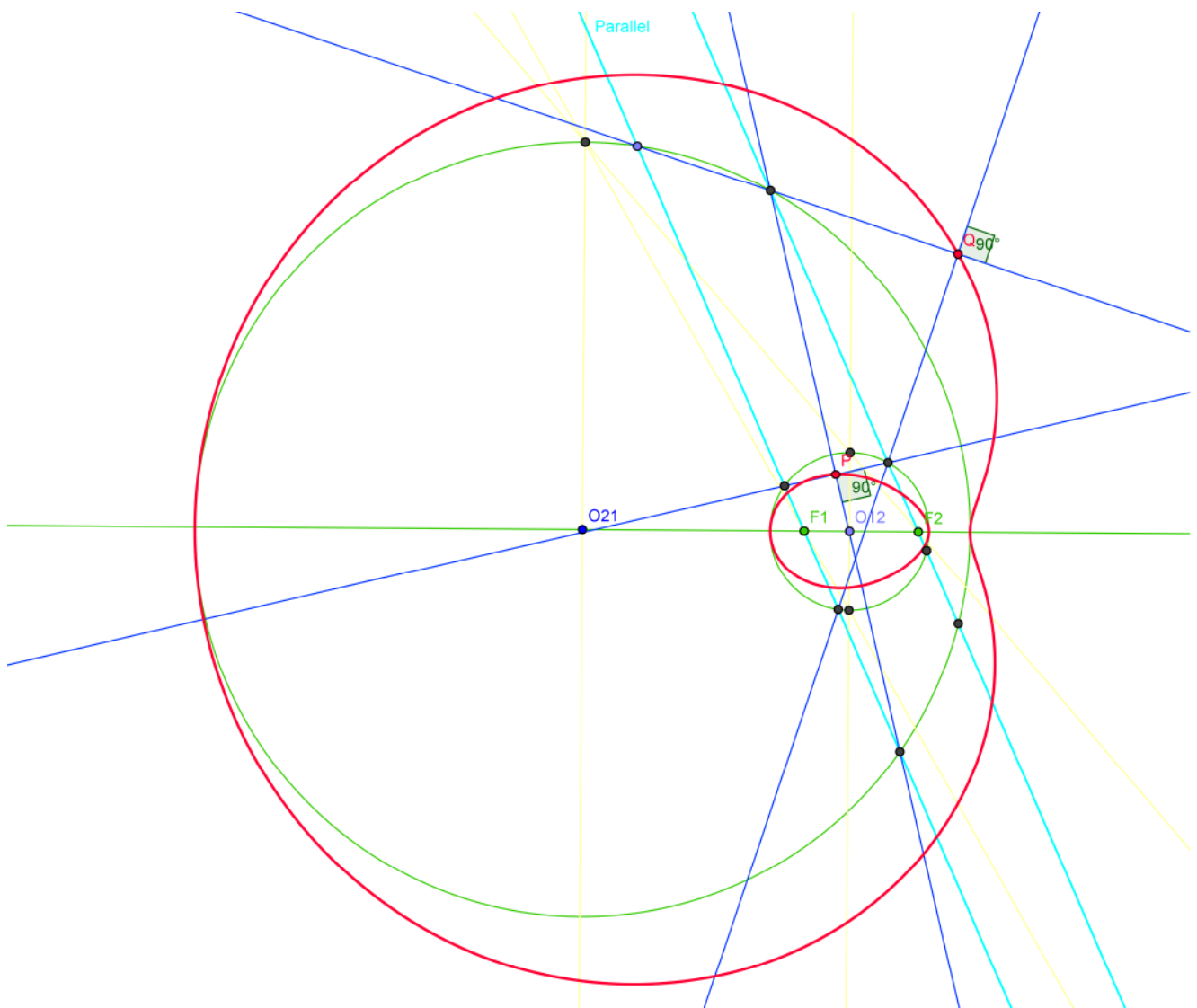
## Doval DEF 2 with WORDS

蛭子井博孝 岩国市元町4丁目12-10 - 縮尺 (cm単位) : 1:1



### Doval (Inner Outer Parts 2) Defined by 2 Auxiliary circle(green)s

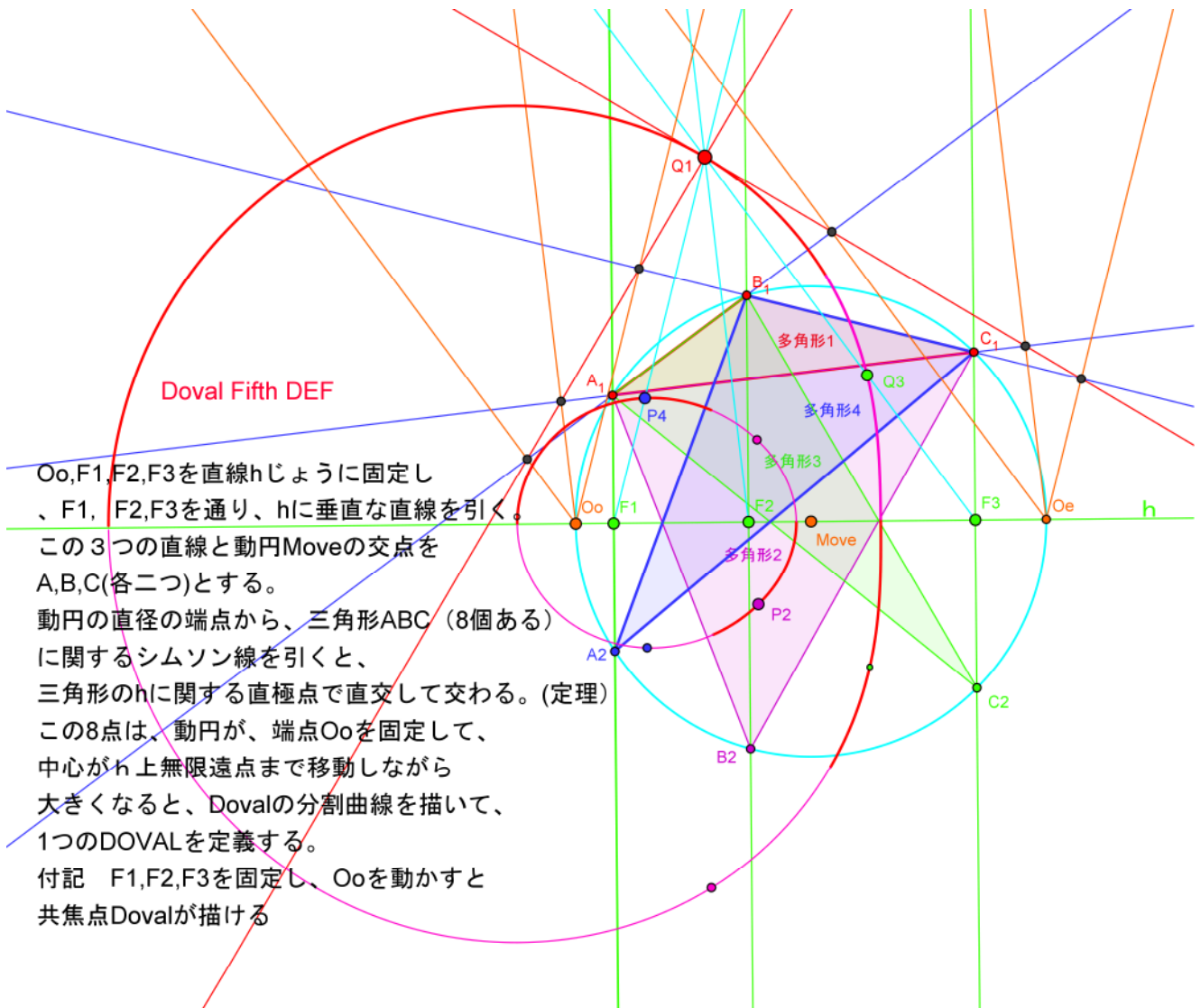
蛭子井博孝 岩国市元町4丁目12-10 - 縮尺 (cm単位) : 1:1





# DOVAL 第五定義

蛭子井博孝 740-0012 岩国市元町4丁目12-10 0827-22-3305 - 縮尺 (cm単位) : 1:1



第 2 章 卵形線の定義

第 3 節 卵形線の定義

卵形線の定義は、卵形線上の一点を求めその軌跡として卵形線が求まる。そのため、卵形線の定義の図は、卵形線上の一点を求める図と行ってよいであろう。だから、定義の図には、基本的には、卵形線は見えない。定義の作図法で厳密な点を何点か求め、それを近似曲線で結ぶということになる。

第 1 項 2 . 3 基本4題作図定理

【作図定理 1】. 任意の 1 つの円  $S_1$  を準円とし、他に 1 つの焦点  $S_2$  ( $S_1 S_2$ ) と定比  $m:n$  が与えられたとき、この卵形線を描くこと。

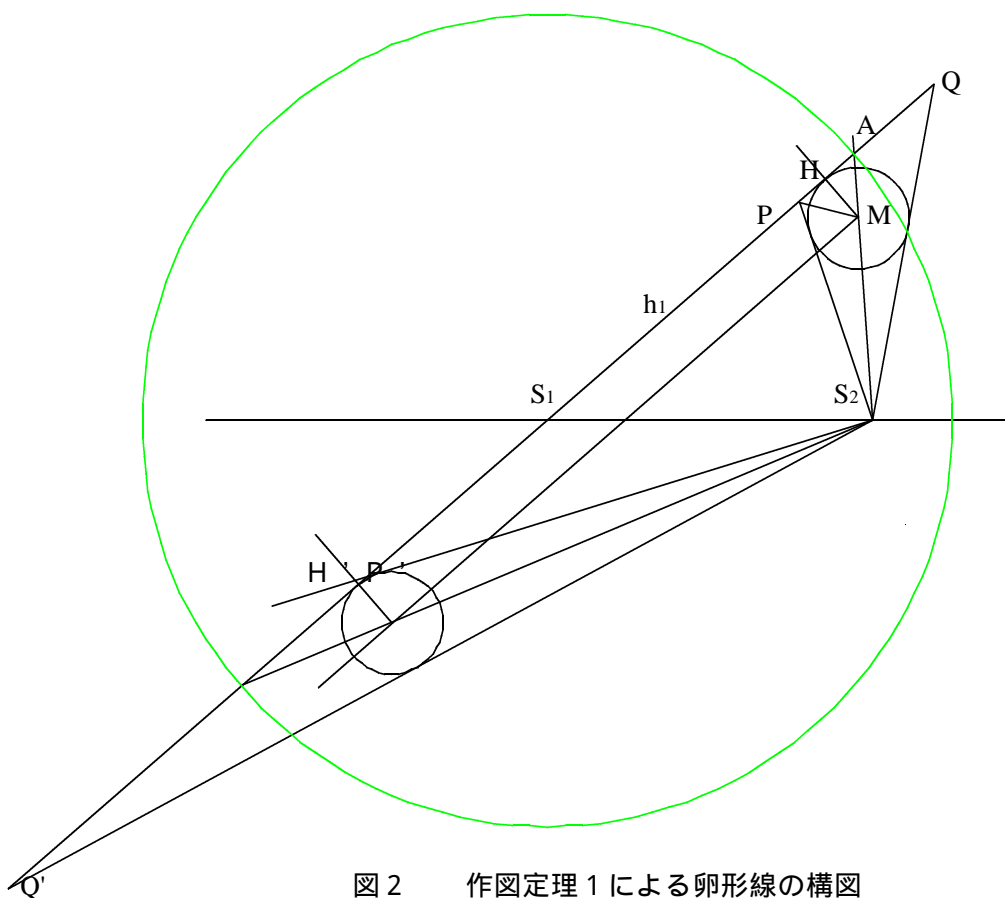


図 2 作図定理 1 による卵形線の構図

図 2 において、円  $S_1$  と 1 点  $S_2$  が与えられている。今、中心  $S_1$  を通る任意な直線  $h_1$  と円  $S_1$  との交点を  $A$  とする。  $A$  と  $S_2$  を結ぶ直線上に  $S_2 M : MA = m : n$  となるように  $M$  をとる。次に、  $M$  から直線  $h_1$  を下し、その足を  $H$  とする。  $M$  を中心とし、  $MH$  を半径とする円を描き、  $S_2$  を通り、その円に接する直線  $h_1$  との交点を  $P$ 、  $Q$  とする。すると、  $PA : PS_2 = MA : MS_2$  になる。(  $\angle APM = \angle MPS_2$  )。  $S_1$  を中心に  $h_1$  を 1 回転させるとき  $P$ 、  $Q$  は、卵形線を描く。ここで、  $P$ 、  $Q$  は同じ性質をもつが、  $P$  は内分枝を、  $Q$  は外分枝を満たすものを表わす。以下の図においても同様である。

ここで、  $M$  は、  $S_1 S_2$  を  $n : m$  に内分する点を中心に持ち、半径  $S_1 A \cdot (m / (m + n))$  を持つ円周上にあり、  $S_1 A$  に平行な半径の端点である。

## 第2章 卵形線の定義

【作図定理2】. 任意の2つの円を準円として与えられたとき, この卵形線を描くこと。

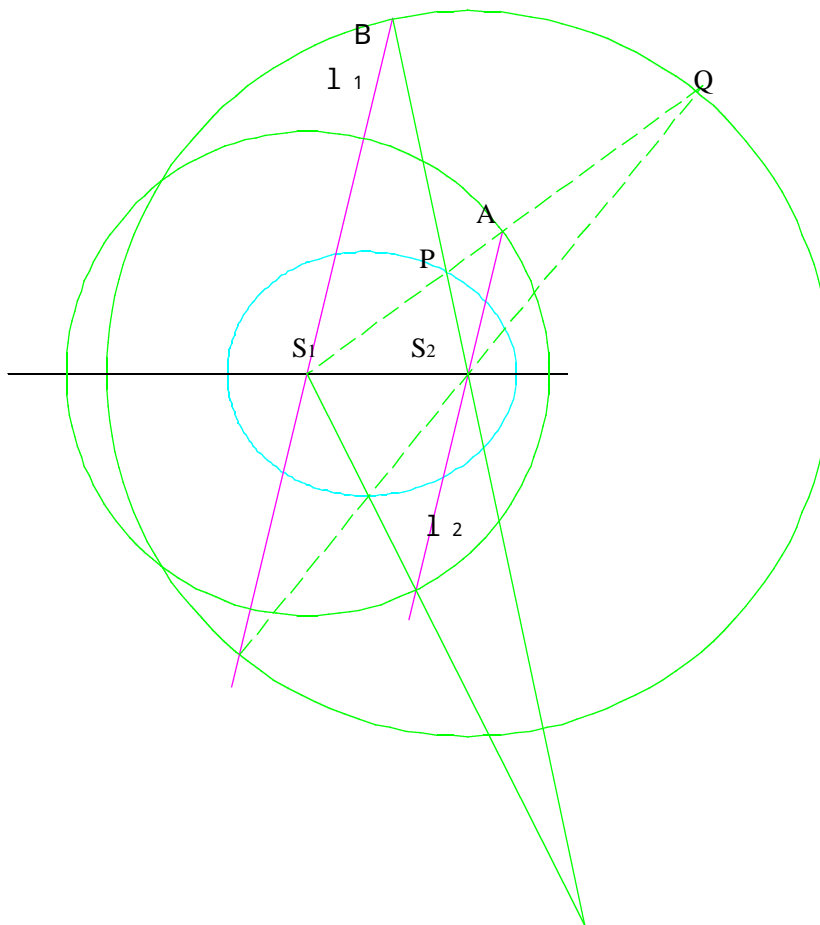


図3 作図定理2による卵形線の構図

図3において, 円  $S_1$  と円  $S_2$  が与えられている。まず,  $S_1, S_2$  を通り, 互いに平行な直線  $l_1, l_2$  を引く。  $l_1$  が円  $S_2$  と交わる点  $B$ ,  $l_2$  が円  $S_1$  と交わる点を  $A$  とする。

このとき, 直線  $S_1 A$  と  $S_2 B$  の交点  $P, Q$  は,  $A$  あるいは  $B$  が, 円  $S_2$  上 あるいは 円  $S_1$  上をそれぞれ動くとき, 卵形線を描く。

## 第2章 卵形線の定義

【作図定理3】. 任意の1つの円 $O$ を補助円とし, 他に2つの焦点 $S_1, S_2$  ( $S_1 \neq S_2$ ) が $O$ と共線であるように与えられたとき, この卵形線を描くこと。

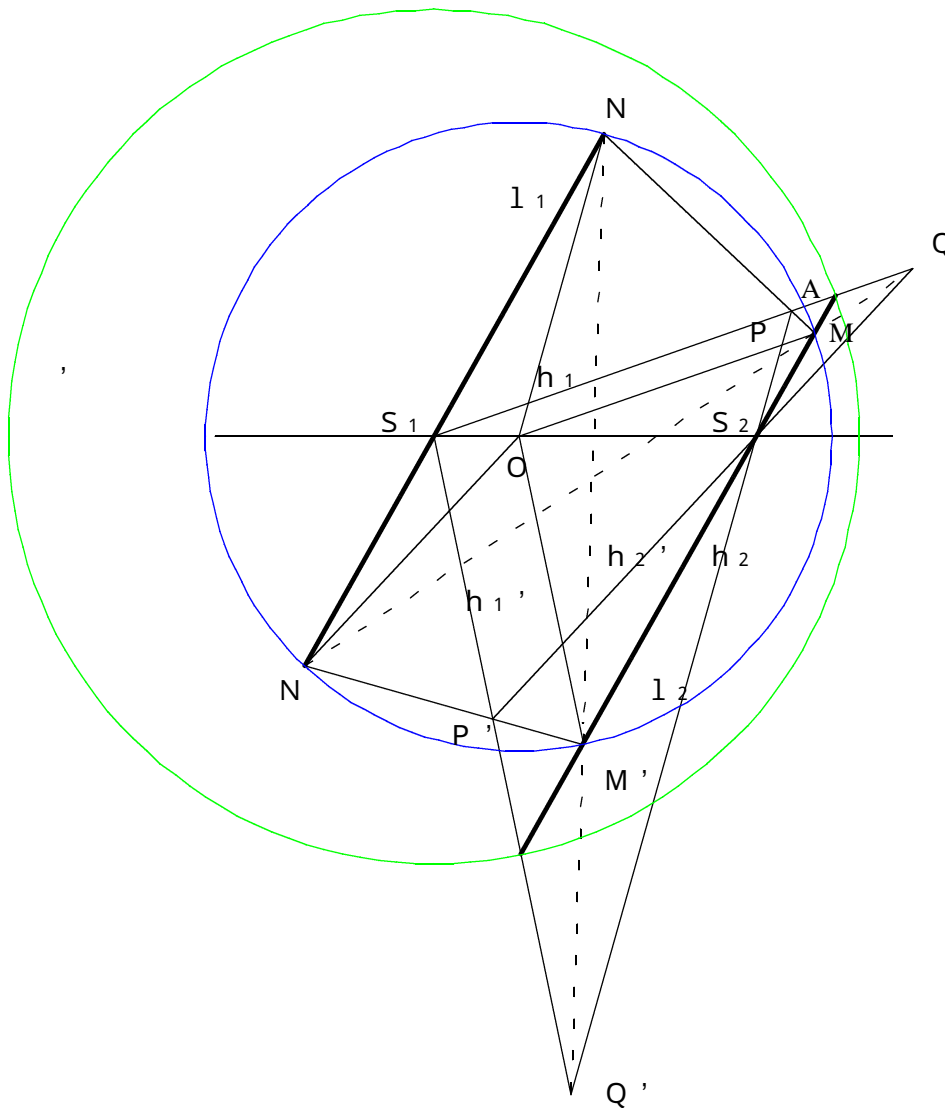


図4 作図定理3による卵形線の構図

図4において, 円 $O$ と, その中心線上に任意に二点 $S_1, S_2$ が与えられている。まず,  $S_1, S_2$ を通り, 互いに平行な直線を $l_1, l_2$ とする。 $l_1, l_2$ が円 $O$ と交わる点をそれぞれ $N, M$ とする。次に,  $ON$ に平行に $S_2$ を通る直線 $h_2$ を引く。同様に $OM$ に平行に $S_1$ を通る直線 $h_1$ を引く。すると,  $h_1, h_2$ の交点 $P, h_1, h_2'$ の交点 $Q$ は,  $N$ あるいは $M$ が円 $O$ 上を動くとき, 卵形線を描く。ここで,  $N, P, M$ あるいは $N', Q, M'$ が共線であることは, パップスの定理より明らか。

## 第2章 卵形線の定義

【作図定理4】. 任意の2つの円 $O_1$ , 円 $O_2$ が補助円として与えられたとき, この卵形線を描くこと。

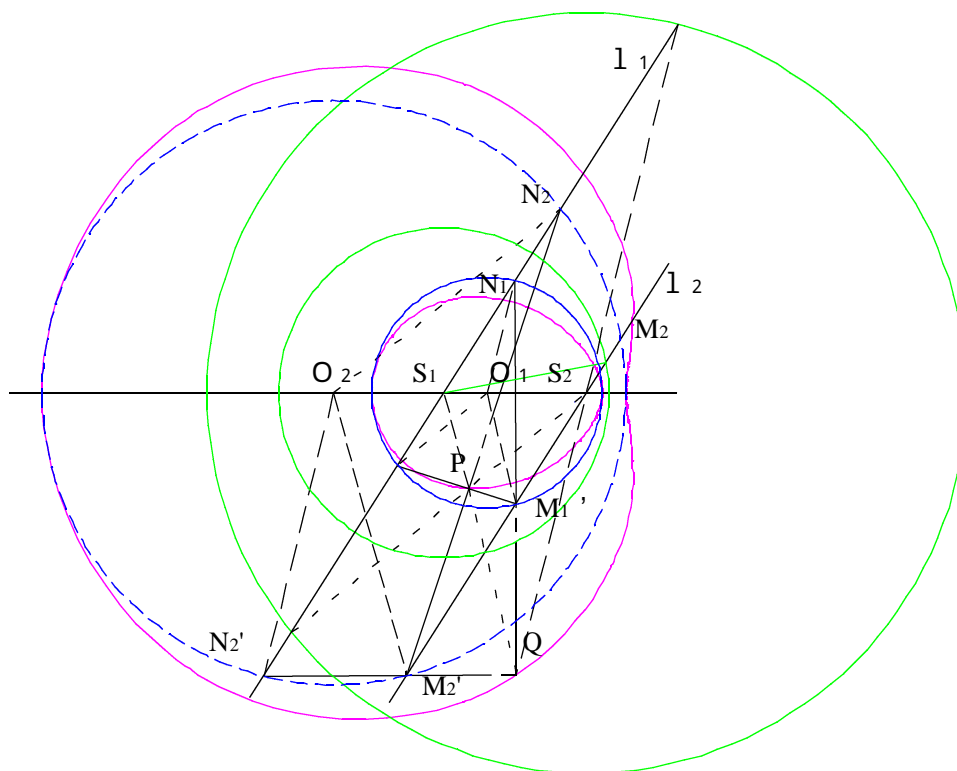


図5 作図定理4による卵形線の構図

図5において, 円 $O_1$ , 円 $O_2$  ( $O_1 \neq O_2$ ) が与えられている。2つの円の相似中心 $S_1, S_2$ を求め,  $S_1, S_2$ を通り, 互いに平行な直線 $l_1, l_2$ を引く。 $l_1$ と円 $O_1, O_2$ が交わる点をそれぞれ $N_1, N_1', N_2, N_2'$ とし, 同様に $M_1, M_1', M_2, M_2'$ をとる。次に直線 $N_1'M_1'$ と直線 $N_2M_2'$ が垂直に交わる点を $P$ ,

同様に直線 $N_1M_1'$ と $N_2'M_2'$ が垂直に交わる点を $Q$ とする。すると,  $P, Q$ は,  $N_1$ あるいは $M_1$ が円 $O_1$ 上を動くとき, 卵形線を描く。同様の作図で, 直交する点は, もう一对 $P', Q'$ がある。

## 6 . Relation of Extended Curves Chocoid and Tajicoid

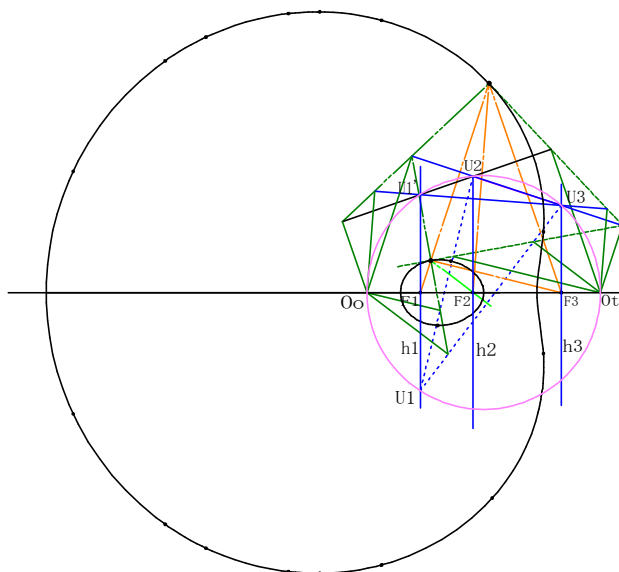


Fig.10.

In this figure. Orthopole and Simson cross-point are on same position.

(1) Extension of Doval using extended Simson theorem-Composition.

Tajicoid is defined using This figures.

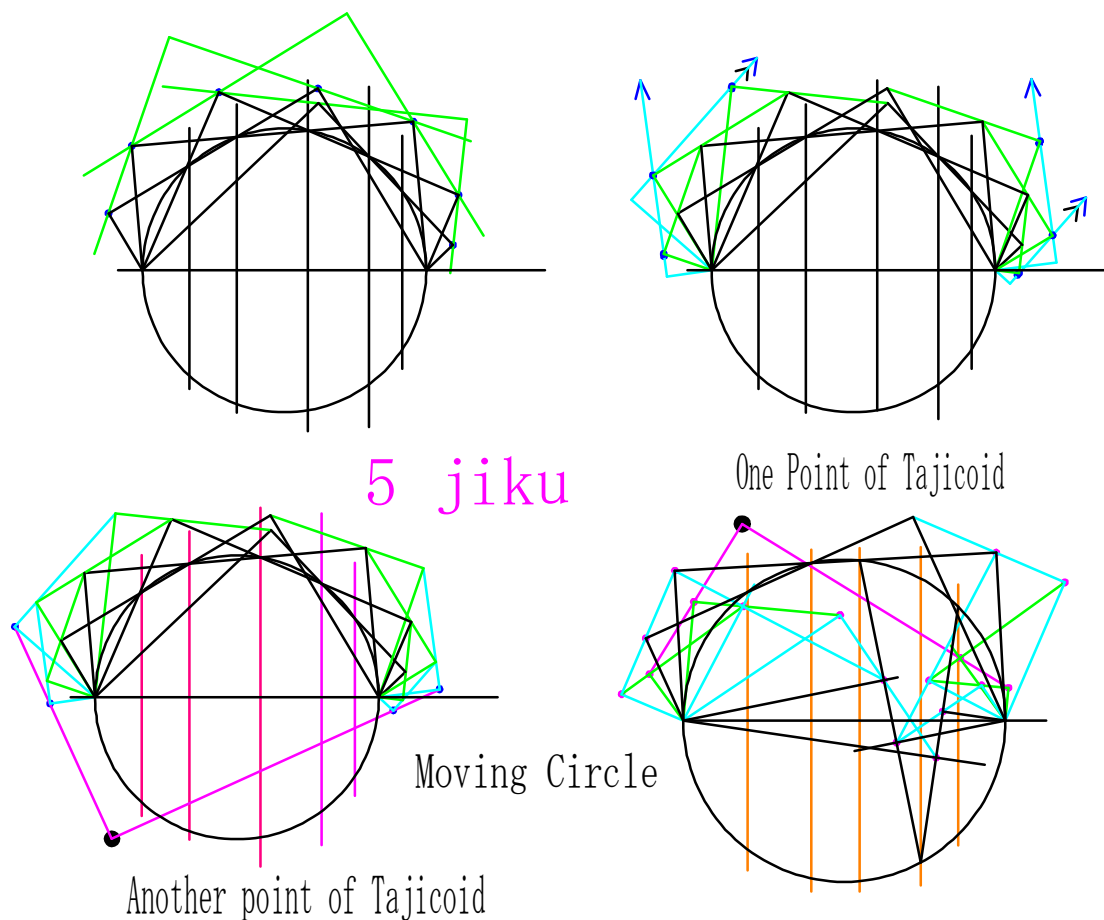


Fig.11. Def. Figure of Tajicoid

by H.E

## 第2章 DOVAL の外分枝対称軸径により規格化した離心率による形状変化

DOVAL の形、位置、大きさをとらえるには、どうしたらいいだろうか。

その答えは、離心率による DOVAL 内外分枝一体型を、一列でなく、縦横

の平面による分類、つまり、右離心率と、左離心率による分類形状をとらえることである。

以下の図に、外分枝対称軸径で規格化したものを提示する。

2 つの内包関係にあるものを、とらえるには、内側のものの大きさを規格化すると、外側が、大きくなりすぎ、両方がとらえられない。

外側の径で規格化し、内側が点のように小さくなくても、位置が確認できることで、とらえることにする以外に、両方をとらえるのは難しい。

基本的には、DOVAL の第一定義、第二定義、第三定義、第四定義による、パラメータ一形状変化を、頭に入れば、いいことである。

特に、内外補助円で、定義される DOVAL 内外分枝で、とらえるのが、大切であろう。それを、言い換えて、外補助円の径で規格化された離心率による形状変化を、数値的に、描かしたものが、この章の、図である。座標値も入れることができるが、形状把握に絞った。

ソフトで、画面上には、長さが規格化されるが、pdf 化や印刷化で、少し損なわれる。ご了承ください。本当に、DOVAL は、描きにくく、形、位置、大きさをとらえるには、その動きに矛盾を含むようにも思え、短時間では、自分のものとして、実体化できない。

そういう意味でも、D o v a l 幾何の普及が遅れている現状である。

この本の役割は、DOVAL の形、位置、大きさをとらえるために、定義をきちんと把握してもらうことが、第一義的目標である。

```

> # normalized Doval by outerpart symmetry axis length with Left and Right eccentricity by
  H.E TKDL:
> with(plots) :
>
> A := Array(1..9, 1..9) :
> for n from 1 to 9 do for m from 1 to 9 do A[n, m] := plot(0, x=-1.1..1.1, axes = none,
  scaling = constrained) :od:od:
> k := 10 : c := 1 :for m from 4 to 9 do for n from 2 to m - 1 do K :=  $\frac{k \cdot c}{m - n}$  : A[n, m]
:= plot  $\left[ \left[ \left[ \frac{1}{K} \left( \cos(s) \cdot c \right. \right. \right. \right.$ 
 $\left. \left. \left. \frac{\left( k \cdot m - n^2 \cdot \cos(s) - n \cdot \left( n^2 \cdot \cos(s)^2 - 2 \cdot k \cdot m \cdot \cos(s) + k^2 + m^2 - n^2 \right)^{\frac{1}{2}} \right)}{m^2 - n^2} \right) \right], \right.$ 
 $\left. \frac{\sin(s) \cdot c \cdot \frac{\left( k \cdot m - n^2 \cdot \cos(s) - n \cdot \left( n^2 \cdot \cos(s)^2 - 2 \cdot k \cdot m \cdot \cos(s) + k^2 + m^2 - n^2 \right)^{\frac{1}{2}} \right)}{m^2 - n^2}}{K}, s \right.$ 
 $\left. = 0 .. 2 \cdot \text{Pi} \right]$ 
 $\left[ \frac{1}{K} \left( \cos(s) \cdot c \right. \right.$ 
 $\left. \frac{\left( k \cdot m - n^2 \cdot \cos(s) + n \cdot \left( n^2 \cdot \cos(s)^2 - 2 \cdot k \cdot m \cdot \cos(s) + k^2 + m^2 - n^2 \right)^{\frac{1}{2}} \right)}{m^2 - n^2} \right) \right],$ 
 $\frac{\sin(s) \cdot c \cdot \frac{\left( k \cdot m - n^2 \cdot \cos(s) + n \cdot \left( n^2 \cdot \cos(s)^2 - 2 \cdot k \cdot m \cdot \cos(s) + k^2 + m^2 - n^2 \right)^{\frac{1}{2}} \right)}{m^2 - n^2}}{K}, s$ 
 $\left. = 0 .. 2 \cdot \text{Pi} \right]$ , scaling = constrained, axes = none, caption = typeset("Doval of EL= ",

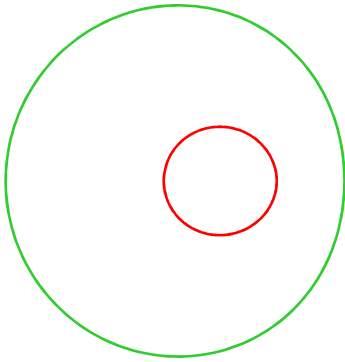
```



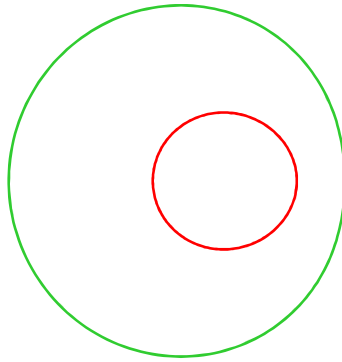
```
evalf( $\frac{n}{k}, 1$ ), "ER=", evalf( $\frac{m}{k}, 1$ )) :od:od;
```

```
>
```

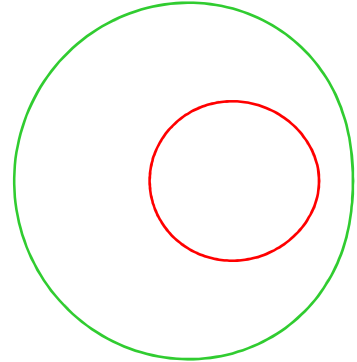
```
> display(A[2..4, 4..6]); display(A[4..6, 7..9]); display(A[7, 7..9]);
```



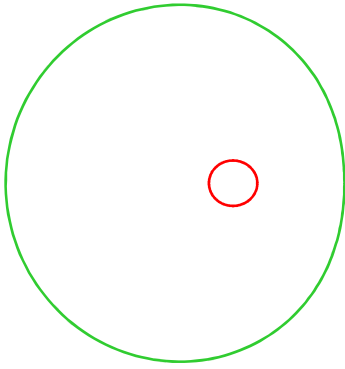
Doval of EL= 0.2ER=  
0.4



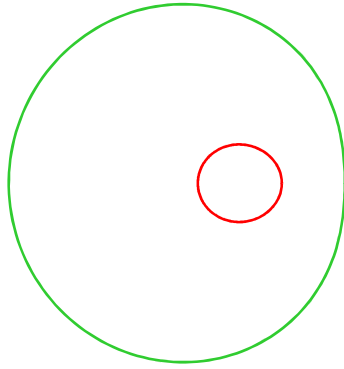
Doval of EL= 0.2ER=  
0.5



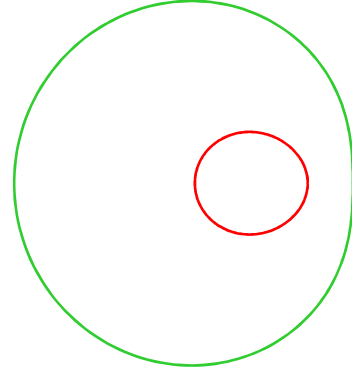
Doval of EL= 0.2ER=  
0.6



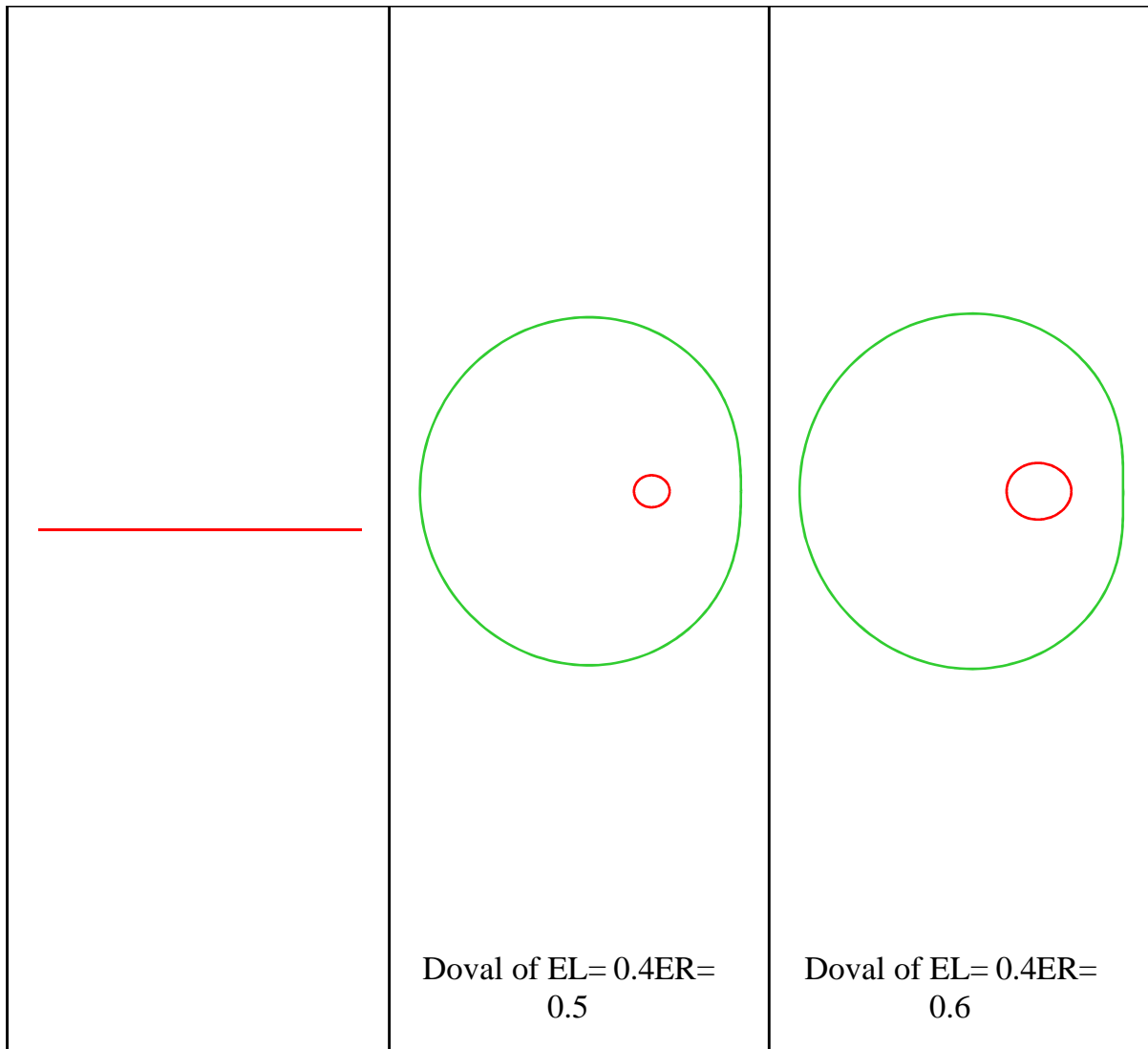
Doval of  $EL=0.3ER=$   
0.4

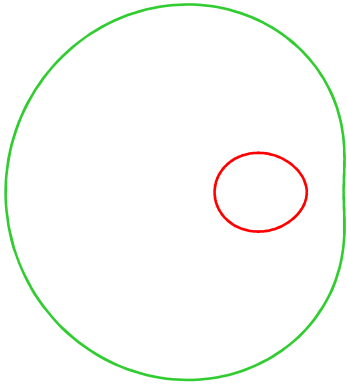


Doval of  $EL=0.3ER=$   
0.5

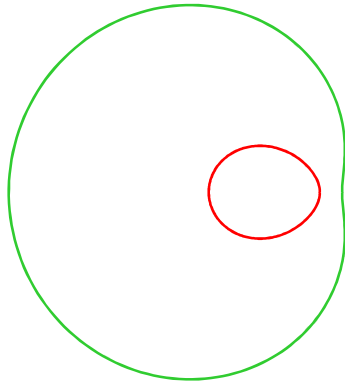


Doval of  $EL=0.3ER=$   
0.6

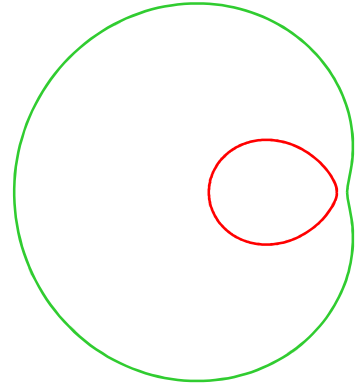




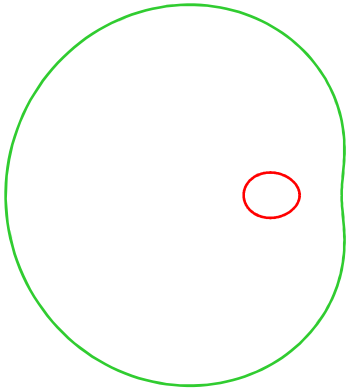
Doval of  $EL=0.4ER=$   
 $0.7$



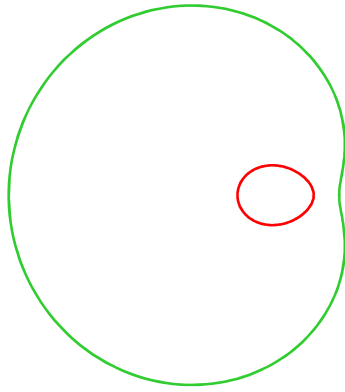
Doval of  $EL=0.4ER=$   
 $0.8$



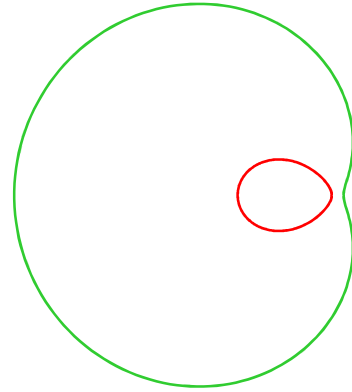
Doval of  $EL=0.4ER=$   
 $0.9$



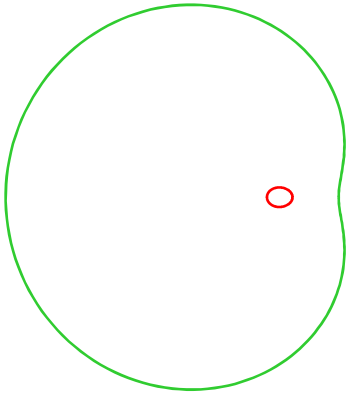
Doval of  $EL=0.5ER=$   
0.7



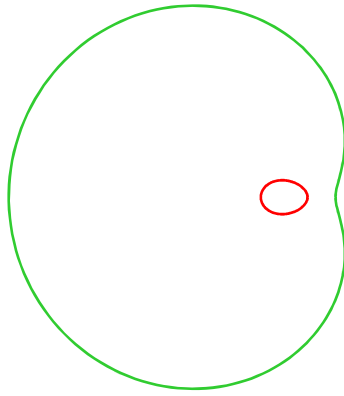
Doval of  $EL=0.5ER=$   
0.8



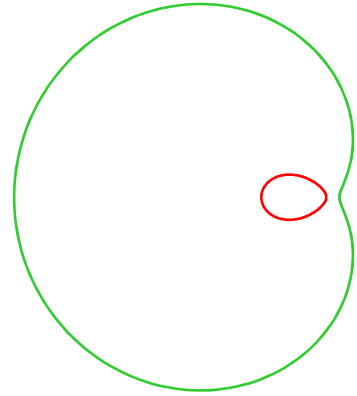
Doval of  $EL=0.5ER=$   
0.9



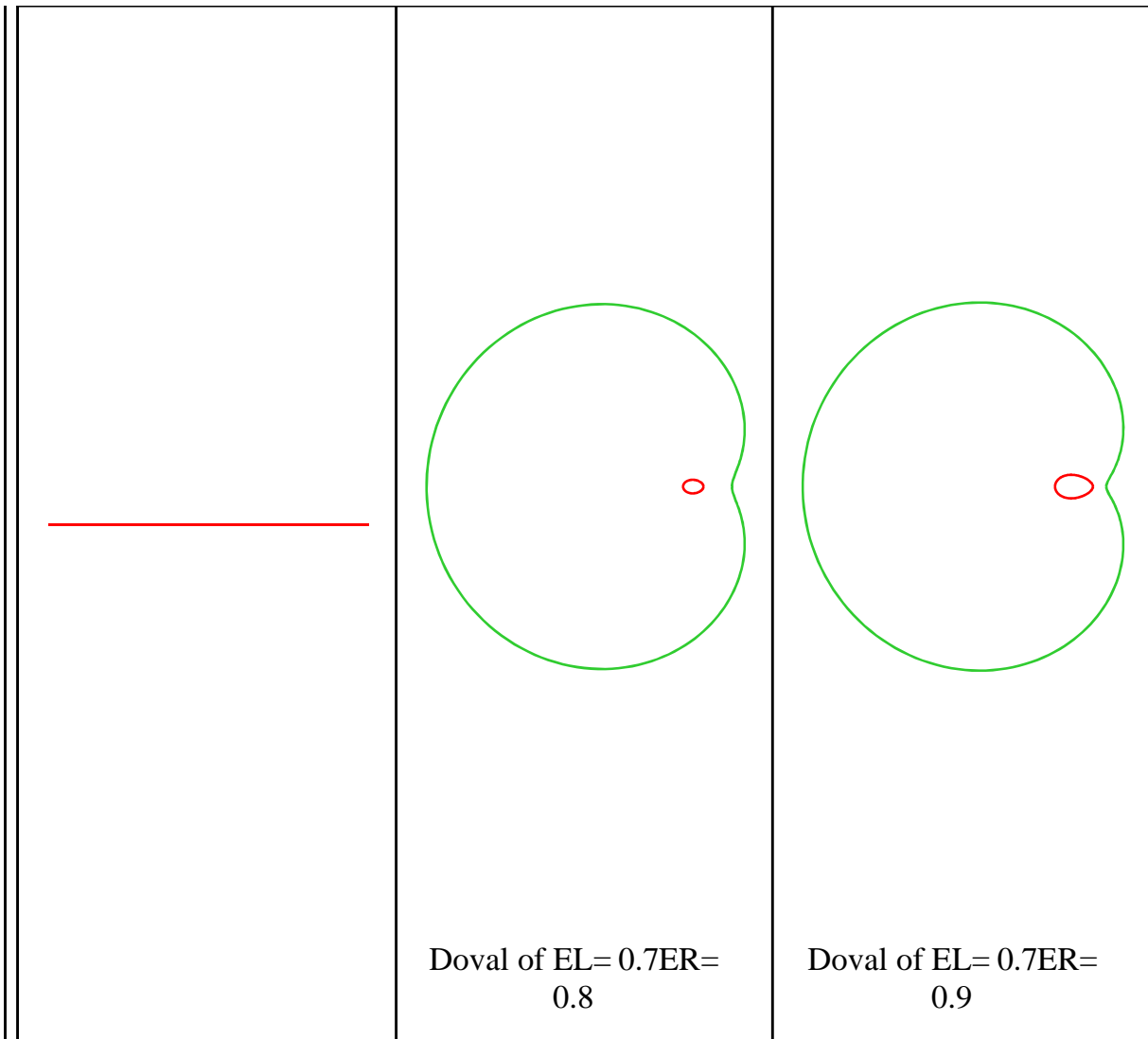
Doval of  $EL=0.6ER=$   
 $0.7$



Doval of  $EL=0.6ER=$   
 $0.8$



Doval of  $EL=0.6ER=$   
 $0.9$



[>

[

ノート 2重閉曲線である卵形線の内外分枝 (Doval) の面積  
蛭子井博孝

卵形線研究センター

740-0012 岩国市元町4丁目12-10

E-mail ~~hi-cbi@nifty.com~~

hirotaka.ebisui@clear.ocn.ne.jp

Area of Inner and Outer Part of Oval (Doval) which is double closed Curves

ここでは、2重閉曲線の面積をそれぞれの閉曲線の面積の和として定義する。そうすることにより Doval の面積が積分可能になり定数を用いて表されることを示す。

### Doval の面積

デカルトの卵形線は、内分枝、外分枝があり、その2重閉曲線の面積は、この閉曲線の面積をその面積というわけにもいかない。ここでは、2重閉曲線の面積をこの閉曲線の面積の和として定義する。

これを考えると、デカルトの卵形線 (Doval) の面積が、卵形線が、 $mr_1 \pm nr_2 = kc$  で

定義されているとき、
$$2\pi \frac{(k^2 m^2 + k^2 n^2 + m^2 n^2)}{(m^2 - n^2)^2} c^2$$
 となる。

これは、Doval に付随する3つの等距離円<sup>1)</sup>の面積の和の2倍に等しいことを意味する。

3つの等距離円の半径は  $kmc/(m^2 - n^2)$ 、 $knc/(m^2 - n^2)$ 、 $mnc/(m^2 - n^2)$  である。

また、中心は、第一焦点を原点としたとき、 $(-n^2 c / (m^2 - n^2), 0)$  である。

なぜなら <sup>等距離円の</sup>  $r = f(\theta)$  のとき その面積は  $\frac{1}{2} \int_0^{2\pi} r^2 d\theta$  ... ①を利用して計算する。

ここで、卵形線は、双極座標を極座標に直すと

$$r_1 = \frac{c\{(km - n^2 \cos \theta) \mp n\sqrt{n^2 \cos^2 \theta - 2km \cos \theta + k^2 + m^2 - n^2}\}}{m^2 - n^2} \dots ②$$

ここで、複合の-は、内分枝<sup>-</sup> $r_1$ 、+が外分枝<sup>+</sup> $r_1$  である。



①式に  $^-r_1$  と  $^+r_1$  を別々に代入すると被積分関数は  $\sqrt{\quad}$  の中が三角関数の2次式になり、それは、楕円積分となり簡単に表せない。

ところが (オノ、オノ、オノ) 種のどこの完全楕円積分で表せるか )  
深見貞

$$S^- + S^+ = \frac{1}{2} \int_0^{2\pi} {}^-r_1^2 d\theta + \frac{1}{2} \int_0^{2\pi} {}^+r_1^2 d\theta$$

$$= \frac{1}{2} \int_0^{2\pi} ({}^-r_1^2 + {}^+r_1^2) d\theta \quad \text{は、±が消去され次のように簡単な式になる。}$$

$$S = \frac{1}{2} \int_0^{2\pi} \frac{c^2}{(m^2 - n^2)^2} \{ (km - n^2 \cos\theta)^2 + n^2 (n^2 \cos^2\theta - 2km \cos\theta + k^2 + m^2 - n^2) \}$$

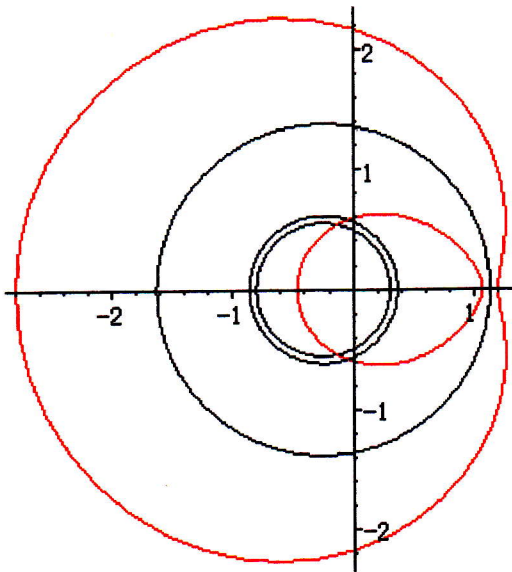
$$+ 2(km - n^2 \cos\theta)n \sqrt{n^2 \cos^2\theta - 2km \cos\theta + k^2 + m^2 - n^2} d\theta \quad \text{よって}$$

$$\therefore S^- + S^+ = \int_0^{2\pi} \frac{c^2}{(m^2 - n^2)^2} \{ 2n^4 \cos^2\theta - 4kmn^2 \cos\theta + k^2 m^2 + k^2 n^2 + m^2 n^2 - n^4 \} d\theta$$

$$= \frac{c^2}{(m^2 - n^2)^2} \left[ n^4 \frac{\sin 2\theta}{2} - 4kmn^2 \sin\theta + (k^2 m^2 + k^2 n^2 + m^2 n^2) \theta \right]_0^{2\pi}$$

$$= \frac{2\pi(k^2 m^2 + k^2 n^2 + m^2 n^2)c^2}{(m^2 - n^2)^2}$$

グラフと数値例



上図  $k=10, m=9, n=4, C=1$  の Doval と 3つの等距離円

$$S = 2\pi \cdot (k^2 m^2 + k^2 n^2 + m^2 n^2) \cdot c^2 / (m^2 - n^2)^2$$

$$\text{面積} = \text{subs}(k=10, m=9, n=4, c=1, S) = 21992 \pi / 4225$$

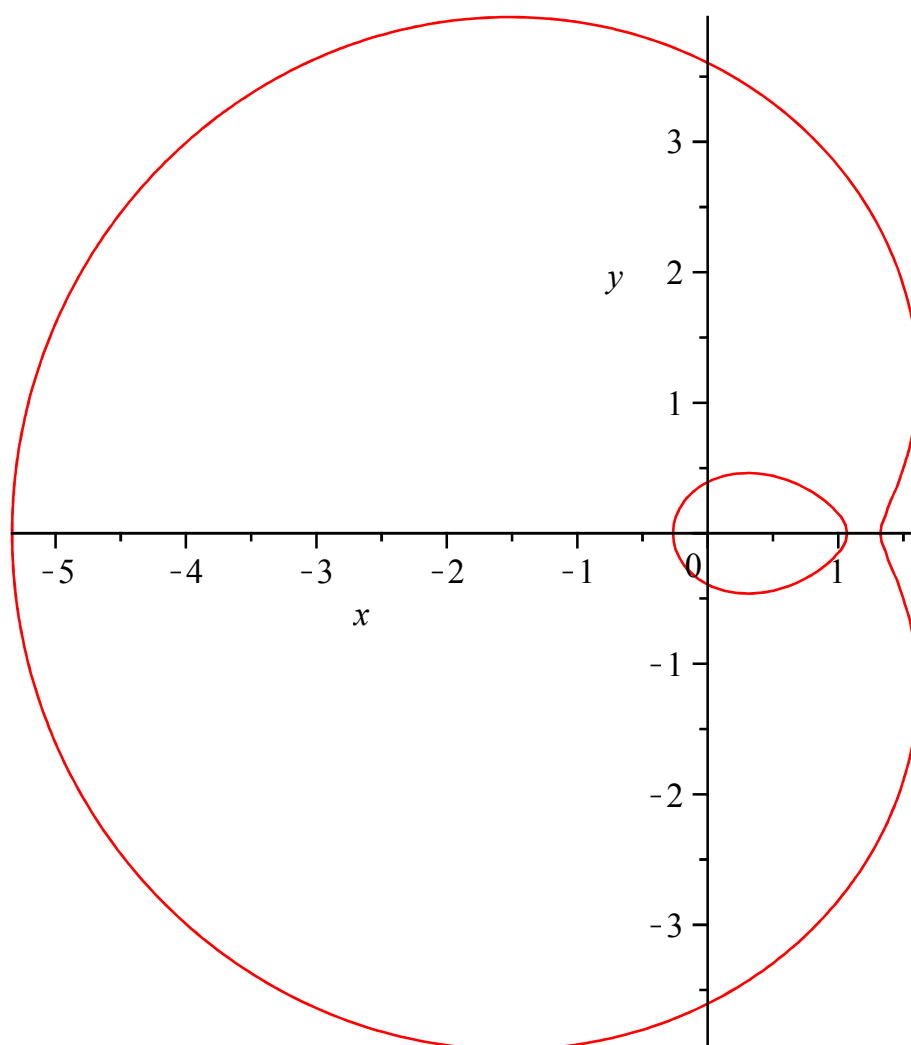
参考文献

- 1) 蛭子井博孝; "デカルトの卵形線の曲率円"; 図学研究, 19, 1976年

```

> # DOVAL CG by x-y STANDARD FORMULA transformed from Bipolar coordinates
  (m·R1 ±nR2=k·c) by Hirotaka Ebisui
> with(plots) :
> #:
> #-----:
> # Doval(The Inner ond Outer Oval of Descartes is defined by Followings 4th Order x-y
  Algeblc Equation.
> #  $(m^2 - n^2)^2 \cdot \left( y^2 + \left( x + \frac{n^2 \cdot c}{m^2 - n^2} \right)^2 - \left( \frac{k^2 \cdot m^2 + k^2 \cdot n^2 + m^2 \cdot n^2}{(m^2 - n^2)^2} \right) \cdot c^2 \right)^2 =$ 
   $-\frac{8 \cdot k^2 \cdot m^2 \cdot n^2 \cdot c^3}{m^2 - n^2} \cdot \left( x + \frac{n^2 \cdot c}{m^2 - n^2} \right) + \frac{4 k^2 \cdot m^2 \cdot n^2 \cdot (k^2 + m^2 + n^2) \cdot c^4}{(m^2 - n^2)^2} :$ 
> #k,m,n:Arbitrally constant with a condition(k > m > n > 0), c : the distance between Fisrt
  and Secand focus points) :
> #-----:
> # Example 1:
> m := 9 :
> n := 6 :
> k := 10 :
> c := 1 :
> #:
> implicitplot  $\left( (m^2 - n^2)^2 \cdot \left( y^2 + \left( x + \frac{n^2 \cdot c}{m^2 - n^2} \right)^2 - \left( \frac{k^2 \cdot m^2 + k^2 \cdot n^2 + m^2 \cdot n^2}{(m^2 - n^2)^2} \right) \cdot c^2 \right)^2 =$ 
   $-\frac{8 \cdot k^2 \cdot m^2 \cdot n^2 \cdot c^3}{m^2 - n^2} \cdot \left( x + \frac{n^2 \cdot c}{m^2 - n^2} \right) + \frac{4 k^2 \cdot m^2 \cdot n^2 \cdot (k^2 + m^2 + n^2) \cdot c^4}{(m^2 - n^2)^2}, x = -20 .. 10, y =$ 
   $-10 .. 10, numpoints = 100000 \right);$ 

```



```
> # Example 2:
```

```
> m := 6:
```

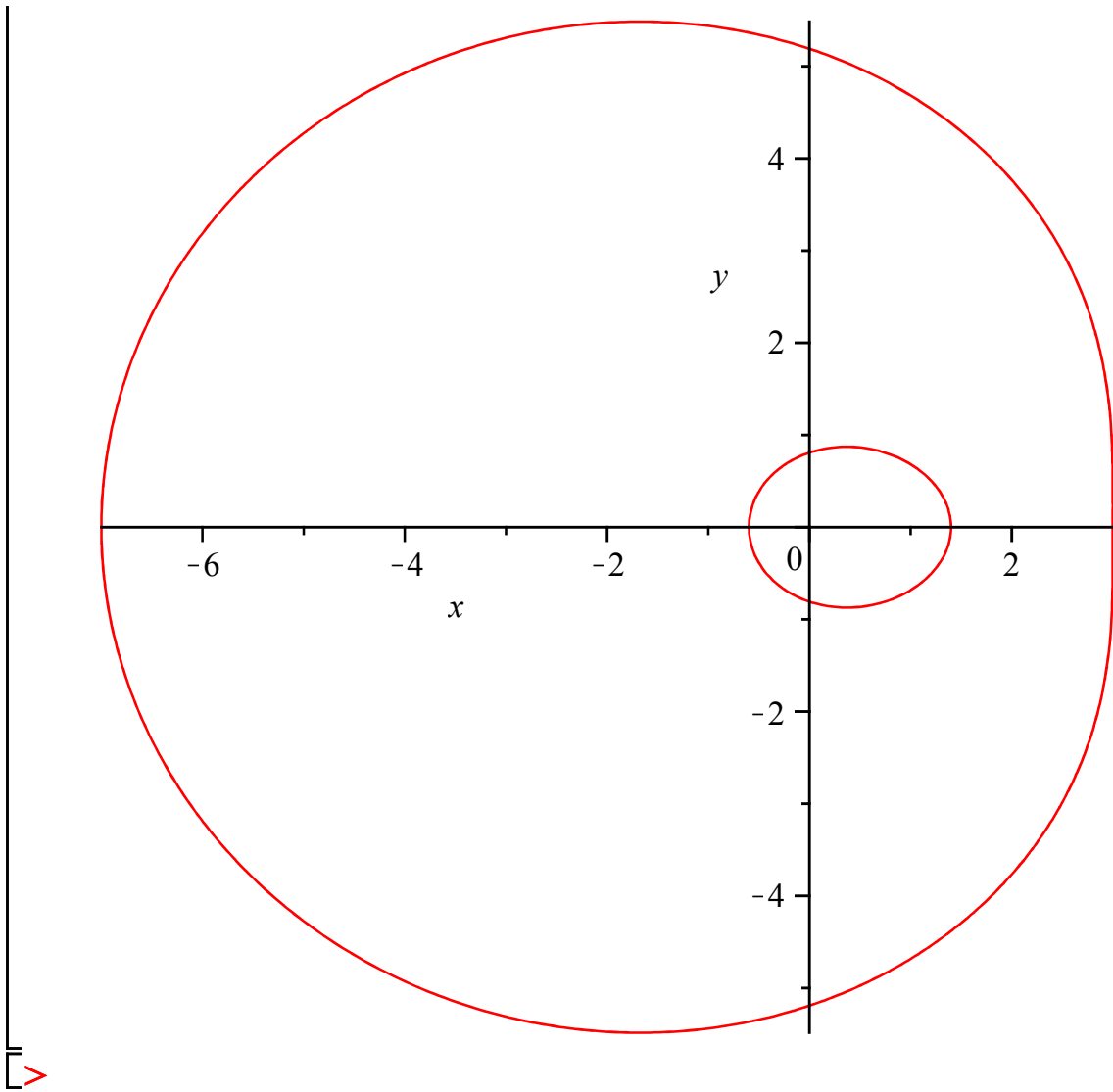
```
> n := 4:
```

```
> k := 10:
```

```
> c := 1:
```

```
> #:
```

```
> implicitplot  $\left( (m^2 - n^2)^2 \cdot \left( y^2 + \left( x + \frac{n^2 \cdot c}{m^2 - n^2} \right)^2 - \left( \frac{k^2 \cdot m^2 + k^2 \cdot n^2 + m^2 \cdot n^2}{(m^2 - n^2)^2} \right) \cdot c^2 \right)^2 = \right.$ 
 $\left. - \frac{8 \cdot k^2 \cdot m^2 \cdot n^2 \cdot c^3}{m^2 - n^2} \cdot \left( x + \frac{n^2 \cdot c}{m^2 - n^2} \right) + \frac{4 \cdot k^2 \cdot m^2 \cdot n^2 \cdot (k^2 + m^2 + n^2) \cdot c^4}{(m^2 - n^2)^2}, x = -20 .. 10, y = \right.$ 
 $\left. -10 .. 10, \text{numpoints} = 100000 \right);$ 
```



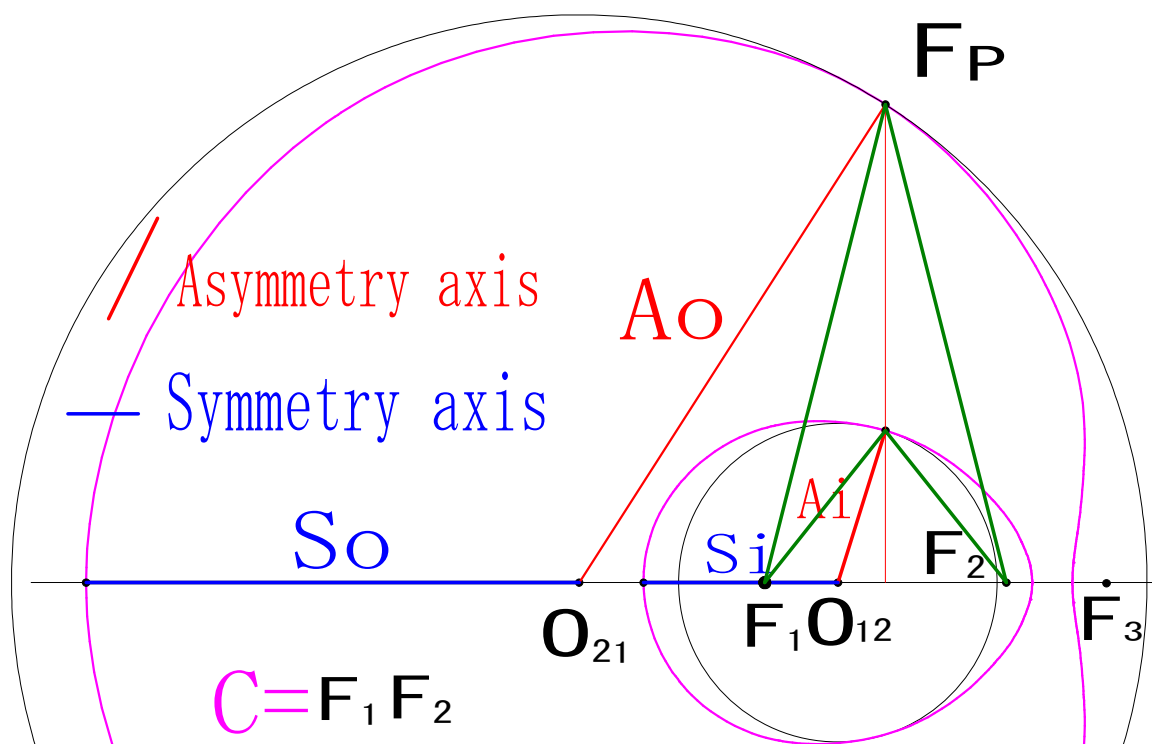
# Dovalの対称非対称軸長の不変式

$$\left(\frac{A_o}{S_o}\right)^2 + \left(\frac{A_i}{S_i}\right)^2 = 2$$

Dovalの定義式

$$m \mathbf{r}_1 \pm n \mathbf{r}_2 = k \mathbf{C}$$

の任意定数 ( $k > m > n > 0$ ) の値によらない



$$A_i = S_i * \sqrt{1 - E_r E_l} \quad S_i = k * c / (m + n) \quad E_r = m/k \quad E_l = n/k$$

$$A_o = S_o * \sqrt{1 + E_r E_l} \quad S_o = k * c / (m - n) \quad E_r = m/k \quad E_l = -n/k = -E_l$$

Aiは、中心から内分枝上までの最短距離の短軸である。

Ai, Aoの端点は、F1F2の垂直二等分線上

蛭子井博孝

## デカルトの卵形線の短軸および卵形面\*

蛭子井 博 孝\*\*

## 1. 序論

## 1. 1 はじめに

卵形は、かなり以前から、様々な人が考察の対象にしていたのであろう。にわたりの卵は、確かに興味ある形をしている。そのような卵形の定式化<sup>1),2)</sup>や図形のユークリッド幾何的性質や微分幾何的性質<sup>3)</sup>(凸閉曲線の頂点の数など)は、その図式化や定式化の過程をたどれば、おもしろい考察材料となろう。

特に、デカルトの卵形線の定義は、図式的に様々な定義される。ここでは、それに卵形線の性質として、短軸という概念を付加できたので報告する。さらに、卵形線の平面から空間への拡張として、卵形面を卵形線の一般化として、定義し得たので報告する。これは、対称断面としての卵形線の考察から導出できる。

なお、この小論は、1994年6th ICECGDGの原稿を多少手直したものである。特に、序論の部分を手直しし、卵形線の定義と短軸の定義との間の必然性を明らかにした。

## 1. 2 卵形線の定義

デカルトの卵形線は、「定円とその内側にある定点と、からの距離が等しいときの楕円の接線作図法(図

1)」を、図2のように発展させた楕円の拡張である。この定義の方法とその他の合せて3つの定義の方法を以下に述べる。その定義1と定義3は、小論<sup>4)</sup>に詳細が述べてある。

## 1. 2. 1 [定義1]

デカルトの卵形線は図3のように「一定円とその円内の定点からの距離の比が一定( $n/m$ )である曲線」と定義される。さて、この定義では、図3のように、定円の内外に条件を満たす曲線ができるが、それらをそれぞれ、卵形線の内分枝、外分枝と呼ぶ。本論では内分枝のみについて考える。ここで、一定点、定円を固定して、比だけを $0 < \frac{n}{m} < 1$ の条件で変化させると卵形線の大きさは変化し、図4のように $\frac{n}{m}=0$ となる円と $\frac{n}{m}=1$ となる楕円の間を埋めつくす曲線群となる<sup>5)</sup>。

しかし、これでは、定義にそった卵形線の長軸の長さが変化し、その曲線群全体に短軸を明確には、定義しにくい。なお、この定義は、ユークリッド幾何の範囲で、先達の人ですでに知っている可能性もある。

## 1. 2. 2 [定義2]

次に、デカルトの卵形線は、双極座標<sup>2)</sup>を用いて

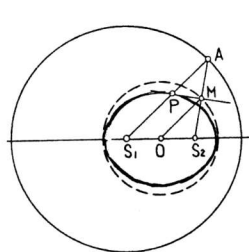


図1 楕円の接線

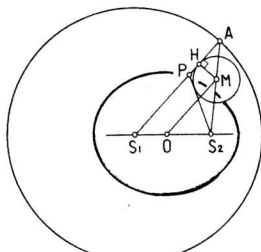


図2 図1の卵形線への拡張

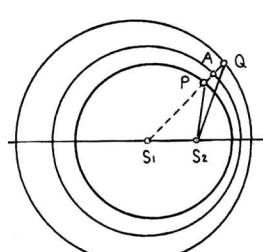


図3 卵形線 定義1

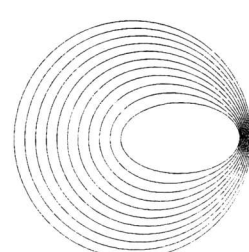


図4 円, 楕円間の卵形線群

\*平成7年1月9日受付

\*\*福山暁の星女子高校

$$mr_1 + mr_2 = kc \quad (1)$$

と定義される。図5のように、双極間の距離  $S_1S_2=c$  および2つの動径  $S_1P=r_1, S_2P=r_2$  が(1)式を満たして変化するとき、Pは卵形線を描く。ここで  $m, n, k$  は  $k > m > n > 0$  を満たす任意定数とする。なお、外分枝については  $mr_1 - mr_2 = kc$  で表される。

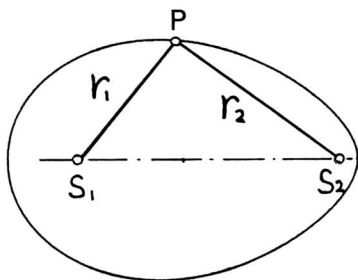


図5 卵形線 定義2

1. 2. 3 [定義3]

卵形線は、図6のように、一定円とその直径(2a)上に二定点(2極 or 2焦点と呼ぶ)を定めると、定まる。その作図方法を述べる。『円O(中心;半径=O;a)とその直径上の二定点  $S_1, S_2$  が与えられるとき、その二定点を通る平行線  $l_1, l_2$  を任意にひく。その2直線と定円の交点を  $N, N', M, M'$  とする。次に、 $S_1$  を通り直線  $OM$  と平行な直線を  $s$  とする。この  $s$  と直線  $MN$  の交点を  $P$  とする。(ここで、パップスの定理より  $ON/S_2P$ )、動直線  $l_1$  が、この関係を保ちつつ、1回転するとき、点  $P$  は、デカルトの卵形線を描く。』ここで、定円Oの半径  $a$  は、 $l_1$  が長軸と重なったとき、 $r_1, r_2$  は、連立方程式

$$\begin{cases} mr_1 + nr_2 = kc \\ r_1 - r_2 = c \end{cases}$$

を満たし、解は  $r_1 = \frac{k+n}{m+n}c$  となり、故に  $S_1S_2=c$ ,

$OS_1 : OS_2 = n : m$  より

$$\text{半径 } a = r_1 - OS_1 = \left(\frac{k+n}{m+n}\right)c - \left(\frac{n}{m+n}\right)c = \frac{k}{m+n}c$$

となる。ここで

$$e_L = \frac{OS_1}{a} = \left(\frac{nc}{m+n}\right) / \left(\frac{kc}{m+n}\right) = \frac{n}{k} \quad (\text{左離心率})$$

$$e_R = \frac{OS_2}{a} = \left(\frac{mc}{m+n}\right) / \left(\frac{kc}{m+n}\right) = \frac{m}{k} \quad (\text{右離心率})$$

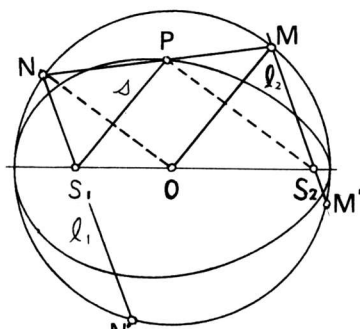


図6 卵形線 定義3

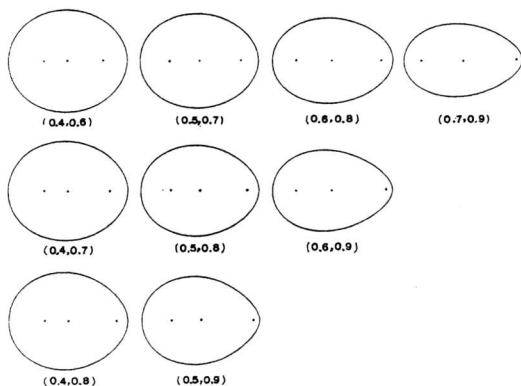


図7 卵形線の離心率による変化

が定義<sup>5)</sup>できる。

この  $e_L, e_R$  を条件  $0 \leq e_L \leq e_R \leq 1$  の範囲で、変化させると、図7のように様々な形の卵形が表される<sup>5)</sup>。

1. 2. 4 3つの定義の関係

さて、3つの定義を双極座標で考えてみると

[定義1]

$$R_0 \rightarrow S_1S_2 = c \rightarrow (n/m) \quad \Leftrightarrow \quad mr_1 + nr_2 = mR_0$$

$$\text{変換} \downarrow R_0 = \frac{k}{m}c \quad \uparrow c = \frac{m}{k}R_0$$

[定義2]

$$m \rightarrow n \rightarrow kc = K \quad \Leftrightarrow \quad mr_1 + nr_2 = kc$$

$$\text{変換} \uparrow a = \frac{kc}{m+n} \quad \downarrow k = \frac{a(m+n)}{c}$$

[定義3]

$$a \rightarrow e_L : e_R = n : m \quad \Leftrightarrow \quad mr_1 + nr_2 = a(m+n)$$

卵形線上の点Pが満たす、パラメータを用いた双極座標式を導くには、図8を参照すれば明かになる。このとき、次の関係式を用いて式を導出した。

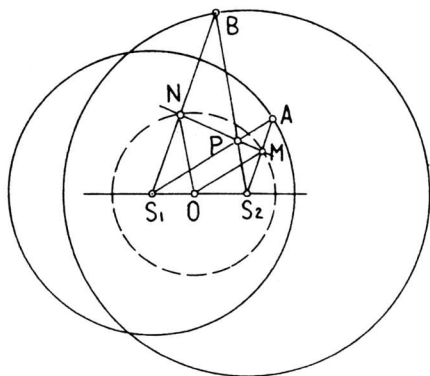


図8 定義1と3の関係

$$S_1P + \frac{n}{m}S_2P = S_1A \rightarrow mS_1P + nS_2P = mS_1A$$

また、各式の間の変換が、図式の↑、↓のようになることも、明らかである。

2. 卵形線の短軸

2. 1 短軸の定義とその位置

前節1.2.3.で考察したように、長軸がaで規格化されると、次の短軸概念が付加され意味をもつ。

2. 1. 1 [定義]

卵形線の短軸と言えは、長軸に垂直で、最も長い卵形線上の2点を結ぶ部分図9で定義することも考えられるが、それは、巾であって、楕円の一般化としては、図10のように、「短軸は、長軸の中点と卵形線上の点Pを結ぶ線分のうち、最も短いもの」と定義する。

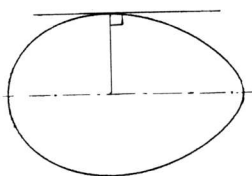


図9 卵形線の巾

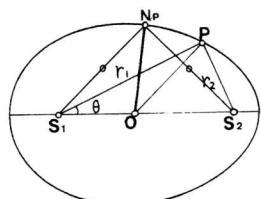


図10 短軸の定義

2. 1. 2 短軸の位置とその導出

$mr_1 + nr_2 = kc$  で定義されているとき、長軸（対称軸）の中点を原点Oとし、長軸方向をx軸、垂直方向をy軸とする。このとき、極間をcとすると、極の座標は、 $S_1O:OS_2 = n:m$  より、焦点  $S_1 = \left(\frac{-nc}{m+n}, 0\right)$ ,

焦点  $S_2 = \left(\frac{mc}{m+n}, 0\right)$  である。卵形線上の1点Pを  $(X, Y)$ ,  $\angle PS_1O = \theta$ ,  $S_1P = r_1$  とすると、線分の長さの2乗  $(OP^2)$  は

$$OP^2 = X^2 + Y^2 = \left(r_1 \cos \theta - \frac{nc}{m+n}\right)^2 + (r_1 \sin \theta)^2$$

$$\begin{cases} r_2^2 = r_1^2 + c^2 - 2r_1c \cos \theta \\ mr_1 + nr_2 = kc \end{cases}$$

まず  $r_2$  を消去して、次に  $\theta$  を消去すると

$$\begin{aligned} OP^2 &= r_1^2 - \frac{2nc}{m+n}r_1 \cos \theta + \left(\frac{nc}{m+n}\right)^2 \\ &= \frac{m}{n} \left(r_1 - \frac{kc}{m+n}\right)^2 + \frac{(k^2 - mn)}{(m+n)^2}c^2 \end{aligned}$$

となる。

上式は、 $r_1$  の2次式より、線分OPは、 $r_1 = \frac{kc}{m+n}$  のとき、最小値  $\sqrt{(k^2 - mn)c^2 / (m+n)^2}$  となり、これは、1.2.3の  $a = \frac{kc}{m+n}$ ,  $e_L = \frac{n}{k}$ ,  $e_R = \frac{m}{k}$  を用いて変形すれば、 $a\sqrt{1 - e_L e_R}$  となる。ところで

$\frac{kc}{m+n}$  は、卵形線の定義式  $mr_1 + nr_2 = kc$  における  $r_1 = r_2$  のときの  $r_1 = \frac{kc}{m+n}$  と一致する。ゆえに、短軸

の位置として、「卵形線の短軸は、焦点  $S_1, S_2$  から等距離にある卵形線上の点（近点と呼ぶ）と、中心を結ぶ線分である。」と定義できる。長さは、 $a\sqrt{1 - e_L e_R}$  である。

2. 2 卵形線の短軸の性質

2. 2. 1 卵形線の短軸が近点(Np)における卵形線の法線上にあること

図11におけるように、図6に更に、補助線  $S_1M, S_2N$  を引き、 $S_1M$  と  $S_2N$  の交点Tを求めると、直線PTは、Pにおける卵形線の法線である<sup>4),6),8)</sup>

ところで、点Pが  $N_p$  点、つまり  $r_1 = r_2$  であるとき図11は、図12のようになる。つまり、 $S_1S_2/MN$  となり、四角形  $S_1S_2MN$  が平行四辺形より、P,T,Oが一直線上にある。つまり、 $N_pO$  は、点  $N_p$  における卵形線の法線上にある。

2. 2. 2 短軸上の端点（近点）が微分幾何学的頂点でないこと

[理由] 卵形線の頂点<sup>7)</sup>は、図13のような作図で求める。つまり、図13のように、図6の  $e_L$  が  $l_1 \perp$



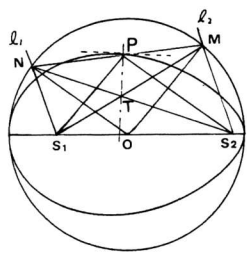


図11 卵形線の法線

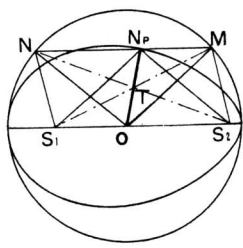


図12 短軸と法線

$S_1S_2$  のときであり、このとき、 $P$  は、頂点  $V$  となる。ここで  $e_L \neq e_R$  のとき、 $MN$  は、 $S_1S_2$  と平行でない。ゆえに、 $V \neq N_p$  となる。故に、 $N_p$  は、卵形線の頂点ではない。

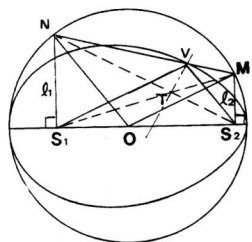


図13 卵形線の頂点

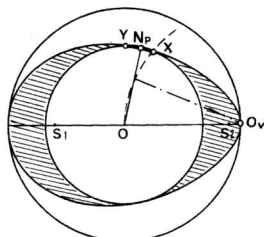


図14 同心円間の卵形線

2. 2. 3 短軸と長軸による卵形線のもともめ方

$O$  を中心とし、短軸の長さ  $a\sqrt{1-e_L e_R}$  を半径とする円（短軸補助円）は、2.1 節の定義および 2.2.1 節の性質より、卵形線に内接する円であり、長軸補助円は、卵形線に外接する円である。ゆえに、図 14 のように、二つの同心円の間に、卵形線は存在する。

逆に、『二つの同心円と内側の円周上の接点（近点）を与えると卵形線が定まる』この近点は、図 14 のように、短軸補助円上の太線円弧  $XY$  上にとることができる。ここで  $X$  は、短軸補助円と、円  $(O_v; O_vO)$  との交点である。

3. 卵形面について

3. 1 定義

卵形面は、卵形線の対称軸を回転軸として描けば、簡単に得られる。しかし、それでは卵形面の性質としては、対称軸および断面の卵形線の性質としてのものしか得られない。それで、次のように、卵形面を定義し、卵形線を拡張した。

[卵形面の定義]

1. 空間に任意の異なる 4 点  $(A, B, C, V)$  をとる。  
(同一平面上にない)
2. そのうちの 3 点  $(A, B, C)$  を含む平面  $(a)$  とする  
を定める。
3. 三角形  $ABC$  の外接円の中心を  $O_1$  とする。またこの外接円を  $C_1$  とする。
4. 4 点  $(A, B, C, V)$  の外接球の直径が  $VU$  となるように点  $U$  をとる。
5. 点  $V, U$  における外接球の接平面と、平面  $a$  との交線をそれぞれ、 $l_v, l_u$  とする。
6.  $\triangle ABC$  の外接円の中心  $O_1$  を通り、平面  $a$  に垂直な直線上に任意の動点  $M$  をとる。
7. 動点  $M$  を中心とし、円  $C_1$  を含む動球面  $(\beta_m)$  が一つ定まる。
8. ここで、直線  $l_u$  を含み、動球面  $\beta_m$  に接する平面  $(\pi_u)$  を一つ定める。この接平面  $\pi_u$  に平行でしかも、直線  $l_v$  を含む平面  $(\pi_v)$  が一つ定まる。
9. この平面  $\pi_v$  と動球面  $\beta_m$  との交円  $(C_m)$  が一つ定まる。
10. 9 の交円  $C_m$  は、点  $M$  を動かすとき、6 から 9 を繰り返すと、空間内を動く。その軌跡は、卵形面を描く。

これを 4 点  $(A, B, C, V)$  が定める卵形面という。

ここで、図 15 のように、直線  $l_v$  に垂直で、外接円の中心  $O_1$  を通る平面  $\gamma$  を定める。この平面  $\gamma$  と、直線  $l_u$ 、外接円  $C_1$ 、直線  $l_v$  との交線を順に  $O_0, S_1, S_2, S_3$  とすると、卵形面と平面  $\gamma$  の交線は、その 4 点を等距離円  $\gamma$  の中心、3 焦点として定まる卵形線である。

また、卵形面と平面  $a$  との交線は円である。

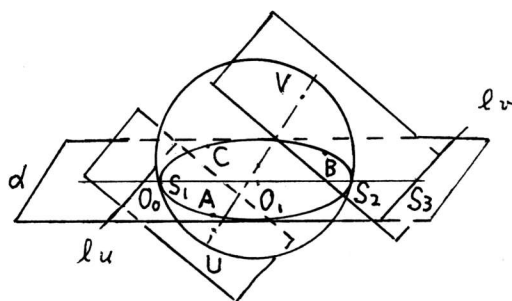


図15 卵形面定義の補助図

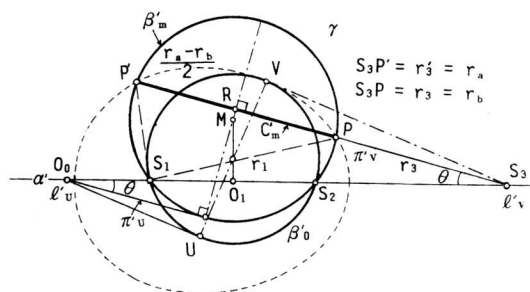


図16 卵形面補助立面図

3. 2 卵形面を表す式

定義の立面図, 図16において座標を次のようにとる。点S1を原点, 平面aをxy平面, 平面gammaをxz平面とすると, また, S1P=r1, ∠PS1S2=θとしS3P=r3とすると, 焦点S1, S3を用いる双極座標を用いる定義式<sup>4)</sup>より

$$nr_3 + kr_1 = \frac{m(k^2 - n^2)}{m^2 - n^2} c \quad (2)$$

$$r_1^2 = r_3^2 + S_1S_3^2 - 2r_3S_1S_3\cos\theta \quad (3)$$

(2), (3) に  $S_1S_3 = \frac{k^2 - n^2}{m^2 - n^2} c$  を代入して, r3について解く

$$r_3^2 + \frac{2(mn - k^2\cos\theta)c}{m^2 - n^2} r_3 + \frac{(k^2 - m^2)(k^2 - n^2)}{(m^2 - n^2)^2} c^2 = 0$$

r3の2次方程式の解をra, rbとすると

$$\left(\frac{r_a - r_b}{2}\right)^2 = \left(\frac{mn - k^2\cos\theta}{m^2 - n^2}\right)^2 c^2 - \frac{(k^2 - m^2)(k^2 - n^2)}{(m^2 - n^2)^2} c^2$$

ゆえに, 点Rを中心, 半径(r\_a - r\_b)/2の交円Cm上

の点Q(x, y, z)は

$$\begin{cases} x = \frac{c}{m^2 - n^2} \left\{ k^2 - n^2 - (k^2\cos\theta - mn)\cos\theta \right. \\ \quad \left. + \sqrt{(k^2\cos\theta - mn)^2 - (k^2 - m^2)(k^2 - n^2)} \cdot \cos\varphi\cos\theta \right\} \\ y = \frac{c}{m^2 - n^2} \sqrt{(k^2\cos\theta - mn)^2 - (k^2 - m^2)(k^2 - n^2)} \sin\varphi \\ z = \frac{c}{m^2 - n^2} \{ k^2\cos\theta - mn \\ \quad - \sqrt{(k^2\cos\theta - mn)^2 - (k^2 - m^2)(k^2 - n^2)} \cos\varphi \} \sin\theta \end{cases}$$

ここでφ=0~2π θは

$$-\cos^{-1}\left(\frac{mn + \sqrt{(k^2 - m^2)(k^2 - n^2)}}{k^2}\right) \leq \theta \leq \cos^{-1}\left(\frac{mn + \sqrt{(k^2 - m^2)(k^2 - n^2)}}{k^2}\right)$$

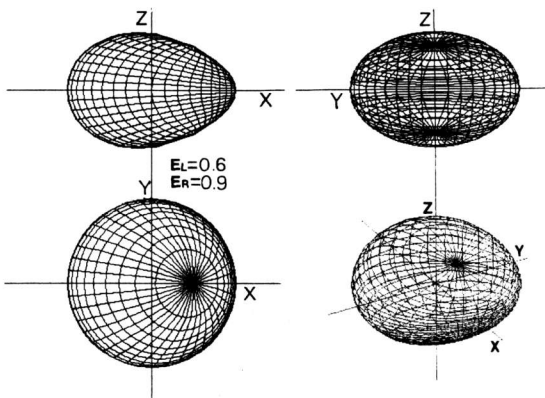


図17 卵形面のワイヤフレーム図

この点Q(x(φ, θ), y(φ, θ), z(φ, θ))が, 前節に定義した卵形面の媒介変数表示である。

3. 3 卵形面のワイヤフレーム図形

上式を用いて, 卵形面のワイヤフレーム図形の立面図(卵形線), 平面図(円), 側面図および見取図を図17に表す。

4. 結び

以上, 卵形線の短軸および卵形線の以下の性質がわかった。

- 1. 卵形線の中心と近点を結ぶ線分が短軸である。
- 1. 短軸は, 近点における卵形線の法線上にある。
- 1. 近点は, 焦点から等距離にある点である。
- 1. 近点は, 卵形線の頂点ではない。
- 1. 短軸の長さは,  $a\sqrt{1 - e_{LE}e_{RE}}$  (楕円  $a\sqrt{1 - e^2}$ ) である。
- 1. 短軸の傾きαは  $\cos\alpha = (e_R - e_L) / (2\sqrt{1 - e_{LE}e_{RE}})$  である。
- 1. 卵形線は, 2つの同心円(長軸補助円と短軸補助円)の間に存在する。

また, 卵形面の定義を構成幾何学的に述べ, さらに式と図で表現できた。その性質として, 2つの対称面(円と卵形線)もつことが解った。さらに, 卵形面は, 空間4次凸曲面であることがいえる。

以上, デカルトの卵形線を構成幾何学的に考察し, その短軸を発見し, また, 空間への拡張を定義し得た。

これらの卵形線の追求が, 楕円がそうであるように, 数理物理学や天文学等に应用できることを期待した。

## 参考文献

- 1) デカルト著, 河野伊三郎訳; “デカルトの幾何学” 白林社, 1949年
- 2) ロックウッド著, 松井政太郎訳; “カーブ”; みすず書房, 1964年
- 3) 窪田忠彦著, “微分幾何学”; 岩波全書, P.201~P.234, 1967年
- 4) 蛭子井博孝; “デカルトの卵形線の二・三の性質”; 図学研究, 12, P.35~P.49, 1973年
- 5) 蛭子井博孝; “デカルトの卵形線に関する考察(計算機援用作図による比較検討)”; “図学研究, 37, P.9~14, 1985年
- 6) 蛭子井博孝; “デカルトの卵形線に関する考察(その幾何学的構図)”; 図学研究, 49, P.9~14, 1990年
- 7) 蛭子井博孝; “デカルトの卵形線の曲率円”; 図学研究, 19, P.7~11, 1976年
- 8) 栗田 稔, “いろいろな曲線”; 共立出版, P.91, 1969年

## 付 記

小論4) に述べているように, 本文中(2)式について, 卵形線が,  $mr_1 + nr_2 = kc$  で与えられるとき

$$S_1 S_2 = c, S_1 S_3 = \frac{k^2 - n^2}{m^2 - n^2} c, S_2 S_3 = \frac{k^2 - m^2}{m^2 - n^2} c$$

とする。その一直線上の3点  $S_1, S_2, S_3$  を3焦点(極)として, その2つの点

$S_1, S_3$  を極とする双極座標の定義式は,

$$nr_3 + kr_1 = m \frac{k^2 - n^2}{m^2 - n^2} c$$

$S_2, S_3$  を極とする双極座標の定義式は,

$$-kr_2 + mr_3 = n \frac{k^2 - m^2}{m^2 - n^2} c \quad \text{と表される。}$$

つまり,  $r_1, r_2$  あるいは,  $r_2, r_3$  あるいは  $r_3, r_1$  のどれでも同じ卵形線を表す。

### Minor Axis of the Oval of Descartes and Ovaloid Ebisui, HIROTAKA

Descartes' oval is defined as  $mr_1 + nr_2 = kc$  by using bipolar coordinates. Where, if  $m=n$ , it is ellipse. According to this definition and a number of the properties, it can be said that the Descartes' oval is essential extension of ellipse.

This time, the minor axis of oval that has the similar properties to those of the minor axis of ellipse is found. This minor axis is the segment connecting the middle point  $O$  of the major axis (the axis of symmetry) of oval and the point  $N_p$  on the oval, which is at the shortest distance from the point  $O$ . The length of this minor axis is expressed by  $a\sqrt{1 - e_L e_R}$ , where  $a$  is a half of the length of the major axis, and  $e_L$  and  $e_R$  are left and right eccentricities, respectively. As for this minor axis, its proof and a number of the properties are discussed.

Next, the method of defining ovaloid which is convex, closed curved surface in space by extending the oval on plane is found, therefore, it is reported. This ovaloid has, as the contours of the orthographic projection from three directions, circle, Descartes' oval and a fourth order curve like ellipse. Further, the parametric expression of this ovaloid is derived. In this way, the new properties of oval are able to be added, therefore, it is reported.

# デカルトの卵形線 (D-oval)

Hiroataka EBISUI

Oval Research Center

**要約:**ここでは、デカルトの卵形線 (D-oval) について、D-oval の定義、性質、定理等の今までの成果と新しい成果を報告する。さらに、D-oval を直極点の拡張定理を用いて拡張した Chocoid の共焦点な曲線のグラフを示す。これは、Maple ソフトで描いている。さらに、D-oval のもうひとつの拡張である Tajicoid についても、その定義方法とグラフを示す。最後に、D-oval の課題についてもふれる。

**Keywords:** D-oval , 共焦点, chocoid, Tajicoid, Maple, Photron Rapid cad

## 1. はじめに

われわれは、閉曲線にはなじみがあるが、2重閉曲線はおなじみではない。ここで、我々は D-oval を卵形線の内外分枝両方を一緒にしたものと定義します。内部のカーブ(部分)は常に卵形線であるか、あるいは凸です。これは D-oval がオバールとして呼ばれていた理由です。けれども外部のカーブは常に凸であるというわけではありません。その条件は  $E_r + E_l < 1$  のとき、それは凸です (Fig.1).

vertex の曲率を問題解決のために使います)。我々は D-oval の定義あるいは作図定理の多くの方法を見出すことができます。それらの2個は記憶されるべきです。この理由はそれらが基本的で、そして重要であるということです。それを使って、我々は D-oval を定義することができます、しかし、さらに多くの D-oval の特性を研究しています。今回は、我々は、D-oval の研究されている構図、構造、表現に言及し、それらについてここで要約することにします。

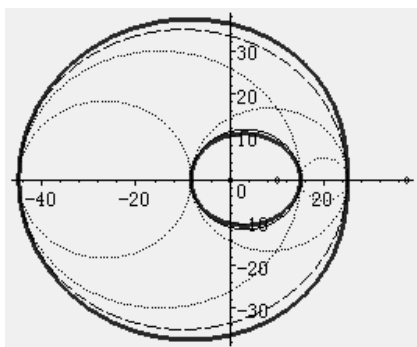


Fig.1 内外分枝共に凸の D-oval

## 2. D-oval の定義と定理

### 2.1 定義 1

まず、2つの円とその中心を通過する1つの平行線を与えます。そして、平行線と対置する円上の交点と残りの円の中心を結びます。それで2つの半径が作られます、そして、その交点が現われます。

平行線が、中心の通りながら一回転するとき、このポイントは、2つの円の大きさが等しいならば Ellipse が

(Fig.2) 現われて、そして、等しくないならば、卵形線が出現します。それでこの卵形線は Ellipse の純粹な拡張と呼ばれることができます。

もし我々が正確にその構図を検討するなら、後の場合で、2交点が現われる、そして、それらは内部分枝と、外部分枝を描きます、すなわち二重の閉じられたカーブ (D-oval) (Fig.3) が得られます。

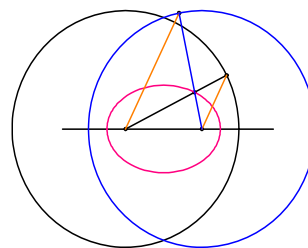


Fig.2 Ellipse (2つの半径が等しい円を使う)

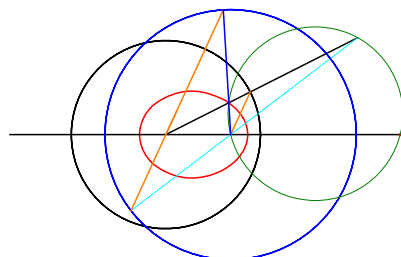


Fig.3 D-oval (2つの半径が異なる円を使う)

2. 2 円とその相似中心を通る平行線より、D-oval を描くこと。

2 円とその相似中心を通る平行線の交点を求める。このとき、2つの円周上に8個の交点を得ることができます。8交点の中から内円、外円上の2対の点を選択し、そして、次に、2対の点を結んで、そして2つの線を決定します。それらは直交します。上の状況において4つの直交点が現われます。(図4参照) そして、平行線が、一回転するとき、それらの2つが、D-oval の内分枝を描きます、残りは外分枝を描きます。一回転するとき同じ構図を保持します。この証明は、文献1にあります。

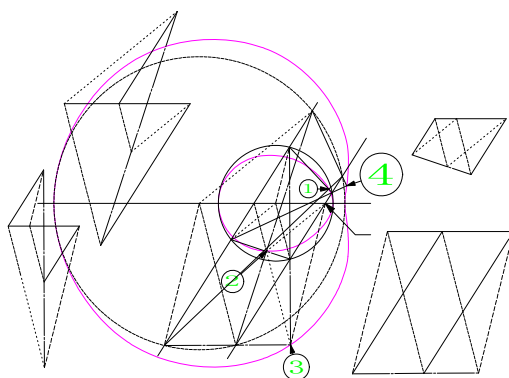


Fig.4 . 二つの補助円による D-oval

D-oval は2つの補助円によって明確にされます (Pappus 定理の4つの周囲の構図が、この証明を助けます)

2.3 D-oval の定理

2.3.1 3焦点を持つこと

\* 3つの焦点を見いだす 6 円の方法。

Fig. 5 におけるように、1つの中心線を持つ3つの接円を1列に描いて、その2つずつの外部に接する円を描きます、それから、3つの円の外部に接する円を描きます。この6つの円の真ん中にある円と一番大きな外側にある円が、Fig. 4 の2つの円に対応します。6つの円の中心から、中心線に垂線をたて、半径または、直径を引きます。そして、図のように、端点を結べば、中心線上に、3つの交点ができます。それが、3焦点です。2つずつの円の選び方に注意してください。

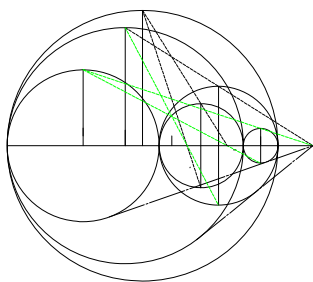


Fig.5. 6 円から定義される 3 焦点

2.3.2 D-oval に関する 4 軸の定理

楕円は、短軸を持つ。10 年前、楕円と同様の卵形線の短軸を見つけた。その後、D-oval の4軸についての定理を見つけた。

[定理] Si,Ai,So,Ao は、次の不変式を満たす。

$$\left(\frac{Ai}{Si}\right)^2 + \left(\frac{Ao}{So}\right)^2 = 2$$

これは、定義する円の半径に無関係な式である。ここで Si は 内対称長軸。Ai は内非対称短軸。

So,Ao は、外対称長軸、外非対称短軸。

内分枝と外分枝では、長軸と短軸が、反対になっている。また、. Si,Ai,So,Ao は、D-oval の4つの接円の半径である。

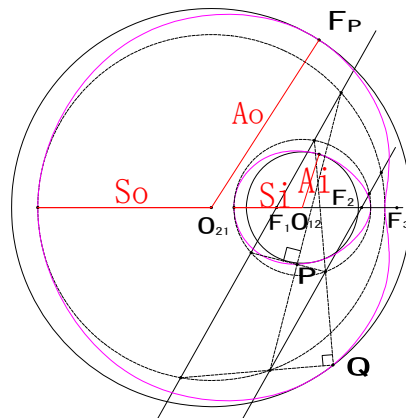


Fig.6 4 軸 So,Ao,Si,Ai の関係

2.4 D-oval 方程式の標準形

D-oval はつぎの双極座標で定義される。

$$mr_1 \pm nr_2 = kc$$

上式は、次の x-y 座標の標準形に変換される。

$$(m^2 - n^2)^2 \left\{ y^2 + X^2 - \frac{(k^2 m^2 + k^2 n^2 + m^2 n^2) c^2}{(m^2 - n^2)^2} \right\}^2 = -\frac{8k^2 m^2 n^2 c^3}{m^2 - n^2} X + \frac{4k^2 m^2 n^2 (k^2 + m^2 + n^2) c^4}{(m^2 - n^2)^2}$$

$$X = x + \frac{n^2 c}{m^2 - n^2}$$

2.5. D-oval の他のいくつかの性質

この説では、いくつかの性質や定理を証明なしで述べる。

2.5.1. 右離心率、左離心率で卵形線 D-oval の形は決まる。内分枝(ER,EL) と外分枝 (ER,-EL) である。

2.5.2. 短軸端点は、D-oval の頂点ではない。微分幾何学的には、未知の意味を持つ。

2.5.3. 非対称軸の垂直 2 等分線は、第三焦点を通る。この定理は、第三焦点の位置の定義に利用できる。

2.5.4. 卵形線をすべての卵形の近似に利用できない。ハンガリーの Dr G.F.NAGY と私で、この結果を得た。つまり、鳥の卵は、D-oval の内分枝の形より多様である。

2.5.5. 共焦点な D-oval がある。2 焦点、または、

3 焦点を共有する D-oval が書ける。

### 3. D-OVAL の拡張曲線

今まで、D-oval.の性質について述べてきた。ここでは、同様の構造を持つ拡張曲線について簡単に述べる。

#### 3.1 Chocoid

D-oval の一つの拡張として Chocoid と名付けた 3 以上の焦点を持つ曲線が定義できる。図 7 の構図を使う。図 7 において、5 つの点  $F_1, F_2, F_3, F_4, F_5$  を用いる拡張された直極点の定理が利用される。さらに、点  $O$  と垂線  $h_1, h_2, h_3, h_4, h_5$ 、と動円  $OT$  を用いる  $F_6$ 、 $h_6$  は、 $O, F_1$  から  $F_5$  によりきまる。  $T$  が  $F_3$  より右で、直線  $g$  上を無限遠点まで動くとき Chocoid の一部を描く。

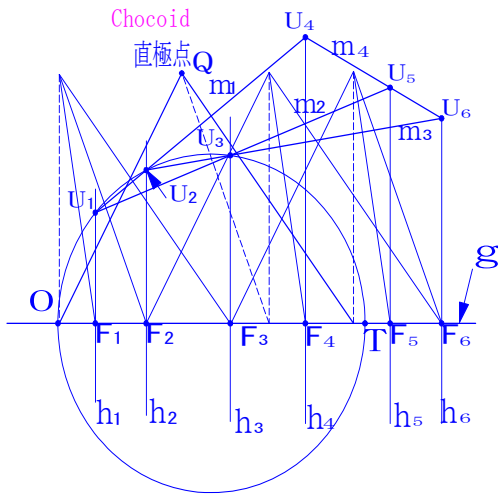


Fig.7. chocoid の定義の構図.

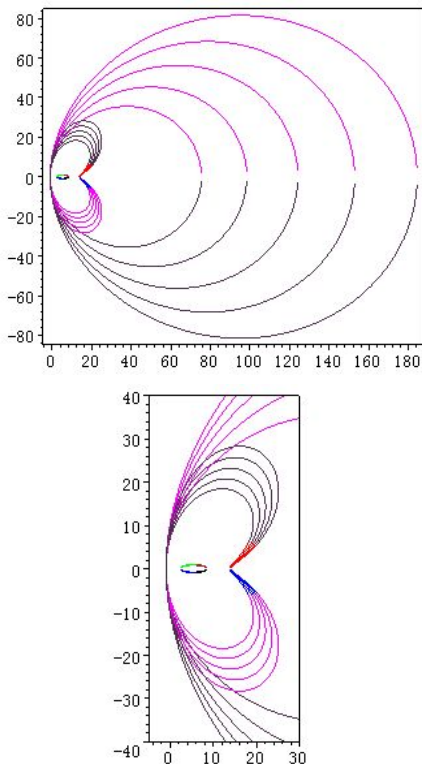


Fig.8. 共焦点 chocoids (下は上の図の詳細ビュー)

#### 3.2 Tajicoid

第 10 回の ICGG で Tajicoid について報告した。ここでは、その定義に用いる図と Tajicoid のグラフを示す。

An extensional property of Simson lines which define the oval

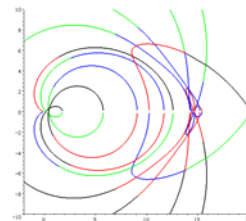
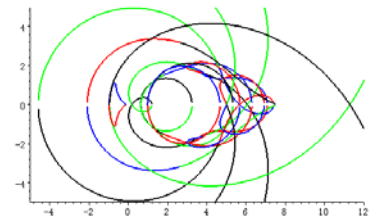
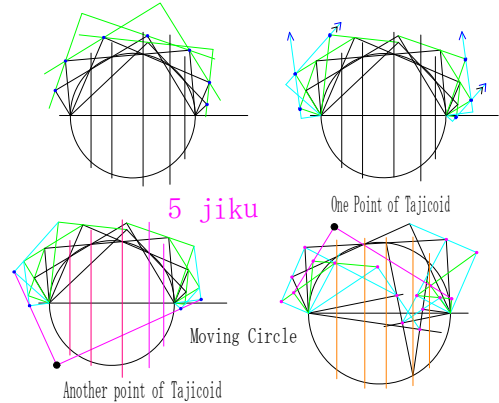


Fig.9 定義図と Tajicoid (INSIDE VIEW)

ここで Tajicoid のパラメータ  $x_1, x_2, x_3, x_4, x_5$  を持つプログラムを示す。

```
> # tajicoid-no1.5-2.5+2004-3-11 by H.E:
> #x=0-kitemn,shouten x1,x2,x3,x4,x5
> #(X1,Y1) to (X2,Y2) wo tooru Line he (0,0) yori kudasita
suisen no asi (XP,YP):
> restart:
> with(plots):
XP:=(Y1*X2-X1*Y2)*(Y1-Y2)/((X1-X2)^2+(Y1-Y2)^2):
YP:=(X1*Y2-Y1*X2)*(X1-X2)/((X1-X2)^2+(Y1-Y2)^2):
> qx12:=subs(X1=x1,Y1=y1,X2=x2,Y2=y2,XP):
> qy12:=subs(X1=x1,Y1=y1,X2=x2,Y2=y2,YP):
> qx23:=subs(X1=x2,Y1=y2,X2=x3,Y2=y3,XP):
> qy23:=subs(X1=x2,Y1=y2,X2=x3,Y2=y3,YP):
> qx34:=subs(X1=x3,Y1=y3,X2=x4,Y2=y4,XP):
```

```

> qy34:=subs(X1=x3,Y1=y3,X2=x4,Y2=y4,YP):
> qx45:=subs(X1=x4,Y1=y4,X2=x5,Y2=y5,XP):
> qy45:=subs(X1=x4,Y1=y4,X2=x5,Y2=y5,YP):
>
> rx12:=subs(X1=qx12,Y1=qy12,X2=qx23,Y2=qy23,XP):
> ry12:=subs(X1=qx12,Y1=qy12,X2=qx23,Y2=qy23,YP):
> rx23:=subs(X1=qx23,Y1=qy23,X2=qx34,Y2=qy34,XP):
> ry23:=subs(X1=qx23,Y1=qy23,X2=qx34,Y2=qy34,YP):
> rx34:=subs(X1=qx34,Y1=qy34,X2=qx45,Y2=qy45,XP):
> ry34:=subs(X1=qx34,Y1=qy34,X2=qx45,Y2=qy45,YP):
>
> sx12:=subs(X1=rx12,Y1=ry12,X2=rx23,Y2=ry23,XP):
> sy12:=subs(X1=rx12,Y1=ry12,X2=rx23,Y2=ry23,YP):
> sx23:=subs(X1=rx23,Y1=ry23,X2=rx34,Y2=ry34,XP):
> sy23:=subs(X1=rx23,Y1=ry23,X2=rx34,Y2=ry34,YP):
> # (X1,Y1) to (X2,Y2) wo tooru Line he (XS,0) yori kudasita
suisen no asi (XP,YP):!
s:=(-X1*X2+X1^2+Y1^2-Y1*Y2+XS*(X2-X1))/((X1-X2)^2+(Y1-Y
2)^2):
> XP:=s*(X2-X1)+X1:
> YP:=s*(Y2-Y1)+Y1:
>
> qx21:=subs(X1=x1,Y1=y1,X2=x2,Y2=y2,XP):
> qy21:=subs(X1=x1,Y1=y1,X2=x2,Y2=y2,YP):
> qx32:=subs(X1=x2,Y1=y2,X2=x3,Y2=y3,XP):
> qy32:=subs(X1=x2,Y1=y2,X2=x3,Y2=y3,YP):
> qx43:=subs(X1=x3,Y1=y3,X2=x4,Y2=y4,XP):
> qy43:=subs(X1=x3,Y1=y3,X2=x4,Y2=y4,YP):
> qx54:=subs(X1=x4,Y1=y4,X2=x5,Y2=y5,XP):
> qy54:=subs(X1=x4,Y1=y4,X2=x5,Y2=y5,YP):
>
> rx21:=subs(X1=qx21,Y1=qy21,X2=qx32,Y2=qy32,XP):
> ry21:=subs(X1=qx21,Y1=qy21,X2=qx32,Y2=qy32,YP):
> rx32:=subs(X1=qx32,Y1=qy32,X2=qx43,Y2=qy43,XP):
> ry32:=subs(X1=qx32,Y1=qy32,X2=qx43,Y2=qy43,YP):
> rx43:=subs(X1=qx43,Y1=qy43,X2=qx54,Y2=qy54,XP):
> ry43:=subs(X1=qx43,Y1=qy43,X2=qx54,Y2=qy54,YP):
>
> sx21:=subs(X1=rx21,Y1=ry21,X2=rx32,Y2=ry32,XP):
> sy21:=subs(X1=rx21,Y1=ry21,X2=rx32,Y2=ry32,YP):
> sx32:=subs(X1=rx32,Y1=ry32,X2=rx43,Y2=ry43,XP):
> sy32:=subs(X1=rx32,Y1=ry32,X2=rx43,Y2=ry43,YP):
>
> # (sx12,sy12)-(sx23,sy23)=line kouten(XK,YK)
(sx21,sy21)-(sx32,sy32)=line:
XK:=-(sx12*sy23-sy12*sx23)*(sx21-sx32)-(sx21*sy32-sx32
*sy21)*(sx12-sx23)/((sy12-sy23)*(sx21-sx32)-(sy21-sy32
)*(sx12-sx23)):

```

```

YK:=((sy12-sy23)*(sx21*sy32-sx32*sy21)-(sy21-sy32)*(sx1
2*sy23-sx23*sy12))/((sy12-sy23)*(sx21-sx32)-(sy21-sy32
)*(sx12-sx23)):
> j:=0:
> colorpared:=[black,red,blue,green]:
> for i1 from -1 to 1 by 2 do
for i2 from -1 to 1 by 2 do
for i3 from -1 to 1 by 2 do
for i4 from -1 to 1 by 2 do
for i5 from -1 to 1 by 2 do j:=j+1:
XD:=subs(XS=t,x1=1.5,y1=i1*sqrt(1.5*t-1.5^2),x2=2.5,y2=
i2*sqrt(2.5*t-2.5^2),x3=3,y3=i3*sqrt(3*t-3^2),x4=4,y4=i
4*sqrt(4*t-4^2),x5=5,y5=i5*sqrt(5*t-5^2),XK):
YD:=subs(XS=t,x1=1.5,y1=i1*sqrt(1.5*t-1.5^2),x2=2.5,y2=
i2*sqrt(2.5*t-2.5^2),x3=3,y3=i3*sqrt(3*t-3^2),x4=4,y4=i
4*sqrt(4*t-4^2),x5=5,y5=i5*sqrt(5*t-5^2),YK):
T[j]:=plot([ XD,YD,t=5..infinity],view=[-15..15,-15..15
],numpoints=100,color=colorpared[(i4+3)+(i5+3)/2-2]):
od;od;od;od;od;
> display ({seq(T[j],j=1..32)});# by H.E:

```

#### 4. むすび

ここでは、D-oval とその拡張について述べてきた。その Tajicoid と Chocoid は、ここで示したものよりさらに高度の連鎖のものに拡張される。しかし、それは、現在の PC では、CPU のスピードやメモリーの制約で、かなり難しい。しかし、それでも、もし拡張されたなら興味ある形が、得られるだろう。最後に、D-oval の未解決問題を二、三あげることにする。

1. D-oval の拡張において、離心率は、どのようになるか?
2. D-oval の離心角とは何であるか?

楕円においては、 $x=a*\cos(s)$ ,  $y=b*\sin(s)$  における  $s$  であるが、

#### 5. 参考文献

1. 蛭子井博孝；“卵形線の離心率と凹凸形状” 1999 年日本図学会九州支部会予稿集
2. 蛭子井博孝；“Two Kinds (Chocoid, Tajicoid) of Curves Extended From The Oval” , Proc. of 10<sup>th</sup> ICGG 2002, Kyiv, Ukraine
3. 蛭子井博孝；“An Extension to Fourth Order Surfaces By The Oval With 3 Inversion Points” , Proc. of 8<sup>th</sup> ICGG 1998, Austin,Texas,USA.

えびすいひろたか

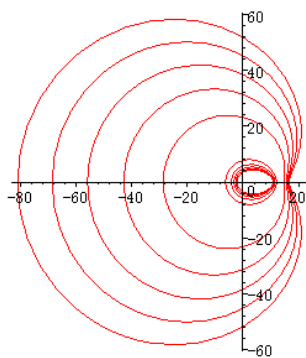
阪大応物出身、現在 Free の研究者 研究テーマ“ What is D-oval?& it's Application.”E-mail [dovaloid@movie.ocn.ne.jp](mailto:dovaloid@movie.ocn.ne.jp)  
Tel&Fax +81-827-22-3305 <http://aitoyume.de-blog.jp/>

# About Oval (Doval)

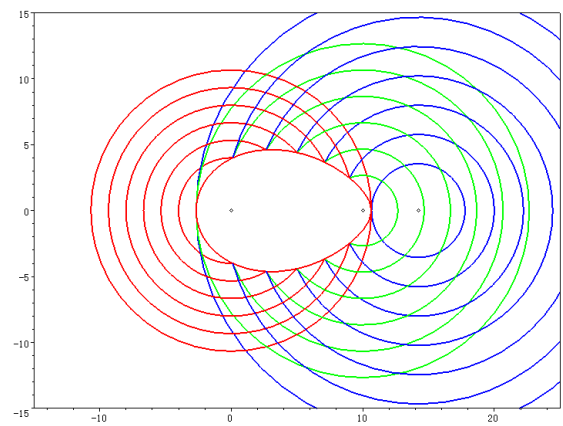
Hiroataka Ebisui

Oval Research Center

IWAKUNI near HIROSHIMA



Confocal Doval  
共焦点 Doval



Three focus points  
Trade Mark ( $E_R=0.9, E_L=0.6$ )



# 1. Introduction

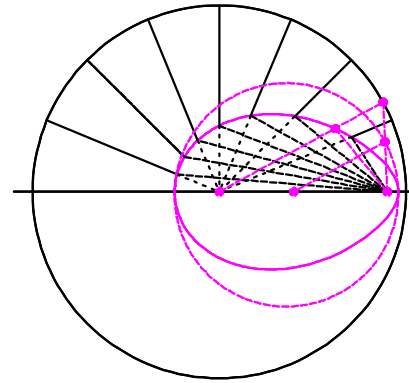
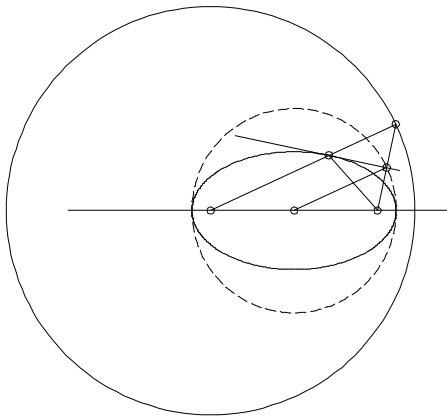


Fig.1. Composition of Tangent on Ellipse Fig.2. Oval extended from Ellipse

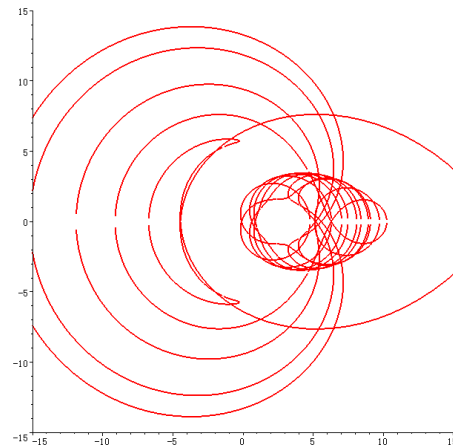
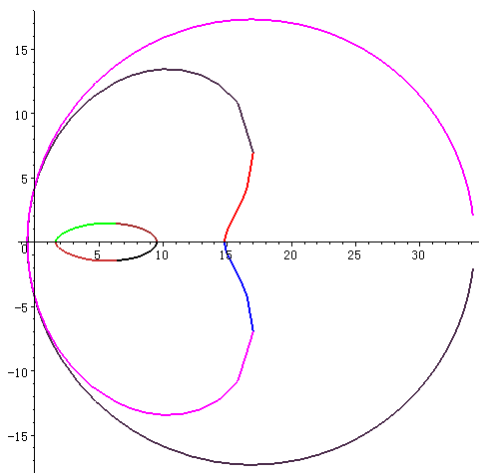


Fig.3. Chocoid extended from Doval

Fig.4. Tajicoid extended from the Oval

Tangent line is a perpendicular bisector in Fig.1

We extend bisector(1:1) to (n:m), then Oval is obtained.

When ratio is (n:m), then DOVAL(theOval) is also defined

by  $mR1 \pm nR2 = k c$ .

But Chocoid and Tajicoid have not yet a simple equation. It can be only defined by Maple Program which is made by Definition-Composition of Chocoid and Tajicoid respectively.

## 2. Definition of Doval

We call inner and outer part of Oval as **DOVAL**

Inner and Outer Part of the Oval = **Doval**

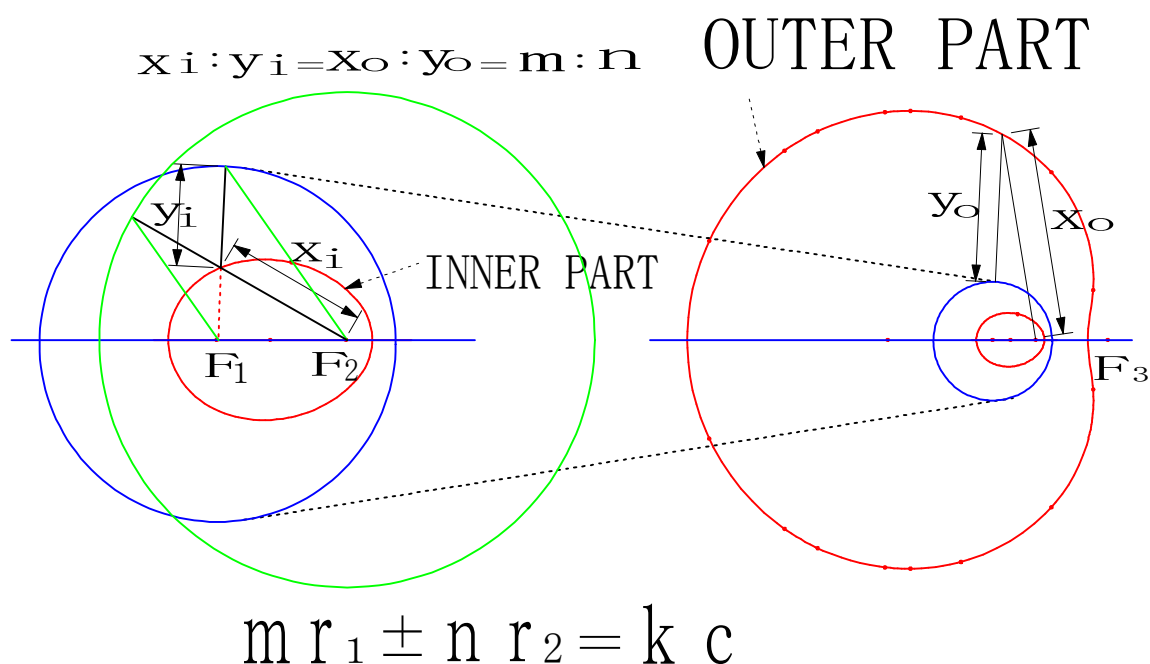


Fig.4. Definition of Doval using Ratio and Director Circle

Radius of Director circle =  $kc/m$ ,  $kc/n$

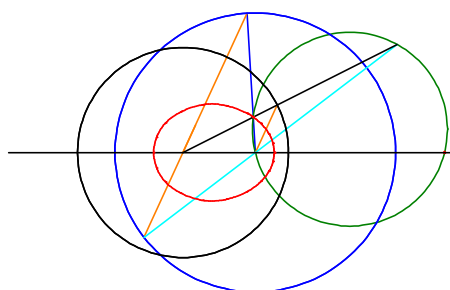


Fig.5 Doval innerpart defined by two director circles

## 2' DOVAL DEFINITION

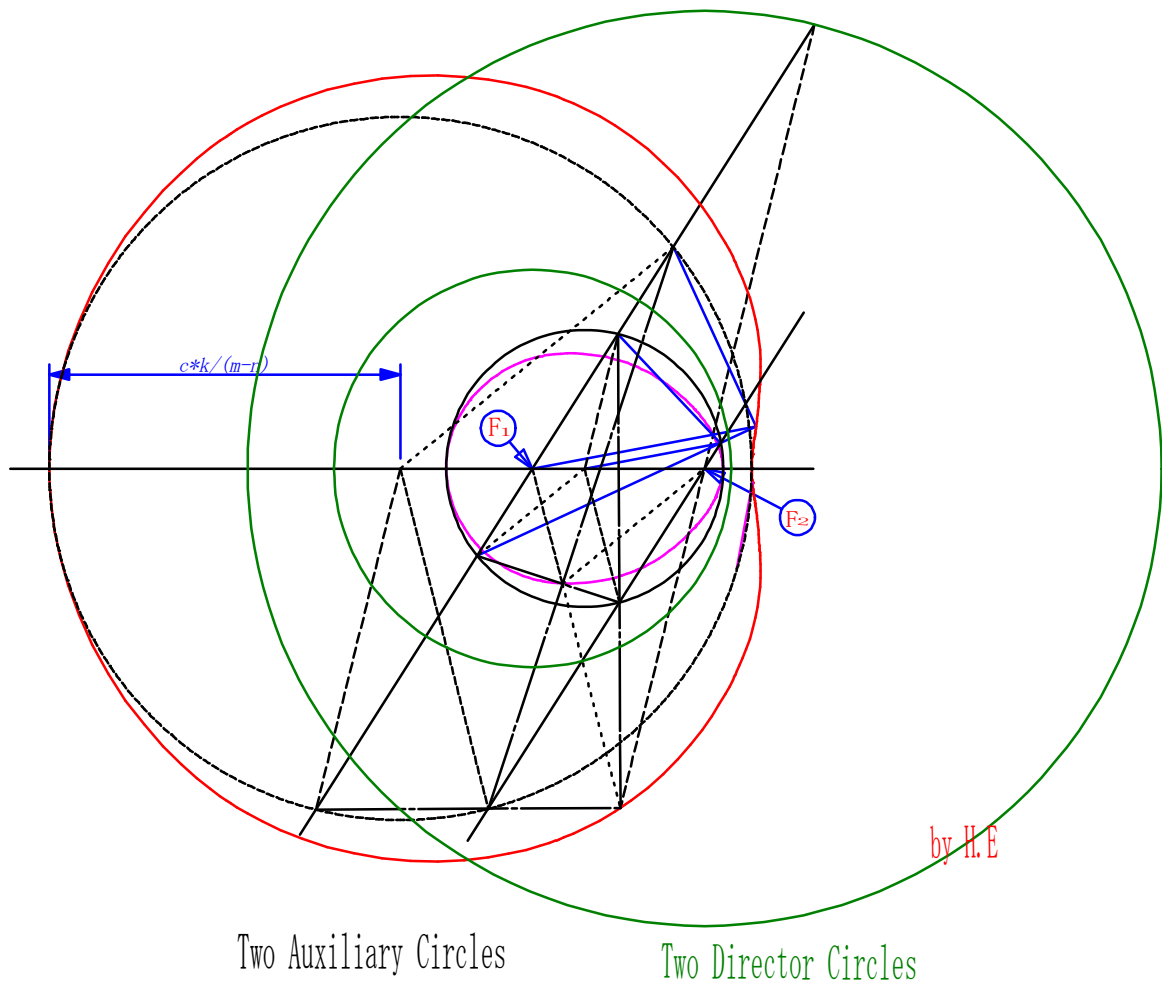


Fig.6 Doval defined by Two Auxiliary Circles

### 3. Distance between Main Points of Doval

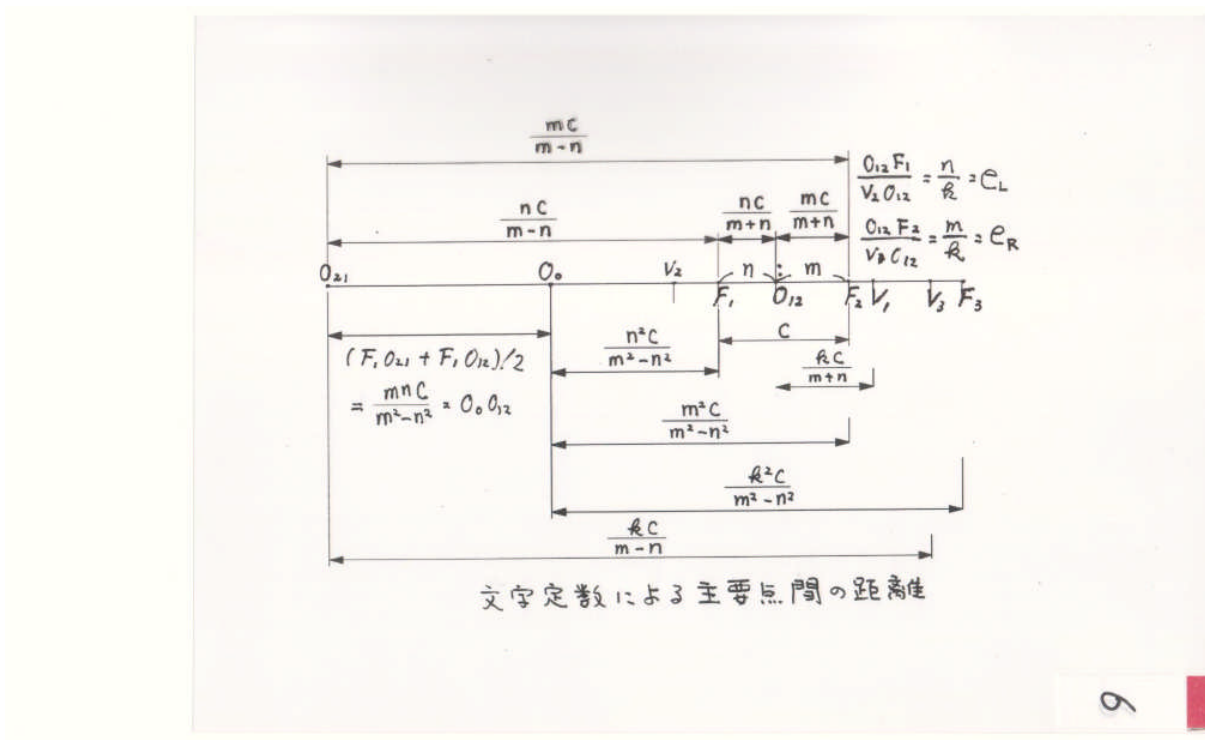


Table 1

\*We assume Doval is defined by  $mr_1 \pm nr_2 = kc$

\* $O_{21}, F_1, O_{12}, F_2$  : harmonic range of Points

\* $O_0$  : Middle Point between two CENTERS OF auxiliary Circles (or named Center of equivalent Circles)

\*Pairs of these four  $O_0, F_1, F_2, F_3$  on a line define Doval.

Main result of this figure is  $O_0F_1 = \frac{n^2}{m^2 - n^2}c$

$$O_0F_2 = \frac{m^2}{m^2 - n^2}c$$

$$O_0F_3 = \frac{k^2}{m^2 - n^2}c$$

Radius of three equivalent Circle

$$E_1 = \frac{mn}{m^2 - n^2}c, \quad E_2 = \frac{kn}{m^2 - n^2}c, \quad E_3 = \frac{km}{m^2 - n^2}c$$

4. PROPOSITION

HOUSESUKOTEN

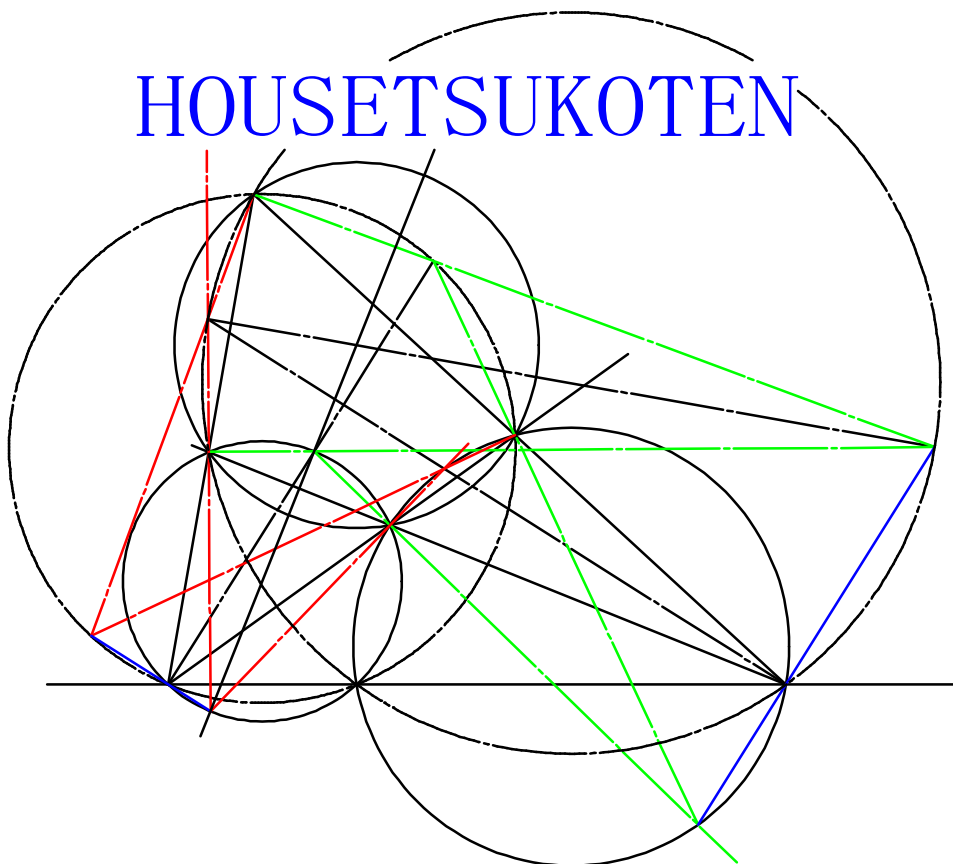


Fig.7. Green lines are tangent of Doval.

Red lines are normal lines of Doval

---STANDARD FORM OF Doval Equation---

$mr_1 \pm nr_2 = kc$  is transformed to followings

$$(m^2 - n^2)^2 \left\{ y^2 + X^2 - \left( \frac{k^2 m^2 + k^2 n^2 + m^2 n^2}{(m^2 - n^2)^2} \right) c^2 \right\}^2$$

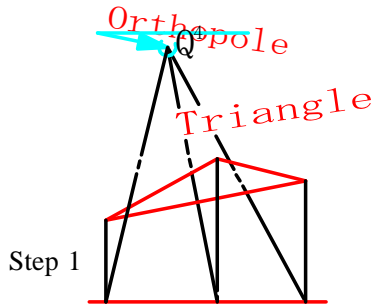
$$= - \frac{8k^2 m^2 n^2 c^3}{m^2 - n^2} X + \frac{4k^2 m^2 n^2 (k^2 + m^2 + n^2) c^4}{(m^2 - n^2)^2}$$

$$X = x + \frac{n^2 c}{m^2 - n^2}$$

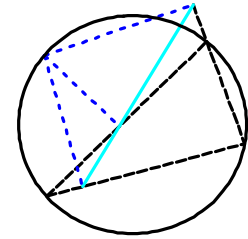
by H.E

# 5. Infinity Chain Theorem

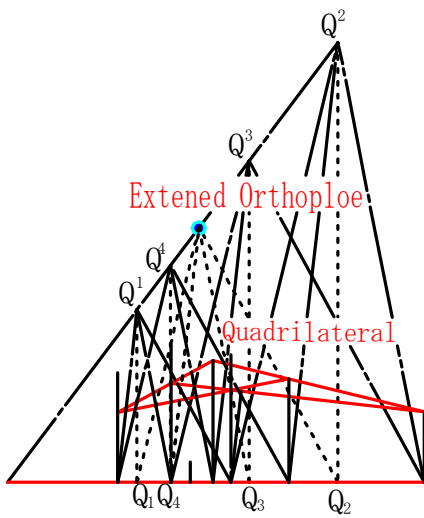
We use following theorem in order to define Chocoid and Tajicoid.



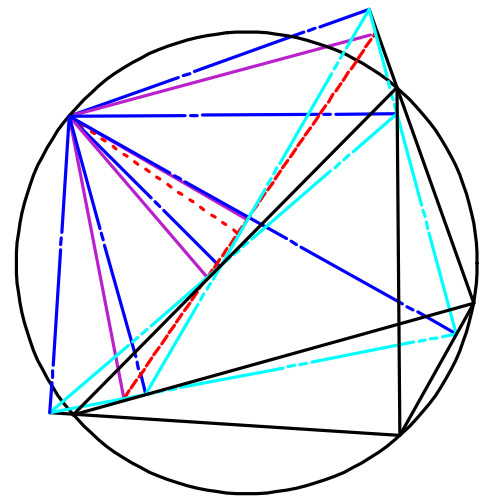
Step 1



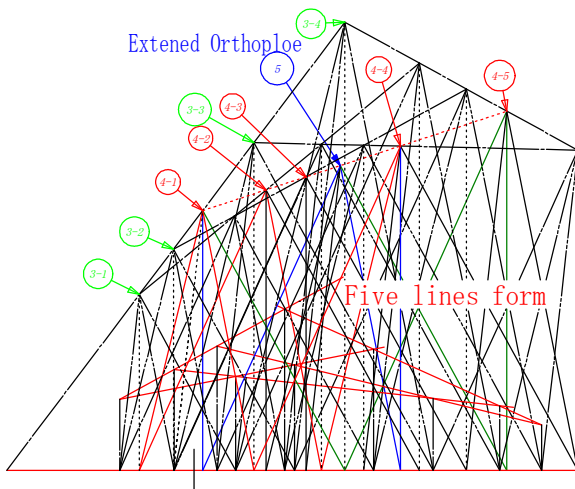
Simson Theorem (Step1 (Chain3))



Step 2 (Chain 4)

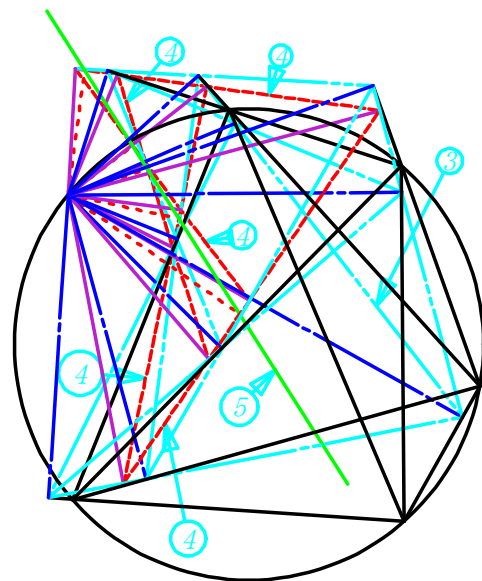


Step 2 (Chain 4)



Step 3 (Chain 5)

Fig.8. Orthopole Chain



Step 3 (chain 5)

Fig.9. Simson Chain by H.E

## 6 . Relation of Extended Curves Chocoid and Tajicoid

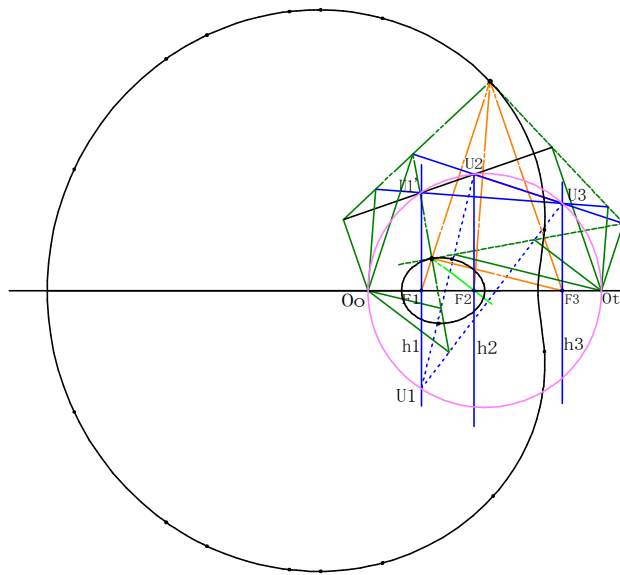


Fig.10.

In this figure. Orthopole and Simson cross-point are on same position.

(1) Extension of Doval using extended Simson theorem-Composition.

Tajicoid is defined using This figures.

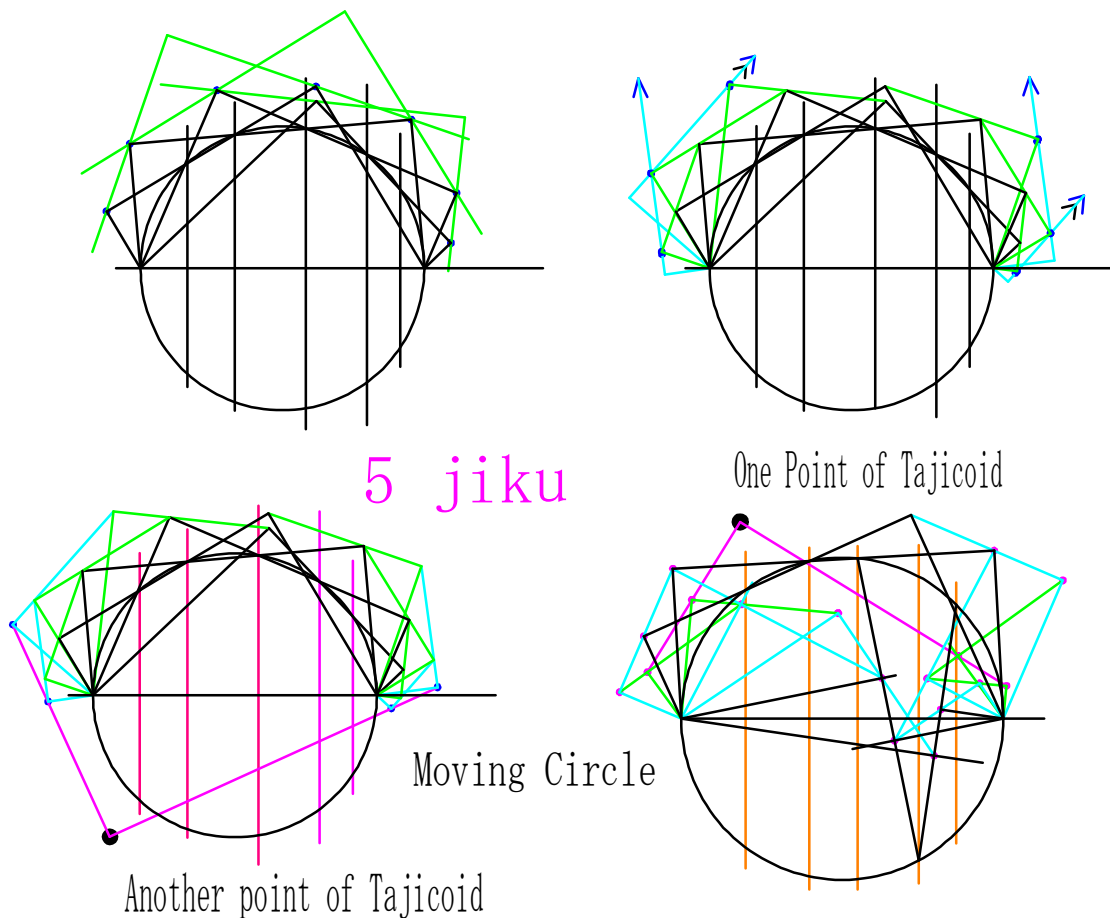


Fig.11. Def. Figure of Tajicoid

by H.E

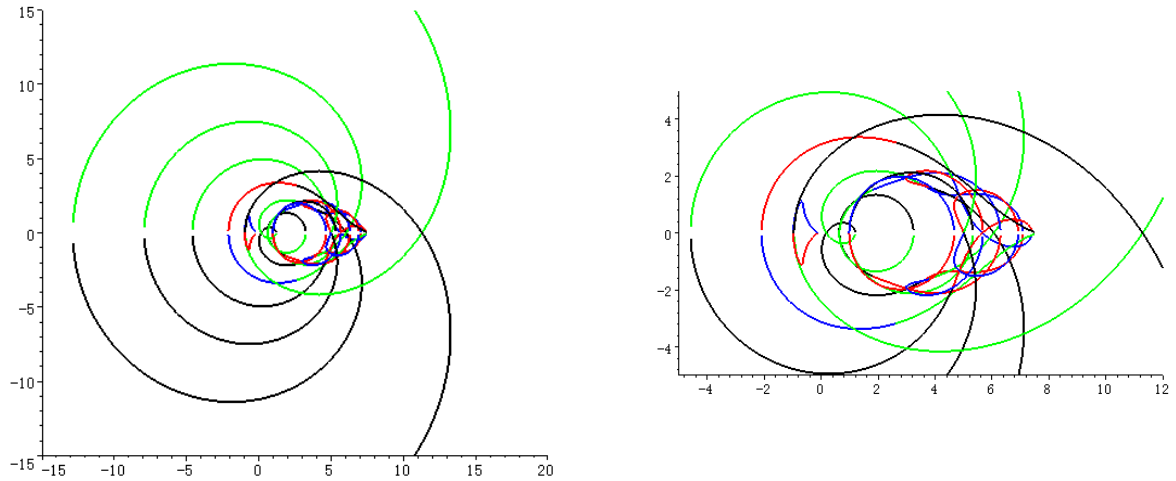


FIG.12. Tajicoid パラメーター 1, 2, 3, 4, 5

(2) Extension of Doval using extended Orthopole theorem-Composition.

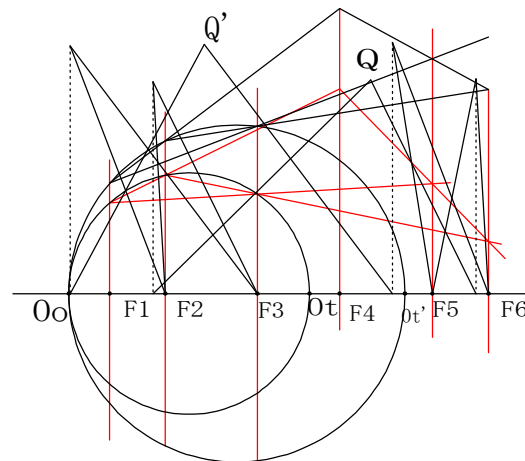
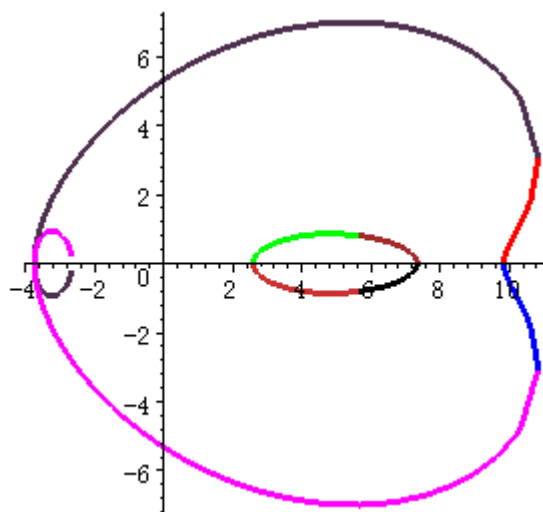


FIG.13. DEF Figure Of Chocoid

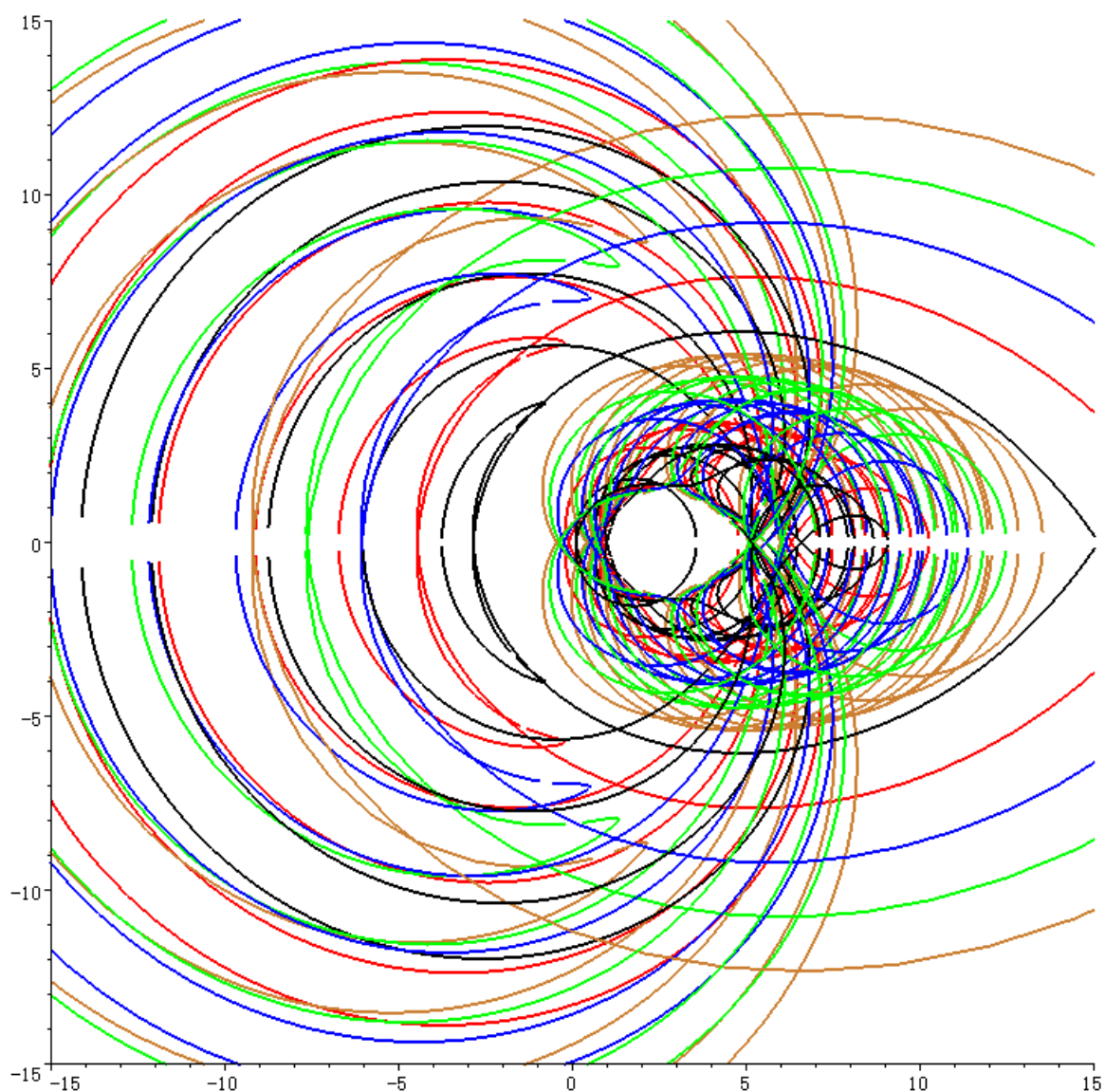


Parameter  $x_1 = 1, x_2 = 2, x_3 = 3, x_4 = 5, x_5 = 150/23, x_6 = 165/19$

Fig.14. Chocoid with 6foci by H.E



## 7. Confocal Tajicoid



Parameter  $0_0 = -1, -2, -3, -4, -5,$   
 $F_1 \sim F_5 = 1.5, 2, 3, 4, 5$

We can draw confocal Tajicoid

because Tajicoid have 5 foci.

Fig.1 5. Confocal Tajicoid

By H.E

## 8 . Conclusion

In this Section I mainly speak about the Extended Curves.  
For extension of Doval, We use Extended Orthopole-Treorem  
And Extended Simson lines.

Doval has Many properties as writing in ICGG proceeding.  
But, It is not easy for short time to explain their proof.

So, here, I intended to show raff sketch how to extend Doval to  
Extended Curves Tajicoid and Chocoid.

Many Doval propositions exist. And we can feel very fun to find  
new theorem of Doval.

In the future, we want to find out some applications of Doval.

It might be an application in Mathematics or physics.

Here is Unsolved Probrem of Doval

- (1) To find extended conjugate diameter of ellipse.
- (2) To find Eccentric angle of Doval like Eliipse (3) .
- (3) To extend Tajicoid and Chocoid to get Infinity chain of Curves

Anyway, at least, we believe that our research contribute to Curve  
theorem , to Geometry, and to CG.

```
> # Doval + FUKURAMI kyokumen by H.E 2011-5-23:
```

```
> with(plots):
```

```
> m:=7:
```

```
> n:=4:
```

```
> k:=10:
```

```
> c:=11:
```

```
> er:=m/k;
```

$$er := \frac{7}{10} \quad (1)$$

```
> el:=n/k;
```

$$el := \frac{2}{5} \quad (2)$$

```
> # taishoujiku no nagasa rishinnritu kakunin:
```

```
> so:=k*c/(m-n);
```

$$so := \frac{110}{3} \quad (3)$$

```
> si:=k*c/(m+n);
```

$$si := 10 \quad (4)$$

```
> oo:=2*m*n*c/(m^2-n^2);
```

$$oo := \frac{56}{3} \quad (5)$$

```
> er:=oo/(so-si);
```

$$er := \frac{7}{10} \quad (6)$$

```
> el:=oo/(so+si);
```

$$el := \frac{2}{5} \quad (7)$$

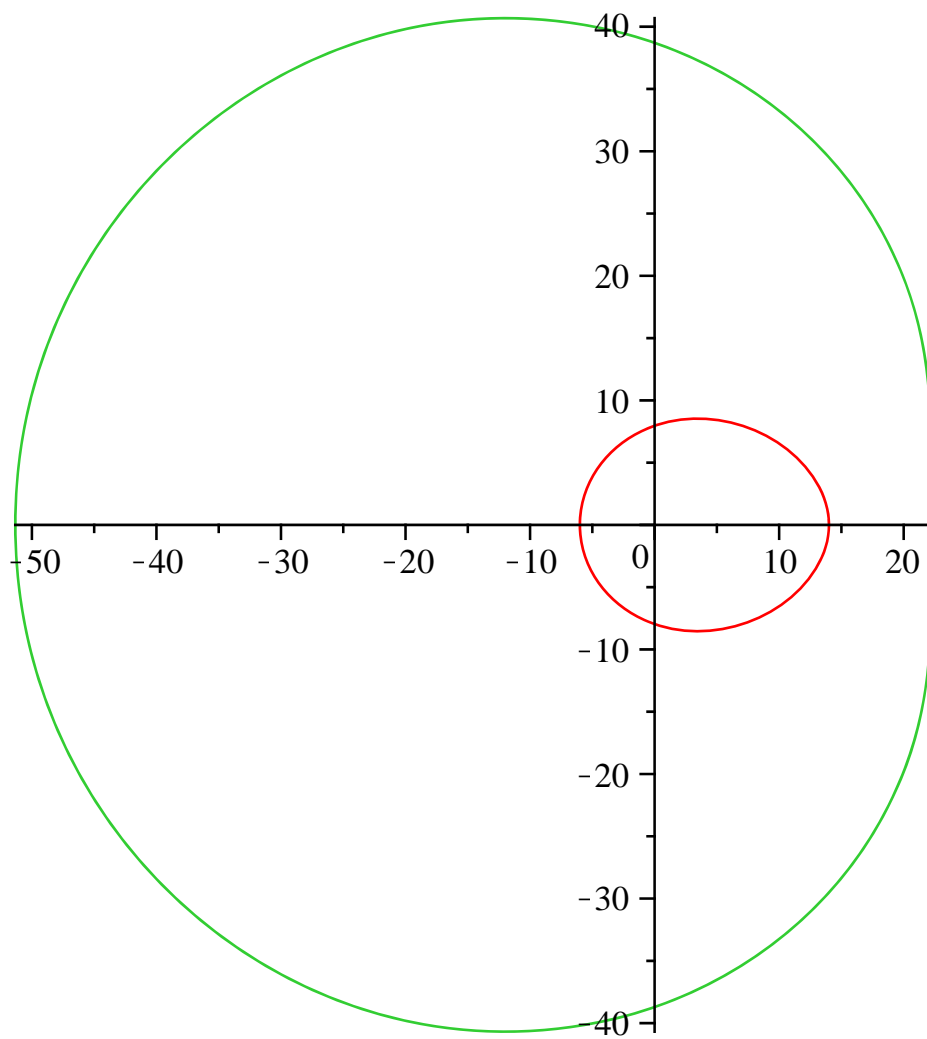
$$rlo := \frac{c \cdot \left( k \cdot m - n^2 \cdot \cos(s) + n \cdot \left( n^2 \cdot \cos(s)^2 - 2 \cdot k \cdot m \cdot \cos(s) + k^2 + m^2 - n^2 \right)^{\frac{1}{2}} \right)}{m^2 - n^2};$$

$$rlo := \frac{70}{3} - \frac{16}{3} \cos(s) + \frac{4}{3} \sqrt{16 \cos(s)^2 - 140 \cos(s) + 133} \quad (8)$$

$$rli := \frac{c \cdot \left( k \cdot m - n^2 \cdot \cos(s) - n \cdot \left( n^2 \cdot \cos(s)^2 - 2 \cdot k \cdot m \cdot \cos(s) + k^2 + m^2 - n^2 \right)^{\frac{1}{2}} \right)}{m^2 - n^2};$$

$$rli := \frac{70}{3} - \frac{16}{3} \cos(s) - \frac{4}{3} \sqrt{16 \cos(s)^2 - 140 \cos(s) + 133} \quad (9)$$

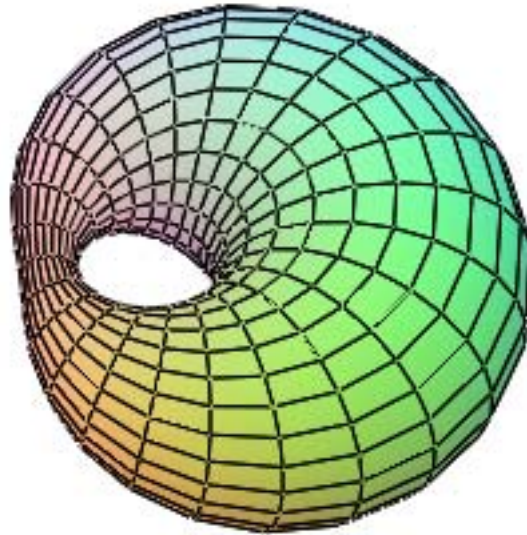
```
> plot( { [rlo*cos(s), rlo*sin(s), s=0..2*PI], [rli*cos(s), rli*sin(s), s=0..2*PI] }, scaling
= constrained);
```



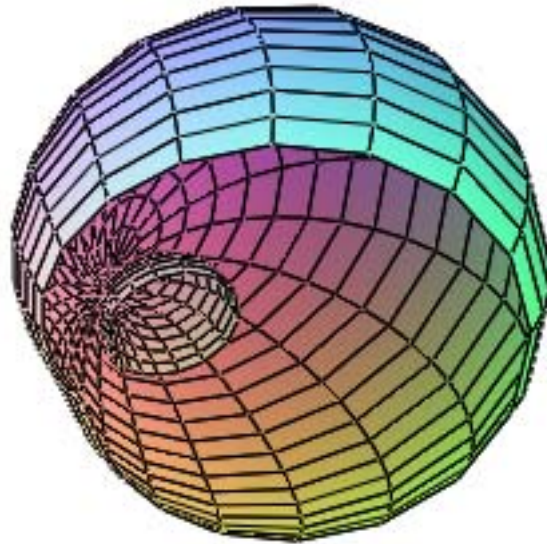
```

> r1c:=(k*m-n^2*cos(s))*c/(m^2-n^2):
> r1r:=sqrt(r1c^2-(k^2-n^2)*(c^2)/(m^2-n^2)):
> xt:=r1c*cos(s)-r1r*cos(t)*cos(s):
> yt:=r1r*sin(t):
> zt:=r1c*sin(s)-r1r*cos(t)*sin(s):
> plot3d([xt,yt,zt],t=0..2*Pi,s=0..2*Pi);

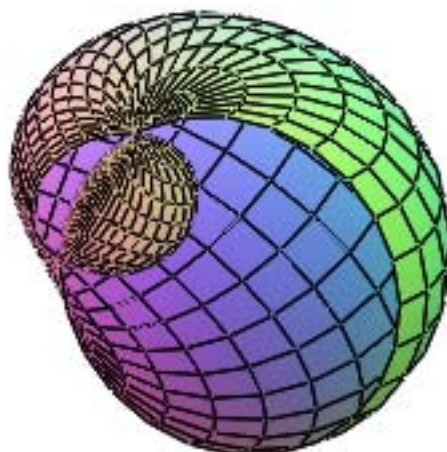
```



```
> ct:=plot3d([-xt-(k^2-n^2)*c/(m^2-n^2)),yt,zt],t=0..2*Pi,s=0..1.5*Pi):  
> r2c:=(k*n-m^2*cos(s))*c/(m^2-n^2):  
> r2r:=sqrt(r2c^2-(m^2-k^2)*(c^2)/(m^2-n^2)):  
> xs:=r2c*cos(s)-r2r*cos(t)*cos(s):  
> ys:=r2r*sin(t):  
> zs:=r2c*sin(s)-r2r*cos(t)*sin(s):  
> plot3d([xs,ys,zs],t=0.8*Pi..2*Pi,s=0..2*Pi);
```



```
> plot3d([xs,ys,zs],t=0..2*Pi,s=0..1.2*Pi);
```



```
> cs:=plot3d([-xs-(k^2-m^2)*c/(m^2-n^2)],ys,zs],t=0..1.2*Pi,s=0..1.2*Pi):
```

```
> c3:=(k^2-n^2)*c/(m^2-n^2):
```

```

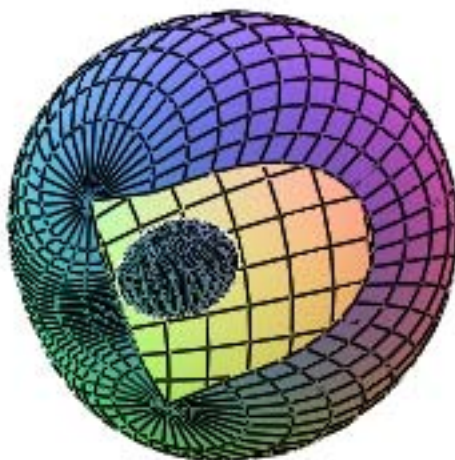
> r3c:=(k^2*cos(s)-m*n)*c3/(k^2-n^2):
> r3r:=sqrt(r3c^2-(k^2-m^2)*(c3^2)/(k^2-n^2)):
> ss:=arccos((sqrt((k^2-m^2)*(k^2-n^2))+m*n)/k^2):

> xn:=r3c*cos(s)-r3r*cos(t)*cos(s):
> yn:=r3r*sin(t):
> zn:=r3c*sin(s)-r3r*cos(t)*sin(s):
> cgn:=plot3d([xn,yn,zn],t=0..2*Pi,s=-ss..ss):
> c3:=(k^2-n^2)*c/(m^2-n^2):
> r3cg:=(k^2*cos(s)+m*n)*c3/(k^2-n^2):
> r3rg:=sqrt(r3cg^2-(k^2-m^2)*(c3^2)/(k^2-n^2)):
> ssg:=evalf(arccos((sqrt((k^2-m^2)*(k^2-n^2))-m*n)/k^2),20):

> xg:=r3cg*cos(s)-r3rg*cos(t)*cos(s):
> yg:=r3rg*sin(t):
> zg:=r3cg*sin(s)-r3rg*cos(t)*sin(s):
> cg:=plot3d([xg,yg,zg],t=0..2*Pi,s=-ssg..ssg):
> cgw:=plot3d([xg,yg,zg],t=0..0.8*2*Pi,s=-ssg..ssg):

> plots[display3d]({cgn,cgw});

```



```

> m:=85:
> n:=58:
> k:=100:
> c:=11:

```

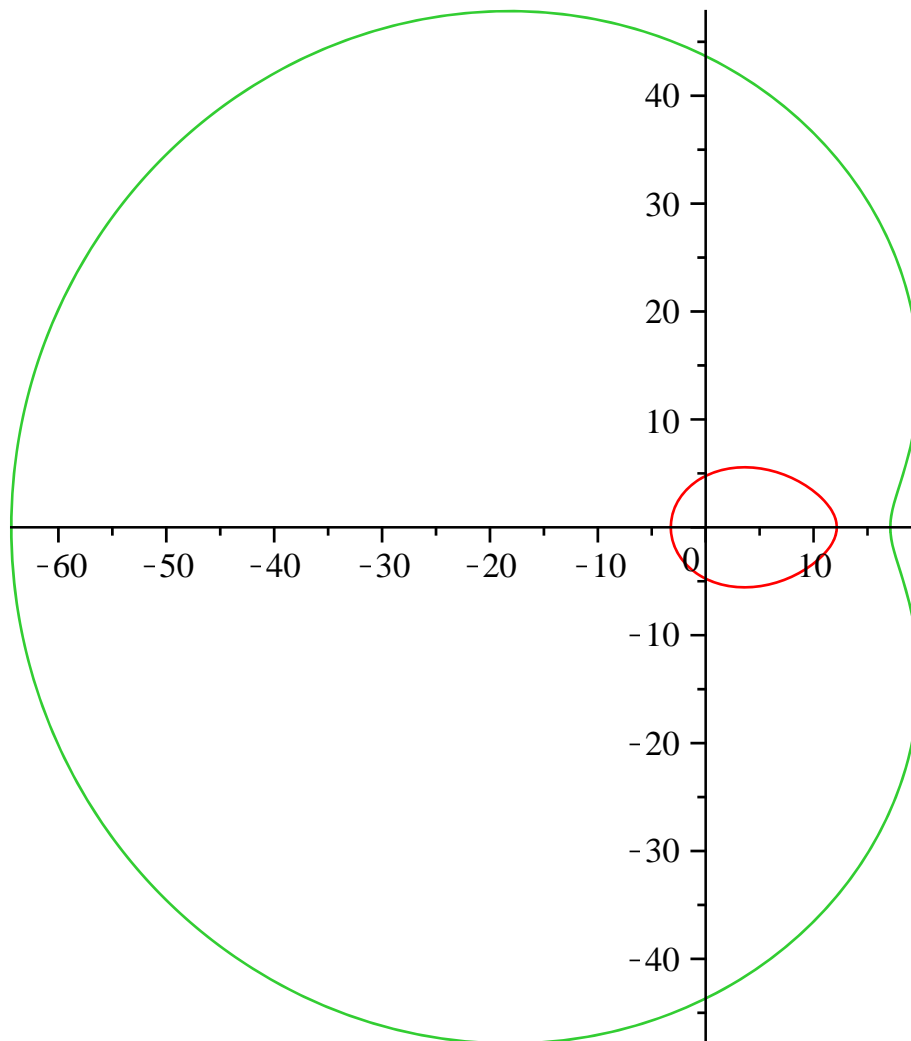
$$> r_{lo} := \frac{c \cdot \left( k \cdot m - n^2 \cdot \cos(s) + n \cdot \left( n^2 \cdot \cos(s)^2 - 2 \cdot k \cdot m \cdot \cos(s) + k^2 + m^2 - n^2 \right)^{\frac{1}{2}} \right)}{m^2 - n^2};$$

$$r_{lo} := \frac{8500}{351} - \frac{3364}{351} \cos(s) + \frac{58}{351} \sqrt{3364 \cos(s)^2 - 17000 \cos(s) + 13861} \quad (10)$$

$$> r_{li} := \frac{c \cdot \left( k \cdot m - n^2 \cdot \cos(s) - n \cdot \left( n^2 \cdot \cos(s)^2 - 2 \cdot k \cdot m \cdot \cos(s) + k^2 + m^2 - n^2 \right)^{\frac{1}{2}} \right)}{m^2 - n^2};$$

$$r_{li} := \frac{8500}{351} - \frac{3364}{351} \cos(s) - \frac{58}{351} \sqrt{3364 \cos(s)^2 - 17000 \cos(s) + 13861} \quad (11)$$

> plot( {[r<sub>lo</sub>·cos(s), r<sub>lo</sub>·sin(s), s=0..2·π], [r<sub>li</sub>·cos(s), r<sub>li</sub>·sin(s), s=0..2·π]}, scaling = constrained);





## 第8章 離心角の研究

この研究は、夢と野望とその反対の、無理と失望も含まれている可能性もある。しかし、発見へ向けての努力を伴う夢、すなわち、実現に向けての理想の研究である

岩田至康先生の楕円の離心角の定理図が発端であり、Doval 研究が、楕円の接線の作図法から出発したのと似ている。

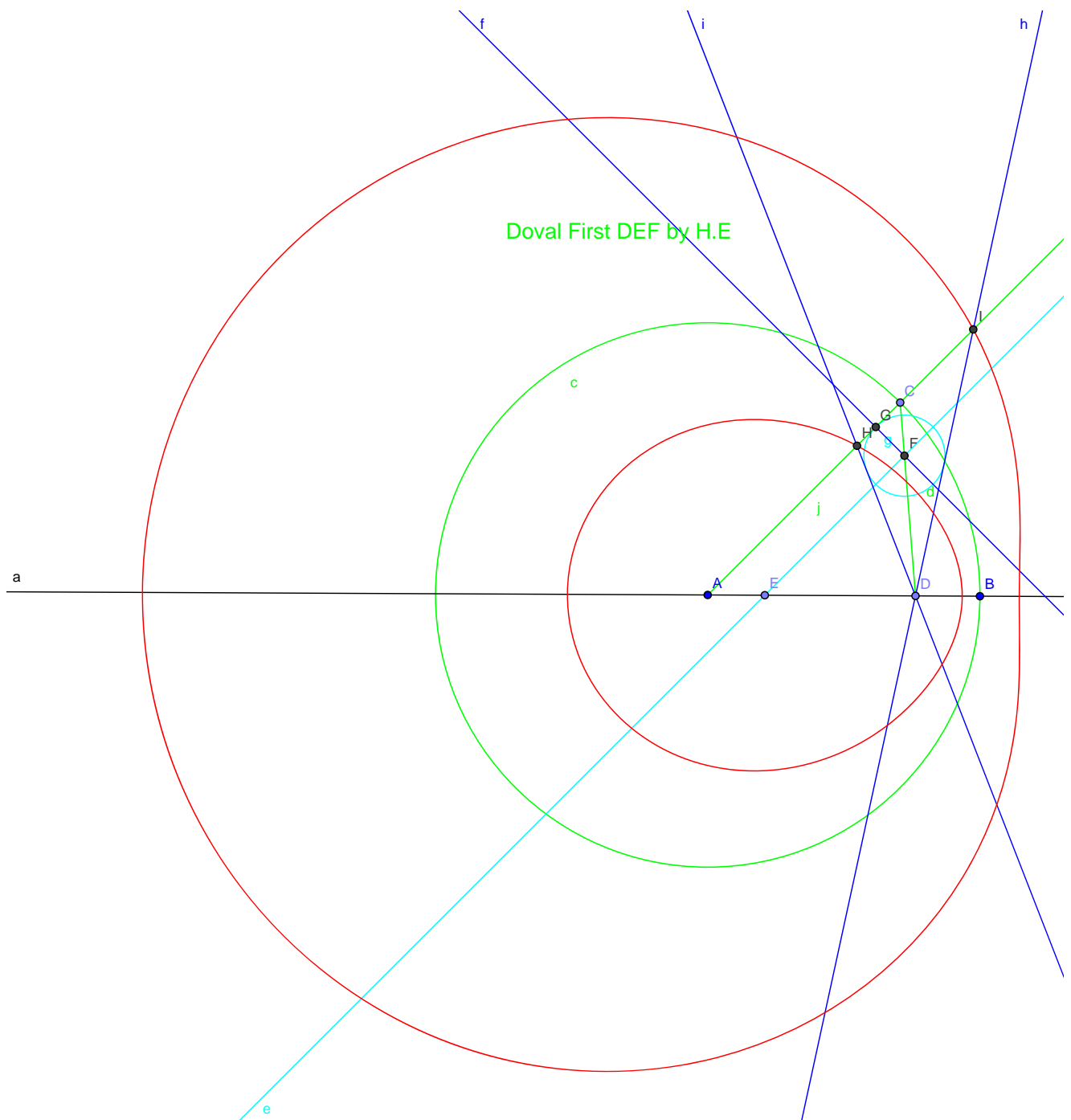
一応の離心角と呼べる角の定義図は出て、式もきれいであるが、まだ実用ではない。これからの研究課題をオープンにしている。

何か、空想的宇宙論と結びつきそうで、おもしろく思っている。

Doval の定義図から振り返ってはじめる。

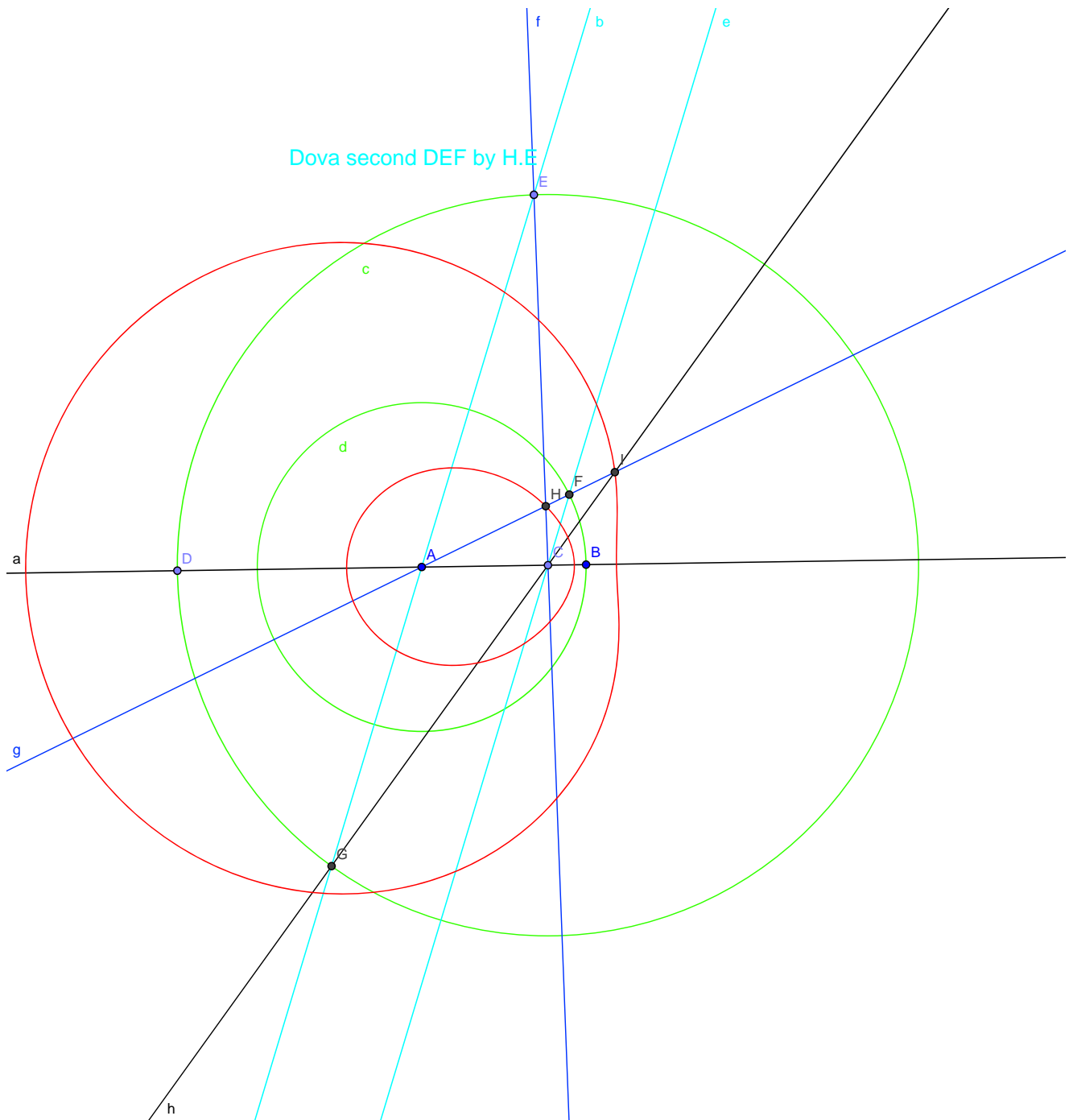
# Doval 第一定義(1準円と1焦点による)

蛭子井博孝 <http://aitoyume.de-blog.jp/>



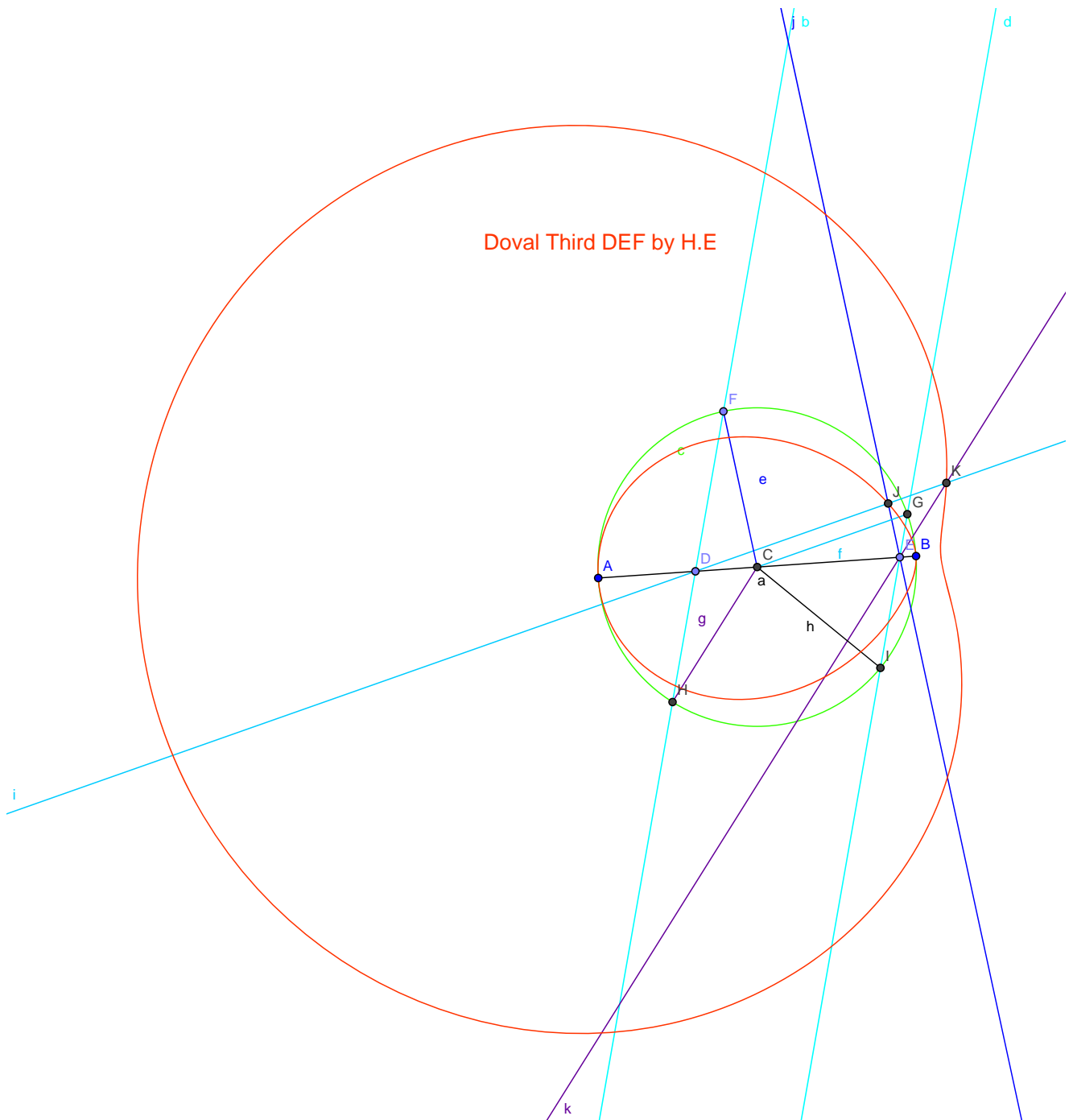
# Doval 第二定義(2準円による)

蛭子井博孝 <http://aitoyume.de-blog.jp/>



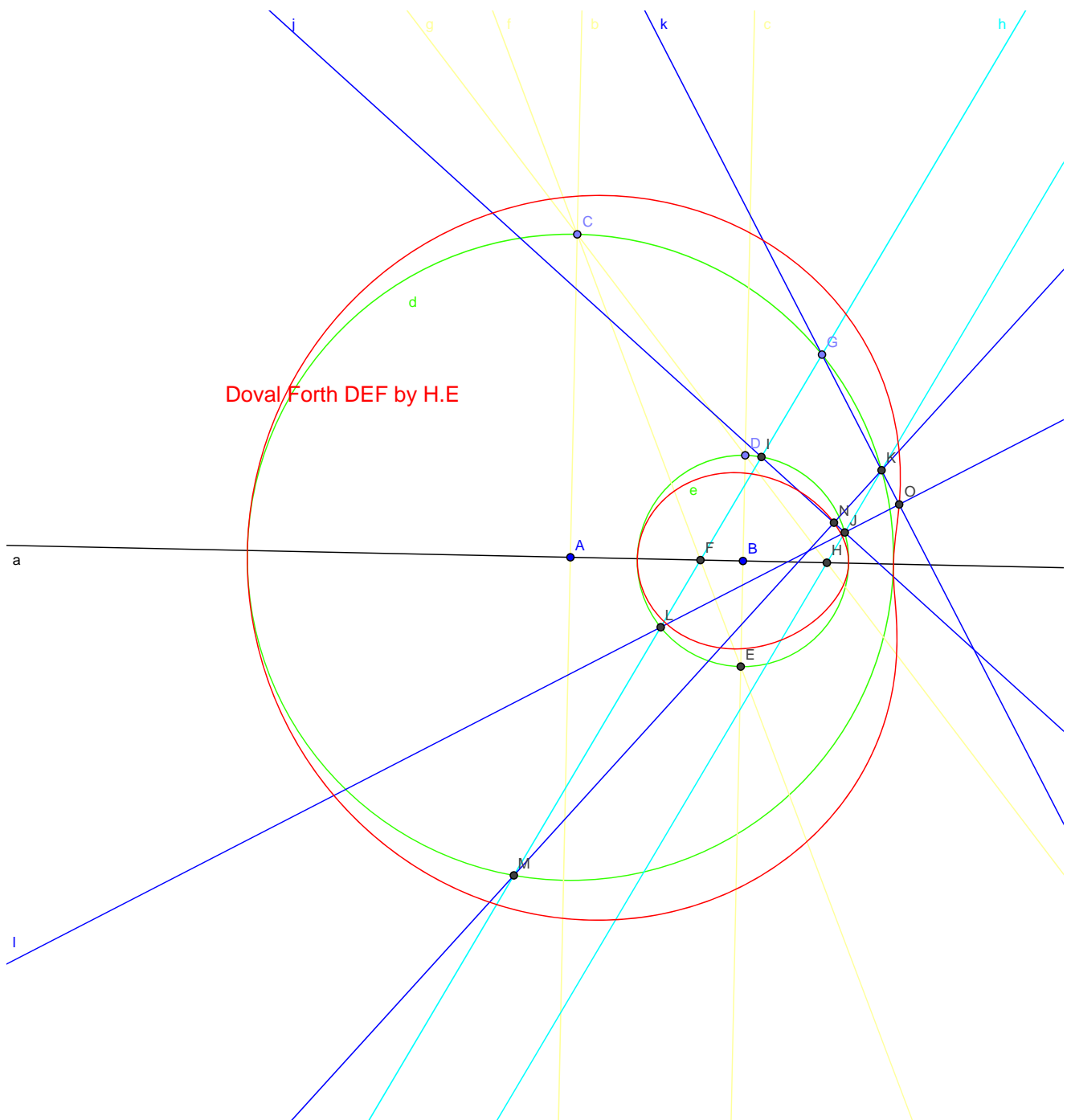
# Doval 第三定義(1補助円と2焦点)

蛭子井博孝 <http://aitoyume.de-blog.jp/>



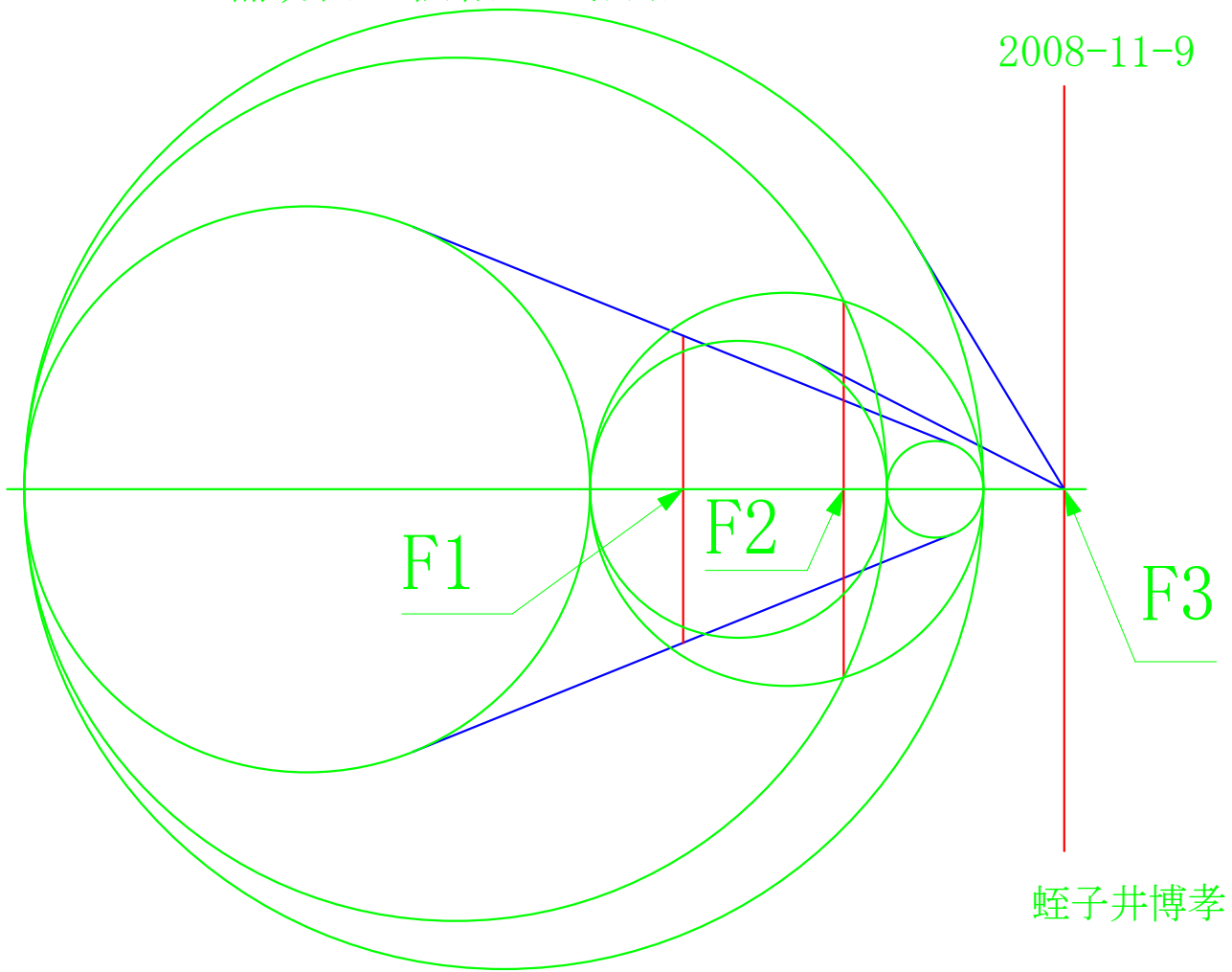
# Doval 第4定義 (2補助円による)

蛭子井博孝 <http://aitoyume.de-blog.jp/>

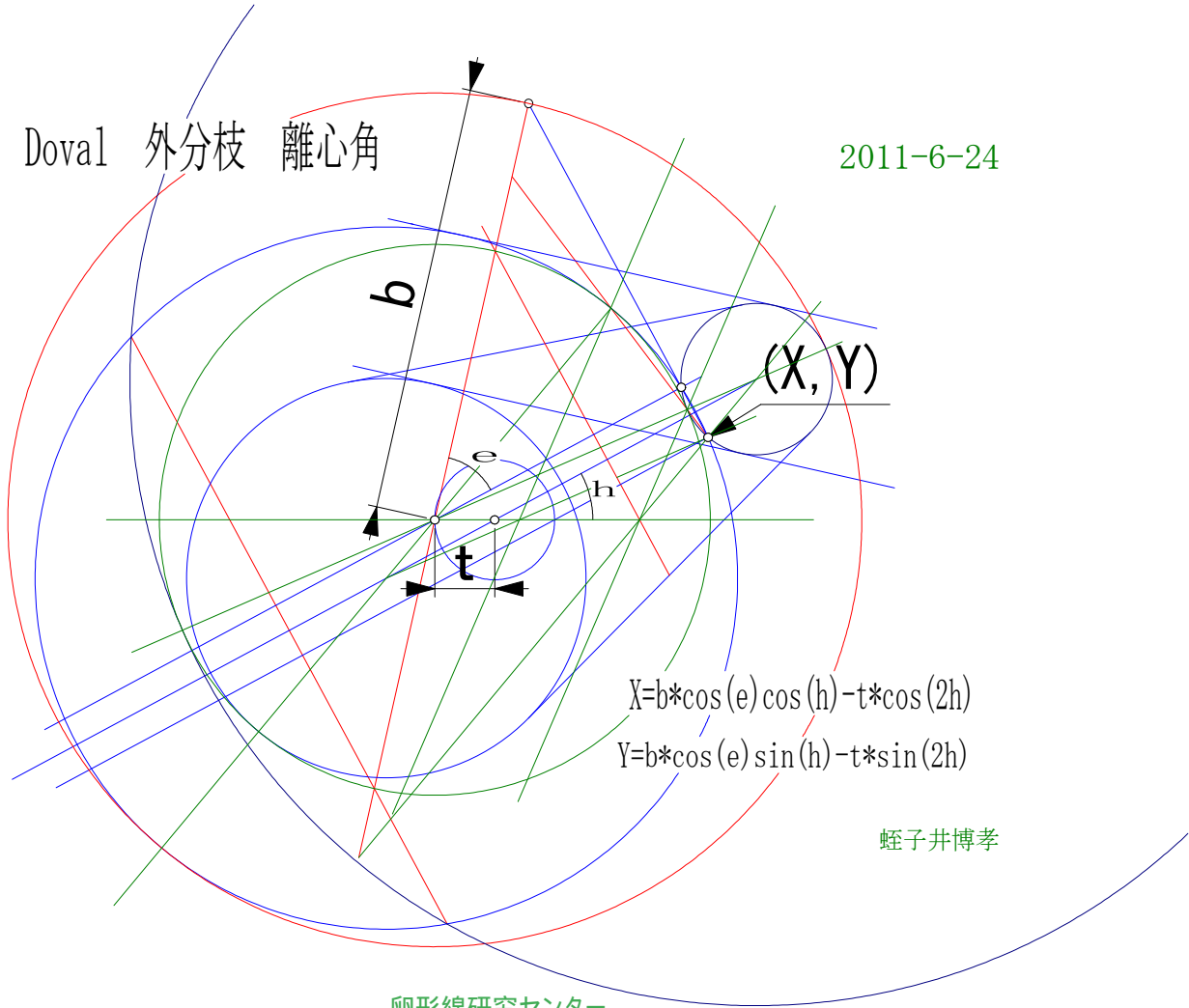
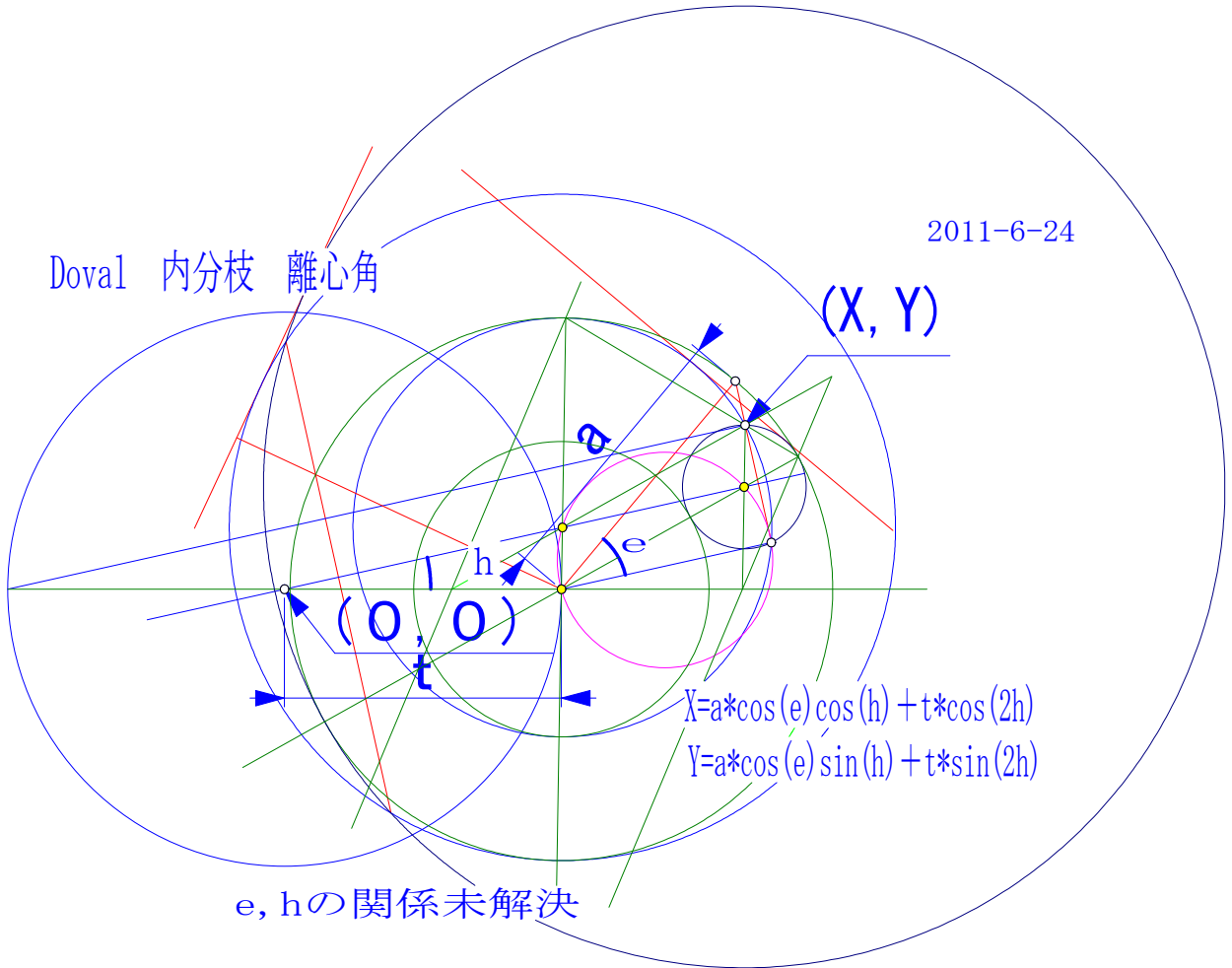


Dovalの2つの補助円の根軸上に焦点はある

2008-11-9

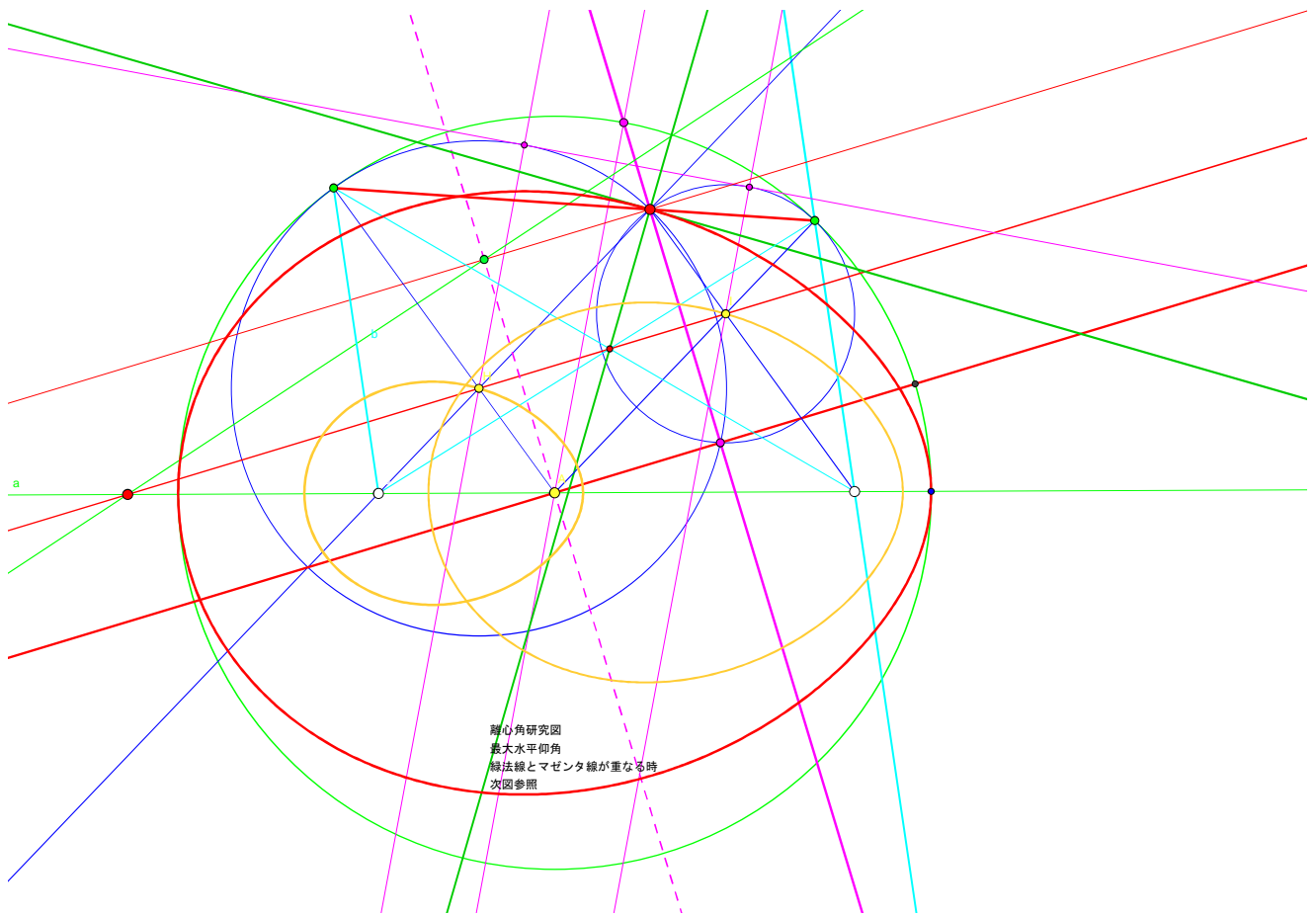


蛭子井博孝



# Doval 離心角研究図

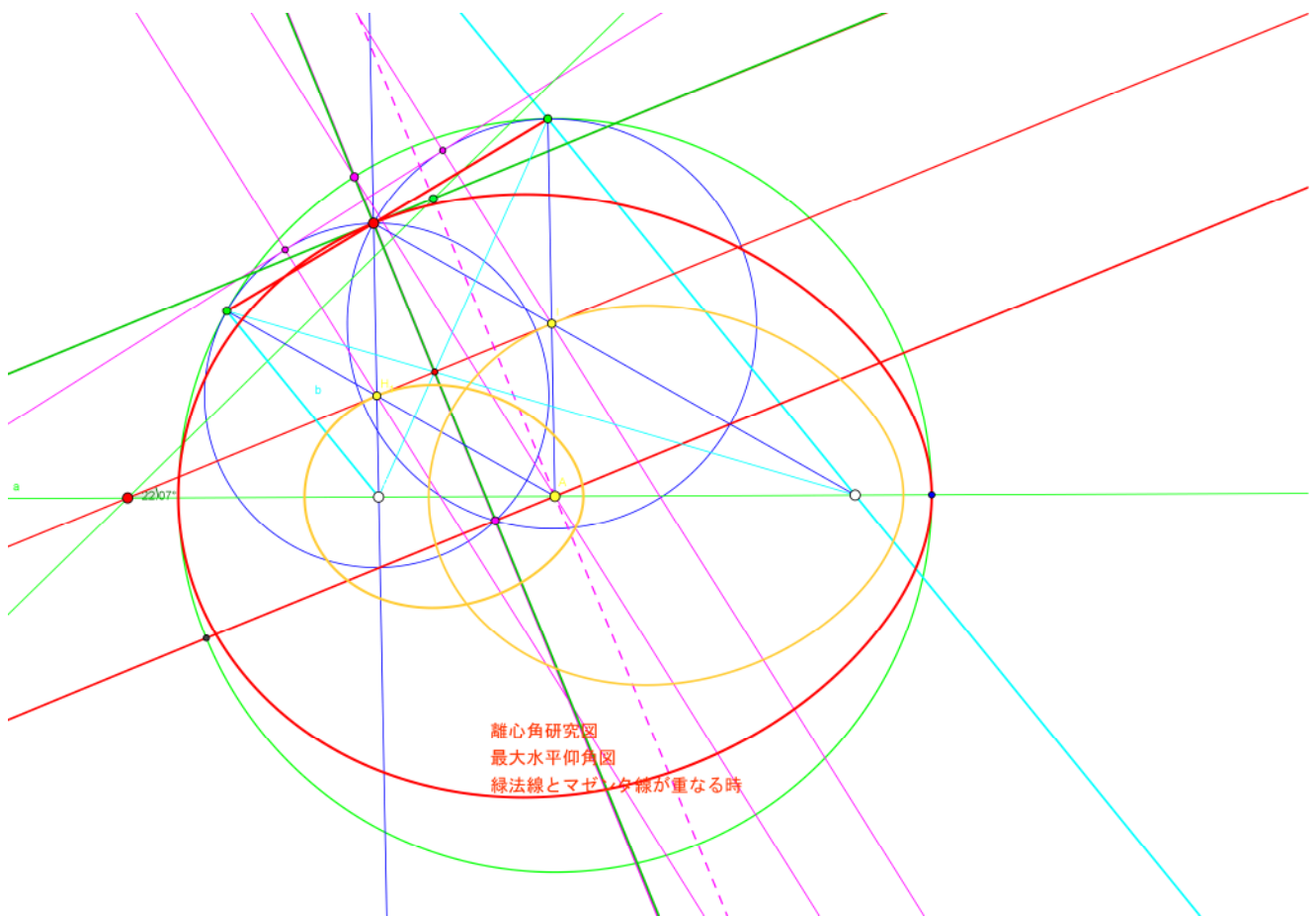
蛭子井博孝 <http://aitoyume.de-blog.jp/>

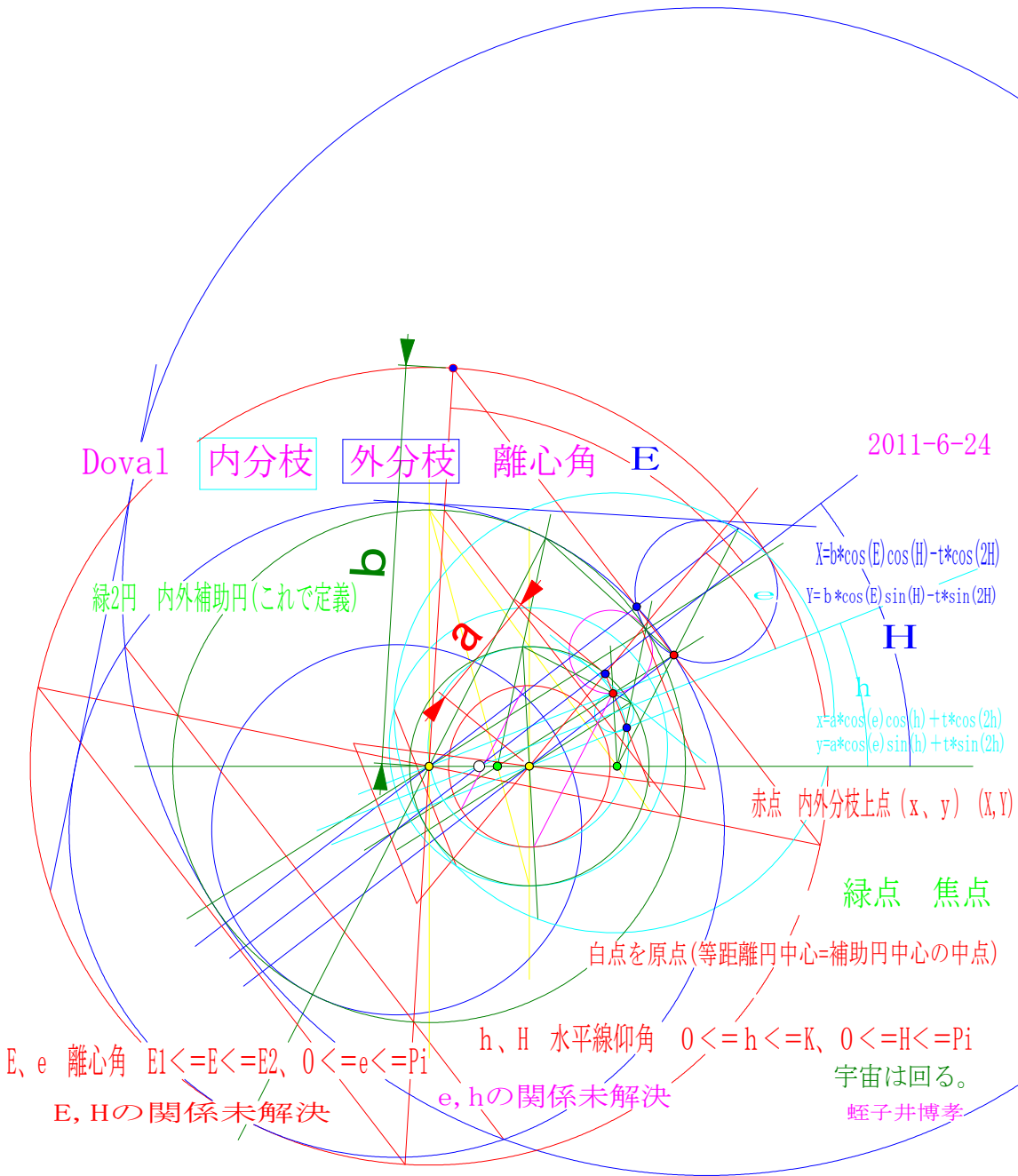




# Doval 離心角研究図

蛭子井博孝 <http://aitoyume.de-blog.jp/>





# DOVAL幾何学：点と円からの距離の比が一定な曲線の幾何学：

1600年代のデカルトの発見を蛭子井博孝が1968年再発見：1969年から始めた40年あまりの研究新成果



## プロフィール

メール送信

## 準理学 by H.E

幾何学事始め

ワーブ:その数学

DOVAL(卵形線)試論

デカルトの卵形線を再発見が源

ピタゴラスの庭

数式処理の庭

数式処理コマンドとプログラムを楽しもう。

## MYブログ サイト

DOVAL

ライフワーク

本棚 HELLO

読書のすすめ

DOERY 元気です

多大300余記事で更新困難ですがいつまでもご愛顧を

2009/04/07

## DOVALとは、

DOVALとは、点と円からの距離の比が一定な曲線。

この曲線の研究を始めてから、もう40年

大学に入った19歳の時、夢中になって、

大学時代に、本格的に研究した。

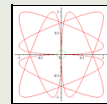
そして、論文を一つ書いた。[「doval\\_1a.pdf」をダウンロード](#)



投稿者 蛭子井博孝 日時 2009/04/07 | [リンク用URL](#) | [コメント \(0\)](#)



## 数学とともに by H.E



数学がすきだ。そこに、無限の空間があるから。

自由空間ではない。存在理由のある、定理が成り立つ空間だ。ここに挙げた画像にも、一つ一つ自己主張がある。ああ、数学って、何だろう。

## 時とともに



時とともに、風が起こり、風とともに、時が来る。

ああ、何を、悩むことがあるだろうか。時は過ぎ、風が終わる。今日一日を、心豊かに過ごそう。そうすれば、風も、時も、また、迎えに来る。ありがとう

2009/04/11

## DOVAL概要

[「doval\\_17 at ICGG ohp .pdf」をダウンロード](#) してください。



投稿者 蛭子井博孝 日時 2009/04/11 学問 | [リンク用URL](#) | [コメント \(0\)](#)



## MY サイド WEB

aitoki

OCN cafeなつかし、コミュニティ

フォトフレンド

PHETOの"お気に入り"見て

## D-oval prolog + D-oval論文集第1部：PDF掲載

[「D-oval prolog.pdf」をダウンロード](#)

[「D-oval論文集第1部.pdf」をダウンロード](#)



D-oval論文集第1部には、

- "デカルトの卵形線の二・三の性質"
- "デカルトの卵形線の曲率円"
- "デカルトの卵形線を包絡する円群"
- "デカルトの卵形線の性質に関する考察" - 計算機援用作画による比較検討 -

"論文集 正誤表" :

以上を載せている。

Doval論文集を作っているが、一括掲載が、メモリーオーバーで掲載できないため、今回4部に分けた。2, 3, 4は明日以後載せる。なお論文名は、プロフィール内に業績目録として掲載している



投稿者 蛭子井博孝 日時 2009/04/11 学問 | [リンク用URL](#) | [コメント\(0\)](#)



2009/04/12

### D-oval論文集第2部、3部、4部

[「D-oval論文集第2部.pdf」をダウンロード](#)

[「D-oval論文集第3部.pdf」をダウンロード](#)

[「D-oval論文集第4部.pdf」をダウンロード](#)

前記事 "D-oval prolog" : 参照のこと



投稿者 蛭子井博孝 日時 2009/04/12 学問 | [リンク用URL](#) | [コメント\(0\)](#)



2009/04/14

### D-oval : PDF

[「D-oval.pdf」をダウンロード](#) してください。

論文集の日本語版です。

きょうから、DovalをD-ovalと呼ぶことにしました。



投稿者 蛭子井博孝 日時 2009/04/14 学問 | [リンク用URL](#) | [コメント\(0\)](#)



2009/04/15

[DOVY : みんな仲間](#)

[存在ここに](#)  
[省察すること。](#)

[愛とエコ-](#)  
[心の慰め](#)

[研究の励み of H.E](#)

[論理数学者](#)  
[未来人](#)

[研究の道](#)  
[sachiさん、がんばれ](#)

[援助者](#)  
[ATCM Editor](#)

[援助者 作成](#)  
[mypage](#)

[わが若き日の師](#)  
[広大時代に、](#)

[ISGG Editor](#)  
[Adviser](#)

[Founder of ATCM](#)  
[Co resaercher](#)

[My partner](#)  
[Co Researcher](#)

[OCN 検索](#)

□□□□□

[このサイトと連携する \(RSS 1.0\)](#)

[このサイトと連携する \(Atom\)](#)

[携帯URL](#)



[携帯にURLを送る](#)

ね。みんなの写真はクリックだけで見えます。



My TOOLS for Research

[Geogebra Free Soft](#)  
Free でつかえる。Rapid の私の点線円幾何学PDFこれで確認証明もできる。ありがたい。

[Mathematica](#)  
[Maple](#) とともに

[Maple-NN](#)  
CG, Formula を扱うソフト、大学数学が、PCでできる時代

[PDF一例](#)  
表示ファイル作成用 ADOBE とJUSTシステム製品愛用

[RAPID-nn-PRO](#)  
My favorite CAD to create THEOREMS

[PCがなくては、始まらない](#)  
PCを買おう。ノートでいい。上記TOOLが使えるようにすること。ワープロソフトは、ないでもいいぐらい。でも、それも、いるね。



バックナンバー

[2011年6月](#)

[2011年5月](#)

[2011年4月](#)

[2011年3月](#)

[2011年2月](#)

[2011年1月](#)

[2010年12月](#)

[2010年5月](#)

[2010年2月](#)

[2009年12月](#)

[2009年7月](#)

[2009年5月](#)



2011年7月

「where is eccentric angle of D-oval?」

科学の進歩のために公開する。

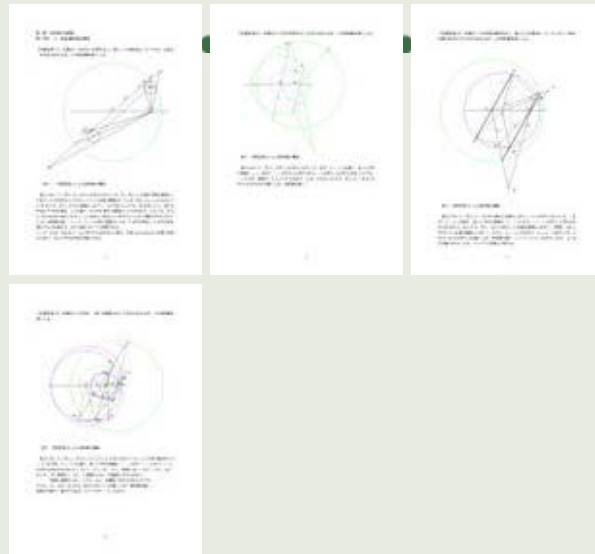
皆さん考えてね。



投稿者 蛭子井博孝 日時 2009/04/15 学問 | [リンク用URL](#) | [コメント \(0\)](#)



## Doval の4つの等価な定義方法 軌跡作図法



投稿者 蛭子井博孝 日時 2009/04/15 | [リンク用URL](#) | [コメント \(1\)](#)



2009/04/16

## D-oval Invariant

「Doval Invariant.pdf」をダウンロードしてください。

D-oval=Dovalです。



投稿者 蛭子井博孝 日時 2009/04/16 学問 | [リンク用URL](#) | [コメント \(0\)](#)



2009/05/05

共焦点GIF クリックしてね.動くよ



日	月	火	水	木	金	土
					1	2
3	4	5	6	7	8	9
10	11	12	13	14	15	16
17	18	19	20	21	22	23
24	25	26	27	28	29	30
31						



### 最近の記事

[Dovalの定義解説DOVALにも掲載](#)

[新Doval解説](#)

[優しく述べるDoval PDF44ページ公開](#)

[Doval と膨らみ曲面 Maple plots PDF](#)

[離心角研究 水平仰角一般の位置と最大の位置PDF2枚](#)

[Doval の5大未解決難題](#)

[DOVAL の作図順序による定義と双極座標による定義の関係](#)

[Outline of Doval](#)

[3つの等価なDovalの双極座標表示。」「](#)

[Doval の外分枝径で規格化した図 3 6 図](#)



### 最近のコメント

[wataridori on 優しく述べるDoval PDF44ページ公開](#)

[wataridori on Doval と膨らみ曲面 Maple plots PDF](#)

[wataridori on Doval の4つの等価な定義方法 軌跡作図法](#)

[wataridori on 1. DOVAL\(卵形線\)試論 HD-001-Q](#)

[wataridori on DOVAL x y 標準形の確認できた。うれしいな。](#)

[wataridori on デモ用卵形線と卵形面GIFファイルクリックで動きます](#)

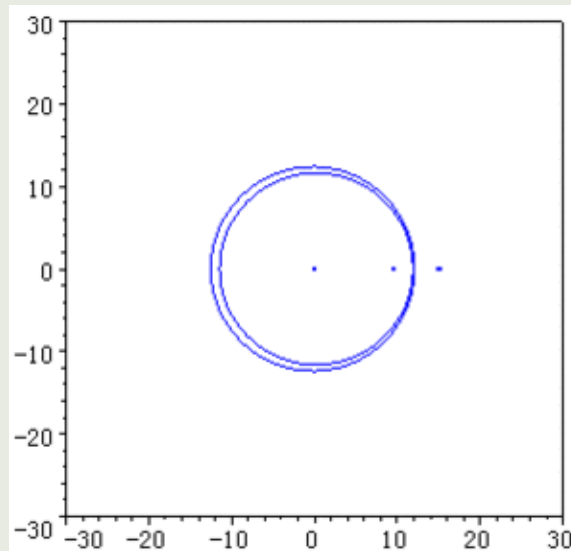
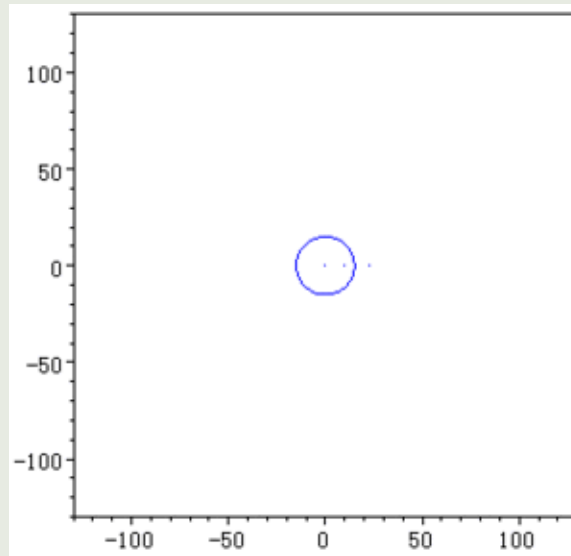
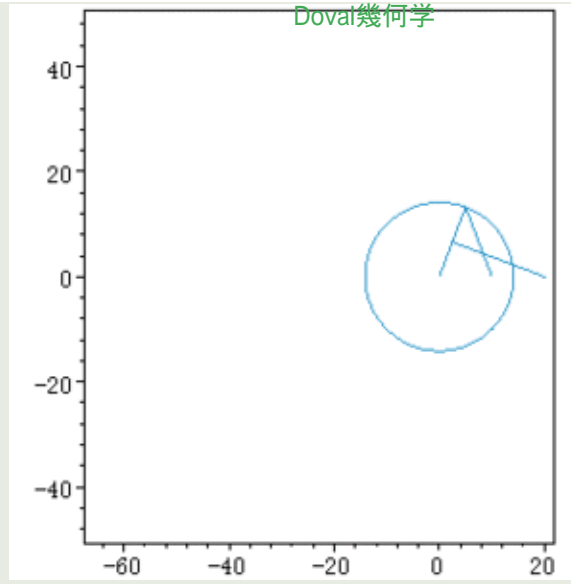


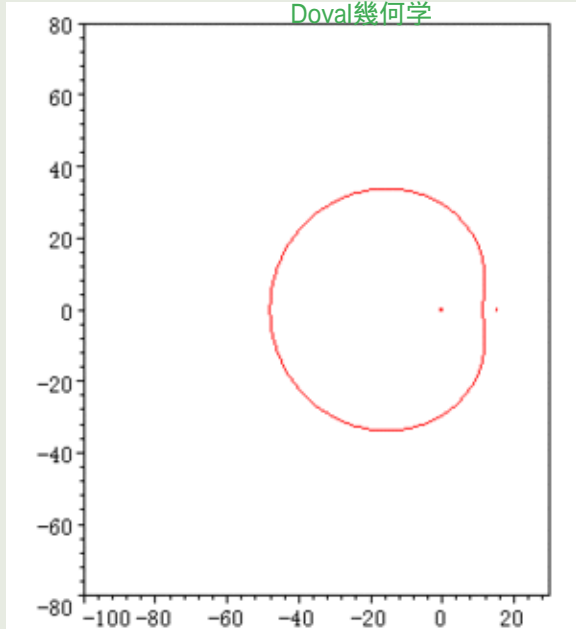
### 最近のトラックバック

ウェブページ

[Dynamic Geometry on D-Oval](#)

[このブログをブログ人「ひと」リストに追加](#)





投稿者 蛭子井博孝 日時 2009/05/05 | [リンク用URL](#) | [コメント \(0\)](#)



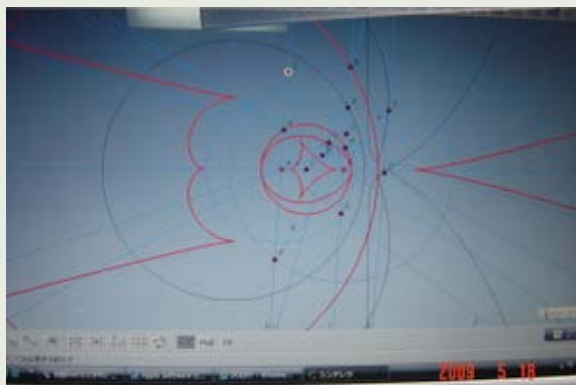
2009/05/18

わかき日よ、愛が陽炎、夢が陽炎 Dovalの縮閉線



一ヶ月が、一瞬になった今日の日の出会い。

Dovalの縮閉線を描くシンデレラ



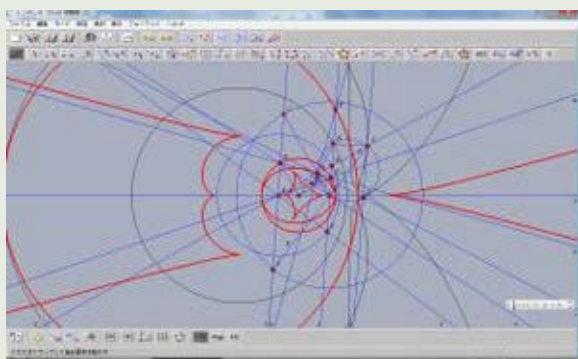
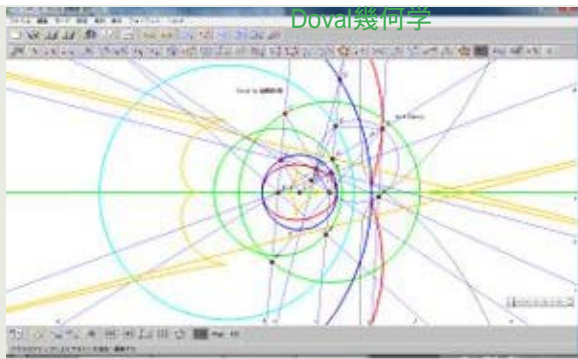
投稿者 蛭子井博孝 日時 2009/05/18 学問 | [リンク用URL](#) | [コメント \(0\)](#)



2009/07/11

Doval の縮閉線 等距離円 補助円 準円 随伴曲線





C i n d e

r e l l a による軌跡 赤 Doval (D-oval) 橙 縮閉線 水色 等距離  
 円 青 補助円  
 緑 準円 黒 随伴曲線



投稿者 蛭子井博孝 日時 2009/07/11 | [リンク用URL](#) | [コメント \(0\)](#)



2009/12/30

**Def. Diagram 1 of Doval by Hirotaka using Geogebra**



[「Def\\_1\\_diagram\\_of\\_Doval\\_by\\_H.ggb」をダウンロード](#)



投稿者 蛭子井博孝 日時 2009/12/30 学問 | [リンク用URL](#) | [コメント \(0\)](#)





2010/02/09

### Doval Position in Consideration 3D Space



[「Dovel.pdf」をダウンロード](#)



投稿者 蛭子井博孝 日時 2010/02/09 D-oval | [リンク用URL](#) | [コメント\(0\)](#)



2010/05/26

### Doval 論文集初版本 2部構成



[「doval\\_1-63\\_part1.pdf」をダウンロード](#)

[「doval\\_64-120\\_part2.pdf」をダウンロード](#)

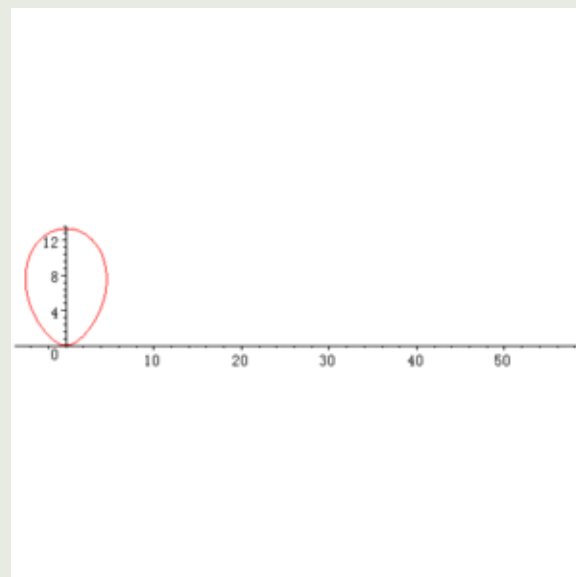


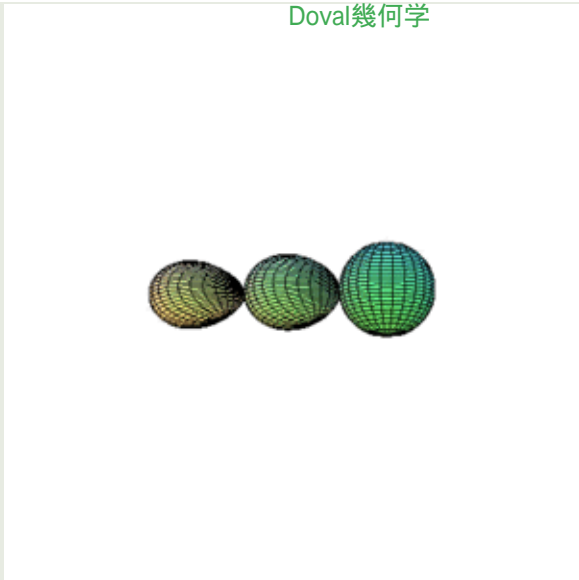
投稿者 蛭子井博孝 日時 2010/05/26 学問 | [リンク用URL](#) | [コメント\(0\)](#)



2010/12/06

### デモ用卵形線と卵形面GIFファイル クリックで動きます





投稿者 蛭子井博孝 日時 2010/12/06 学問 | [リンク用URL](#) | [コメント \(1\)](#)

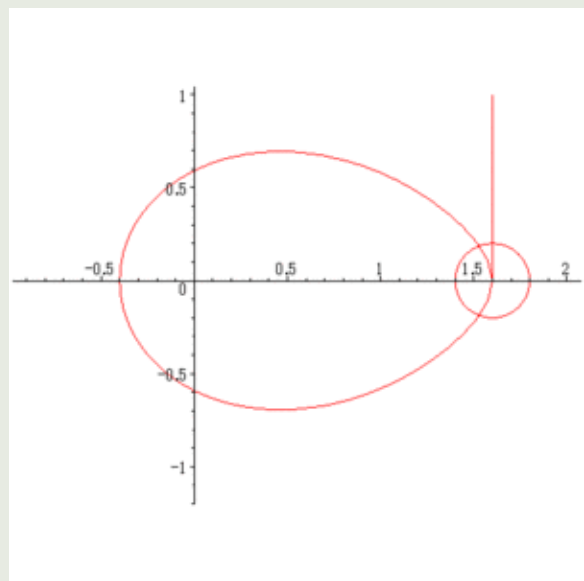


2010/12/15

oval上 回転と転がりGIF Maple PG PDF公開



[「oval\\_rotation\\_tj1215\\_by\\_h.E.pdf」をダウンロード](#)



contour で

す。



投稿者 蛭子井博孝 日時 2010/12/15 学問 | [リンク用URL](#) | [コメント \(0\)](#)



2010/12/29

DOVAL研究計画書



## 研究計画書

私の今までの研究は、楕円の拡張であるDoval(デカルトの卵形線の内外分枝: {定義: 点と円からの距離の比が一定な曲線})の初等的基礎研究とその応用についてです。

### 1. 研究成果のレジメ

[「doval\\_17aticgghp\\_2.pdf」をダウンロード](#)

この研究は、今後、共同研究による専門研究が要る所まで進んでいます。以下にそのテーマをあげます。

### 2. 研究テーマについて

- ①Dovalの周長は、超楕円積分、この積分の位置づけするための、8次式の標準化による超楕円積分の初等的分類の研究
- ②離心角の一般化によるDovalの保型関数表示の研究
- ③Dovalの4次標準型と4次曲線の射影的分類の関係の研究
- ④Dovalの空間化である反転4次曲面の一般化の研究(反転の一般化の研究)
- ⑤カシニの卵形線とデカルトの卵形線の双極座標表示である積と和の定義の関係の解明
- ⑥Dovalの一般化のTajicoidの性質による、無限と大域の対称性および複雑現象の数理の研究
- ⑦Dovalの一般化のChocoidの性質による、曲線の分枝構造の研究
- ⑧Dovalの原始化とその構造の研究
- ⑨夢のテーマ: 楕円幾何双曲幾何の2次宇宙論をDoval幾何による4次宇宙論にすること

\*上記のテーマにおいて数理解析研の数学者との共同研究を求む

### 3. 研究の数学的意義について

代数方程式が4次まで、解の公式がある、つまりその係数の巾乗を含む代数式で解が表されることに象徴されることは、楕円幾何双曲幾何でなく、4次曲線の分類と4次曲線までの利用により、物理空間が厳密に解明されるという発想がある。これは、4次までの大変な作業をしないと、物理空間の数学的解明ができないことを意味する。しかし、人類が、物理空間や数学空間を自分のものにするためには避けて通れないことのように思われる。

つまり、写像などによる集合論的複素数学や特異点の研究ばかりでなく、古来から在る、古典的代数的4次の持つ意味を重要視すべきであると思われる。また、これと結びつけるため、 $x$ 、 $y$ 座標を開発したデカルト自身が言っているように、解析幾何的手法でなく、古典幾何的手法により、数学を発展させることの重要性が問われているように思われる。Dovalの今まで研究は、古典幾何学的研究であり、その修得が、これに役立つと思われる。若い数学のトップリーダーの育成には、現代の主流の数学ばかりでなく、私が研究してきた垂流の数学を、数学の本流に流すべき努力が、なされるべきではなかろうか。

もっと具体的には、Dovalの応用と活用を研究することが、数学の社会的発展につながると思われる。なぜなら、Dovalが、ニュート

年老いてきた。

自分がやったことも忘れてきた。

DOVAL研究、再入門。この辺からがいいかもね。



投稿者 蛭子井博孝 日時 2011/01/11 学問 | [リンク用URL](#) | [コメント \(0\)](#)



2011/02/02

### DOVAL 初等的5大未解決問題 PDFにて



[「IMG\\_0001.pdf」をダウンロード](#) してね



投稿者 蛭子井博孝 日時 2011/02/02 D-oval | [リンク用URL](#) | [コメント \(0\)](#)



2011/02/07

### 2円系定理 1号 PDF公開4



[「TCC-THEOREM.pdf」をダウンロード](#) してくださいね

DOERYにも公開



投稿者 蛭子井博孝 日時 2011/02/07 学問 | [リンク用URL](#) | [コメント \(0\)](#)



2011/03/18

### DOVAL 離心角 研究資料 公開



内分枝式出る。

外分枝まだ。 [「IMG.pdf」をダウンロード](#)

[「2.zsd」をダウンロード](#)



投稿者 蛭子井博孝 日時 2011/03/18 学問 | [リンク用URL](#) | [コメント \(0\)](#)



2011/03/30

### DOVAL $x y$ 標準形の確認できた。うれしいな。



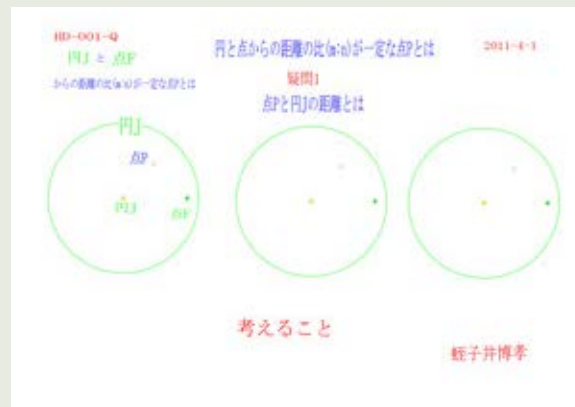


投稿者 蛭子井博孝 日時 2011/03/30 | [リンク用URL](#) | [コメント \(1\)](#)



2011/04/01

### 1. DOVAL(卵形線)試論 HD-001-Q



卵形線の定

義を考える準備。

疑問 1 右が答えを書く図「HD-001-Q.pdf」をダウンロード



投稿者 蛭子井博孝 日時 2011/04/01 学問 | [リンク用URL](#) | [コメント \(1\)](#)



2011/04/12

### Doval の外分枝径で規格化した図 3.6 図

「doval\_by\_normilized\_by\_h.E TKDL.pdf」をダウンロードして  
てみてください。

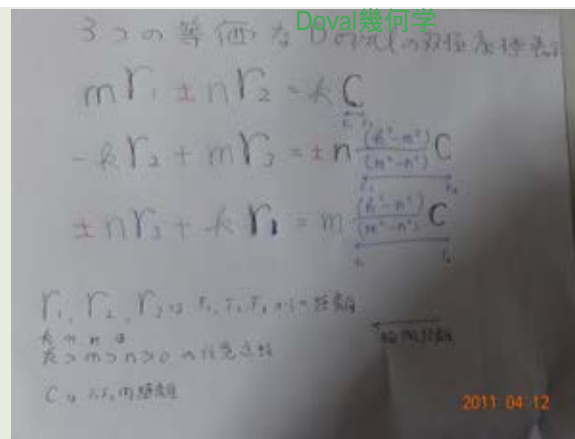


投稿者 蛭子井博孝 日時 2011/04/12 学問 | [リンク用URL](#) | [コメント \(0\)](#)



### 3つの等価なDovalの双極座標表示。「

「doval\_3\_tu\_no\_soukyokuzahyou.pdf」をダウンロード



投稿者 蛭子井博孝 日時 2011/04/12 学問 | [リンク用URL](#) | [コメント\(0\)](#)

## Outline of Doval

その1 [「outline of the doval.pdf」](#) をダウンロード

投稿者 蛭子井博孝 日時 2011/04/12 学問 | [リンク用URL](#) | [コメント\(0\)](#)

2011/04/13

## DOVAL の作図順序による定義と双極座標による定義式の関係

Dovalの内分枝卵形線は、点と円からの距離の比が一定な曲線であることの構図説明と

その卵形線上の点が双極座標を使えば、 $r_1$  と  $r_2$  の一次式で表されることの関係証明

を次のPDFに載せました。

[「doval\\_def\\_1\\_p.1-1.pdf」](#) をダウンロードしてください。

角の2等分線による三角形の辺と線分の比の関係の定理説明不足ですが自分で考えて

DH:HC=m:nのところ解決してください

私は、学生の頃この定義方法1ヶ月ぐらいかけています。100時間ぐらいかな。

3時間かけ30日いや10時間ぐらいだったか。

この記事のPDF2時間がかかり

投稿者 蛭子井博孝 日時 2011/04/13 | [リンク用URL](#) | [コメント\(0\)](#)

2011/05/15

## Doval の 5大未解決難題

Doval の定義図の作図の中に

1. Doval の幅の作図法を見つけること
  2. Doval の離心角の定義図を見つけること
  3. Doval の共役直径の定義図を見つけること
  4. Doval の平行な接線の作図法を見つけること
  5. Doval の垂直な接線の作図法を見つけること
- あるいは、見つけれないことを証明すること



投稿者 蛭子井博孝 日時 2011/05/15 | [リンク用URL](#) | [コメント\(0\)](#)



2011/05/22

## 離心角研究 水平仰角一般の位置と最大の位置PDF2枚

[「HI-DOVAL-E-Hmax.pdf」をダウンロード](#) [「HI-DOVAL-E-Hmaxmax.pdf」をダウンロード](#)



投稿者 蛭子井博孝 日時 2011/05/22 [D-oval性質](#) | [リンク用URL](#) | [コメント\(0\)](#)



2011/05/23

## Doval と膨らみ曲面 Maple plots PDF

[「doval and fukurami kyokumen 3 by h.E.pdf」をダウンロードしてね](#)



投稿者 蛭子井博孝 日時 2011/05/23 [D-oval](#) | [リンク用URL](#) | [コメント\(1\)](#)



2011/05/30

## 優しく述べるDoval PDF44ページ公開





投稿者 [蛭子井博孝](#) 日時 2011/05/30 [D-oval定義](#) | [リンク用URL](#) | [コメント \(1\)](#)



## 新Doval解説



[「Doval.pdf」をダウンロード](#)お願いします。

我が人生の新たなスタート



投稿者 [蛭子井博孝](#) 日時 2011/05/30 [学問](#) | [リンク用URL](#) | [コメント \(0\)](#)



2011/06/05

## Dovalの定義解説DOVYにも掲載



### “デカルト自身による卵形線の定義が、私の点と円からの距離の比が一定な曲線になること”の証明論文再公開



(1) : [「doval\\_4a.pdf」論文](#)：2節5項で、“デカルトによる定義 [「oval in descartes\\_geo.pdf」](#)”が点と円からの距離の比が一定な曲線になることを双極座標表示を用いて証明。(デカルトの偉大さ。[「oval in descartes\\_geo\\_2.pdf」](#)のひもによる作図法は、双極表示と同じかまだ証明していない。デカルトは、承知しているのだ。))

(2) : (双極座標表示が、点と円からの距離の比が一定な曲線であることの証明は [「doval\\_def\\_1\\_p.1-1.pdf」](#)にて証明, これは (私の処女論文の内容の一つです。この時点で、(1)の第4論文の証明わかっていたと思います



投稿者 [蛭子井博孝](#) 日時 2011/06/05 | [リンク用URL](#) | [コメント \(0\)](#)





## 研究業績目録

- 1) 蛭子井博孝；” デカルトの卵形線の二・三の性質”；日本図学会誌、図学研究、1 2 号、1973 年
- 2) Katsuhiro Kuroda; Hirotaka Ebisui;Tatsuro Suzuki；” Three-anode accelerating lens system for the field emission scanning electron microscope”；J.Applied Physics；Vol.45 No.5 May,1974
- 3) 蛭子井博孝；” 電界放出型電子銃における加速レンズ系の解析”；阪大応用物理、卒業研究 1973 年 3 月
- 4) 安井、斉藤、蛭子井、大中、高木；” 音響カプラーで公衆回線網をもちいて利用できる Terminal IMP”；第 16 回情報処理学会大会、昭和 50 年
- 5) 蛭子井博孝；” デカルトの卵形線の曲率円”；図学研究、19 号、1976 年 9 月
- 6) 蛭子井博孝；” 音響カプラーで端末と接続した Terminal IMP”；阪大応用物理、修士課程研究、1977 年
- 7) 蛭子井博孝（蛙の子）；” ある共線定理” 数学セミナー、ノート、1981 年 11 月号
- 8) 渡辺、蛭子井（文責）、渡部；” マイコンを使った自由選択科目の処理について”；広島女学院中・高研究紀要第 15 号、1984 年 3 月
- 9) 蛭子井博孝；” デカルトの卵形線の性質に関する考察（計算機援用作画による比較検討）”；図学研究、37 号、1985 年 9 月
- 10) プレストン、藤田、蛭子井（文責）、片上；” D S 8 6 覚書”；放射線影響研究所覚書 1989 年 3 月
- 11) 蛭子井博孝；” デカルトの卵形線の性質に関する考察-その幾何学的構図-” 図学研究、49 号、1990 年 3 月
- 12) 蛭子井博孝；” 数Ⅱ B の Basic の授業（CG）について”；日数教、福山支部会発表、1993 年、11 月
- 13) 蛭子井博孝；” n 次元超直方体の性質と n 次元へ拡張した黄金比をもつ超直方体”；Hyper Space、高次元科学会、Vol.2, No.3、1993 年
- 14) Hirotaka EBISUI；” Minor Axis of the Oval of Descartes and Ovaloid”；Proceedings of 6th ICECGDG Tokyo Japan Aug.1994
- 15) 蛭子井博孝；” デカルトの卵形線の短軸および卵形面”；図学研究、68 号、1995 年 3 月
- 16) 蛭子井博孝；” 様々な卵形線の図式化”；日本図学会 九州支部会、講演論文集、1995 年 8 月
- 17) 蛭子井博孝；” デカルトの卵形線の短軸に関する一定理”；図学研究、70 号、1995 年 12 月
- 18) 蛭子井博孝；” デカルトの卵形線の非対称軸（長軸、短軸）について”；1996 年大会学術講演論文集、日本図学会
- 19) 蛭子井博孝；” デカルトの卵形線の 2 焦点を見込む角について”；図学研究、74 号、1996 年 12 月
- 20) 蛭子井博孝；” Basic と CAD による卵形線の幾何学”；1997 年大会学術講演論文集、日本図学会
- 21) 蛭子井博孝；” 射影変換で不変な一点定理”；図学研究、77 号、1997 年 9 月
- 22) 蛭子井博孝；” 共点共線定理の円表現”；1998 年大会学術講演論文集、日本図学会
- 23) Hirotaka EBISUI；” AN EXTENSION TO FOURTH ORDER SURFACES BY THE OVAL WITH 3 INVERSION POINTS”；Proceedings of 8th ICECGDG Austin Texas USA Aug. 1998
- 24) 蛭子井博孝；” 統射影変換で不変な一点定理（円表現）”；図学研究、81 号、1998 年 9 月
- 25) 蛭子井博孝；” 無限連鎖定理に関する考察”；1999 年大会学術講演論文集、5 月、日本図学会
- 26) 蛭子井博孝；” 支持関数による卵形及びその他の形態の媒介変数表示とその CG”；形の科学 45 回シンポジウム；形の科学会、1999 年 6 月
- 27) 蛭子井博孝；” デカルトの卵形線の離心率による形状（凹凸）について”；1999 年研究発表講演論文集、7 月、日本図学会九州支部
- 28) 蛭子井博孝；” 支持関数による卵形及びその他の形態の媒介変数表示とその CG”；形の科学、14、2 号 1999
- 29) Hirotaka EBISUI；” About Ramanujan's Equation”，Proceeding of the 4th ATCM、広州、Dec, 1999
- 30) Hirotaka EBISUI；” Some Expressions of Ovaloid and Form Defined by Supporting Function” FORMA ,15、1 号、pp.61-66 2000
- 31) 蛭子井博孝；” 無限連鎖定理に関する考察”；図学研究 87 号、2000 年 3 月
- 32) 蛭子井博孝；” デカルトの卵形線の拡張としての多極多重曲線”；2000 年大会学術講演論文集、5 月、日本図学会
- 33) 蛭子井博孝；” デカルトの卵形線の内外分枝の非対称軸について”；図学研究 88 号、2000 年 6 月

- 34) Hirotaka EBISUI ; " ON ASYMMETRY AXES AND AN INVARIANT OF THE OVAL OF DESCARTES" ;  
Proceedings of 9th ICGG Johannesburg, South AFRICA July. 2000
- 35) 蛭子井博孝 ; " ある凹 1 8 面体等 4 単体による 3 次元空間分割充填の試み" ; 形の科学会 15,3,2000
- 36) 蛭子井博孝 ; " 直極点による卵形線の拡張としての多極多重曲線" ; 図学研究、91 号,2001 年,3 月
- 37) 蛭子井博孝 ; " 卵形線の構図を膨らませた反転 4 次曲面" ; 自費出版
- 38) 蛭子井博孝 ; " ある凹凸 1 8 面体の CG" ; 2001 年大会学術講演論文集、5 月、日本図学会
- 39) 蛭子井博孝 ; "A set (GAISUU) of Generalizing Prime Numbers"; 6th ATCM01,12 月、RMIT,Melbourne
- 40) 蛭子井博孝 ; "卵形線とコンフィギュレーション" ; 2002 年大会学術講演論文集、5 月、日本図学会、中部大
- 41) Hirotaka EBISUI ; " TWO KINDS (Chocoid,Tajicoid) OF CURVES EXTENDED FROM THE OVAL" ;  
Proceedings of 10th ICGG KYIV,UKRAINE July. 2002
- 42) 蛭子井博孝 ; " 形 (魚) と式" ; 形の科学会、1 7, 3 号 2002、2003 年、3 月
- 43) 蛭子井博孝 ; " 共焦点な卵形線群" 形の科学会 18,1,2003
- 1) 蛭子井博孝 ; " 楕円を拡張した共 2 焦点共 3 焦点な卵形線群" ; 2003 年研究発表講演論文集、8 月、日本図学会九州支部会
- 45) 蛭子井博孝" n 次元等分割直方体とその一般化" ; ノート ; 形の科学会誌 18,2,2003
- 46) 蛭子井博孝 ; " 線分膨らみ曲面 (卵形面、巻き貝等)" ; 形の科学会 18,2,2003、福井大学
- 47) HirotakaEbisui" Maple and Oval" ; 8th ATCM03、12 月 Chung Hua,Taiwan
- 48) 蛭子井博孝" 円、球を用いた 2 D, 3 D 完全マッチンググラフ" ; 形の科学会,19,1,2004、理化学研究所
- 49) Hirotaka.Ebisui ; " About the Oval (Doval)"; 11th ICGG,1-4 August,2004、Guangzhou,China
- 50) 蛭子井博孝 ; " デカルトの卵形線を Doval と呼ぶことにして" ; 日本図学会 7 8 回関西支部会 2-12 大阪電気通信大学、2 0 0 5 年
- 51) 蛭子井博孝 ; " ある共点定理" ; 日本数式処理学会 ; 2005、広島大学
- 52) 蛭子井博孝 ; " Doval の随伴円について 1" ; 応用数理学会 ; 2005、9 月、東北大学
- 53) 蛭子井博孝 ; " Doval の随伴円について 2" ; 日本図学会本部例会 2005、12 月、撰南大学
- 54) Hirotaka Ebisui ; " Concomitant circles of Doval" ; ATCM05,12 月、KNUE、Korea
- 55) 蛭子井博孝 ; " 3 円の定理とその応用定理" ; 図学研究、111 号、2006、3 月、日本図学会
- 56) 蛭子井博孝 ; " モーレの定理とその周辺定理" ; 61 回形の科学会 ; 2006 年、6 月、名古屋大学
- 57) 蛭子井博孝 ; " ある共線定理 (バラの定理) とある接円定理 (ザクロの定理)" ; 63 回形の科学会 ; 2007 年 6 月、東京理科大
- 58) 蛭子井博孝 ; " 幾何学の様々な形をした共点、共線定理" ; 63 回形の科学会 ; 展示、2007 年 6 月、東京理科大
- 59) 蛭子井博孝 ; " CAD を用いて発見したロリーの花の定理等から考える幾何とは何か" ; 2008 年度、数学教育学会春季年会、近畿大
- 60) 蛭子井博孝 ; " Doval (デカルトの卵形線の内外分枝) のある一般化" ; 2008 年度大会学術論文集、5 月、日本図学会
- 61) 蛭子井博孝 ; " CAD を用いて発見したロリーの花の定理等:定理一覽" ; 2008 年度大会学術論文集、5 月、日本図学会
- 62) 蛭子井博孝 ; " 続様々な形の幾何学の定理" ; 65 回形の科学会 ; 展示、2008 年 6 月、仙台電波工業高専
- 63) 蛭子井博孝 ; " 数学定理発見の喜び (古典基本定理を超えて)" ; 数学教育学会春季年会発表、東大、2009 年
- 64) 蛭子井博孝 ; " 点線円幾何学あれこれ  
(その基本性、拡張性、発展性)" ; 2009 年度数学教育学会秋季例会発表論文集、阪大
- 65) 蛭子井博孝 ; " PC 画面が生み出す機能 (ブログ DOERY を例に)" ; 第 68 回形の科学シンポジウム、代役、独協医科大 2009 年 11 月
- 66) 蛭子井博孝 ; " バラの定理証明" ; 第 69 回形の科学シンポジウム、東京学芸大 2010 年 6 月
- 67) 蛭子井博孝 ; " COLLINEAR NOTE"、" Congruense Theorem"、ICGG2010、京都大学、2010 年 8 月

## (b) 主要論文の別刷

同封書類題

- 1) Katsuhiko Kuroda; Hirotaka Ebisui;Tatsuro Suzuki ; ” Three-anode accelerating lens system for the field emission scanning electron microscope” ; J.Applied Physics ; Vol.45 No.5 May,1974
- 2) Hirotaka EBISUI ; ” Some Expressions of Ovaloid and Form Defined by Supporting Function ” FORMA ,15、1号, pp.61-66 2000
- 3) Hirotaka.Ebisui ; ” About the Oval(Doval)”;11thICGG,1-4 August,2004、Guangzhou,China
- 4) 解説 ものの形について バイオメカニズム学会誌 Vol.29,No.2(2005)
- 5) 準理幾何学1号 自費出版、2010-12-31

## (c) これまでの研究内容と今後の研究計画

### これまでの研究

#### 1. 点線円幾何学

初等幾何、射影幾何 1600 題の定理集を 8 巻の本にしている。

現在この研究がメイン

#### 2. Doval の研究

楕円の一般化としてのデカルトの卵形線を考察し、

その定義方法の確立、短軸等性質の一般化、さらに、卵形線の内外分枝を Doval と命名

Doval の空間化反転 4 次曲面の導出、Doval の無限曲線への拡張 Chocoid、Tajicoid の定義の発見とその CG 化

を行う。

<http://aitoyume.de-blog.jp/doval/> に公開

#### 3. その他の研究

- ①黄金比の高次元への拡張
  - ②素数の一般化：外異数の定義と数表の導出
  - ③支持関数による魚形状を表す式の発見と CG 化
  - ④電子顕微鏡の電子レンズの解析
  - ⑤ Internet コントロールプログラムの開発研究
  - ⑥高校時間割作成支援プログラムの開発
  - ⑦放射線被曝線量計算のマネージメント
- 以上

### 今後の研究計画書

(1) 図形幾何学 (点線円幾何学) 【準理幾何学】研究  
Rapid CAD を用いて、発見研究

#### (2) DOVAL 研究

私の研究のもうひとつは、楕円の拡張である Doval (デカルトの卵形線の内外分枝: {定義: 点と円からの距離の比が一定な曲線}) の初等的基礎研究とその応用についてです。

この研究は、今後、共同研究による専門研究が要る所まで進んでいます。以下にそのテーマをあげます。

- ① Doval の周長は、超楕円積分、この積分の位置づけするための、8 次式の標準化による超楕円積分の初等的分類の研究
- ②離心角の一般化による Doval の保型関数表示の研究
- ③ Doval の 4 次標準型と 4 次曲線の射影的分類の関係の研究
- ④ Doval の空間化である反転 4 次曲面の一般化の研究 (反転の一般化の研究)
- ⑤カシニの卵形線とデカルトの卵形線の双極座標表示である積と和の定義の関係の解明
- ⑥ Doval の一般化の Tajicoid の性質による、無限と大域の対称性および複雑現象の数理の研究
- ⑦ Doval の一般化の Chocoid の性質による、曲線の分枝構造の研究
- ⑧ Doval の原始化とその構造の研究
- ⑨夢のテーマ: 楕円幾何双曲幾何の 2 次宇宙論を Doval 幾何による 4 次宇宙論にすること

\*上記のテーマにおいて数学者との共同研究を求む

### 3. 研究の数学的意義について

代数方程式が4次まで、解の公式がある、つまりその係数の巾乗を含む代数式で解が表されることに象徴されることは、楕円幾何双曲幾何でなく、4次曲線の分類と4次曲線までの利用により、

物理空間が厳密に解明されるという発想がある。これは、4次までの大変な作業をしないと、物理空間の数学的解明ができないことを意味する。しかし、人類が、物理空間や数学空間を自分のものにするためには避けて通れないことのように思われる。

つまり、写像などによる集合論的複素数学や特異点の研究ばかりでなく、古来から在る、古典的代数的4次の持つ意味を重要視すべきであると思われる。また、これと結びつけるため、 $x$ 、 $y$ 座標を開発したデカルト自身が言っているように、解析幾何的手法でなく、古典幾何的手法により、数学を発展させることの重要性が問われているように思われる。Dovalの今まで研究は、古典幾何学的研究であり、その修得が、これに役立つと思われる。若い数学人の育成には、現代の主流の数学ばかりでなく、私が研究してきた亜流の数学を、数学の本流に流すべき努力が、なされるべきではなからうか。

もっと具体的には、Dovalの応用と活用を研究することが、数学の社会的発展につながると思われる。なぜなら、Dovalが、ニュートンの運動方程式の解である楕円運動の発見が、天文学を発展させたその楕円の有用性を保持したままの拡張であることを研究成果として示してきたつもりである。その中のDovalの短軸、左右離心率の定理がその顕著な例である。

以上のように、数学の諸分野の未解決問題や、未完成問題が、Dovalの未解決未完成問題を解くことや点線円幾何学で道の定理を発見することで、大きく前進することが提案できる。故に、ここに提案する研究テーマは、数学の新しい概念(公理、定理、法則、原理など)の創造と導出を目指すことを主テーマにしているといえることができる

## 編著者紹介

蛭子井博孝

Email [hirotaka.ebisui@clear.ocn.ne.jp](mailto:hirotaka.ebisui@clear.ocn.ne.jp)<http://aitoyume.de-blog.jp/>

## 履歴

1950 年生まれ

1969 広島学院卒

1973 大阪大学工学部応物卒業

1977 大阪大学大学院応物修了

1977 広島女学院、数学教師、

1986 放射線影響研究所 コンピュータ研究員

1991 福山暁の星女子高校、数学教師

1995 年卵形線研究センター開設

賞 論文賞 「デカルトの卵形線に関する研究」 日本図学会

学会活動 数学会 数学教育学会 日本図学会 現在所属、

国際会議 ATCM、ICGG 参加発表

社会活動 毎年 2 回(今年から年一回) 点線円幾何学展示会開催

第 7 回 2011 年 10 月 22 日から 30 日まで予定

現在 田舎貧乏学者

## Doval 幾何学

発行日 2011年7月15日

発行者 蛭子井博孝

発行所 卵形線研究センター

740-0012 岩国市元町 4 丁目 12-10

+81-(0)827-22-3305

<http://aitoyume.de-blog.jp/>

印刷製本 ニシキプリント

733-0833 広島市西区商工センター

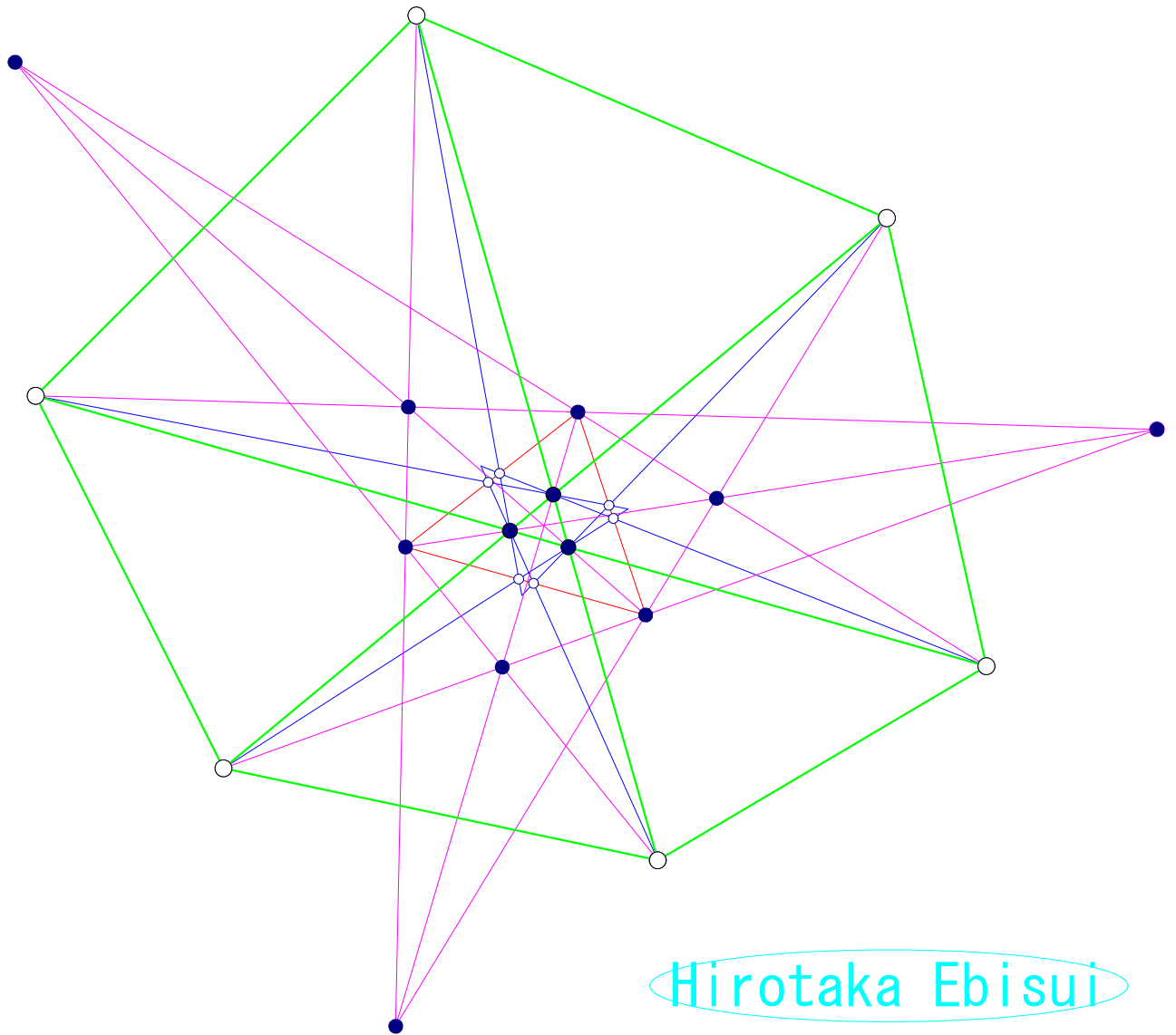
7 丁目 5 番 33 号

# Collinear NOTE no. 9

ICGG K-JH

## HEXAGON THEOREM

6 Points given freely



Hirotsuka Ebisui



思いは同じ  
人の幸せ

3 2 5 2 6 7 9 3 1 ----- 3 2 2 5 2 6 9 9 3

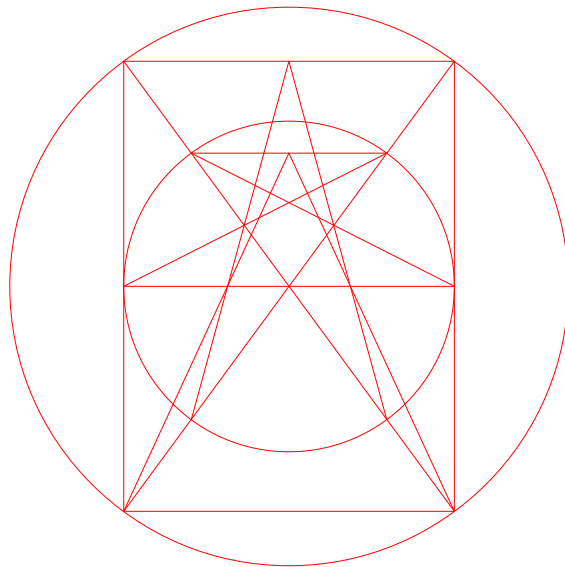


# ありがとう

「お袋さん、  
私の未熟な宝物  
もらってください。」

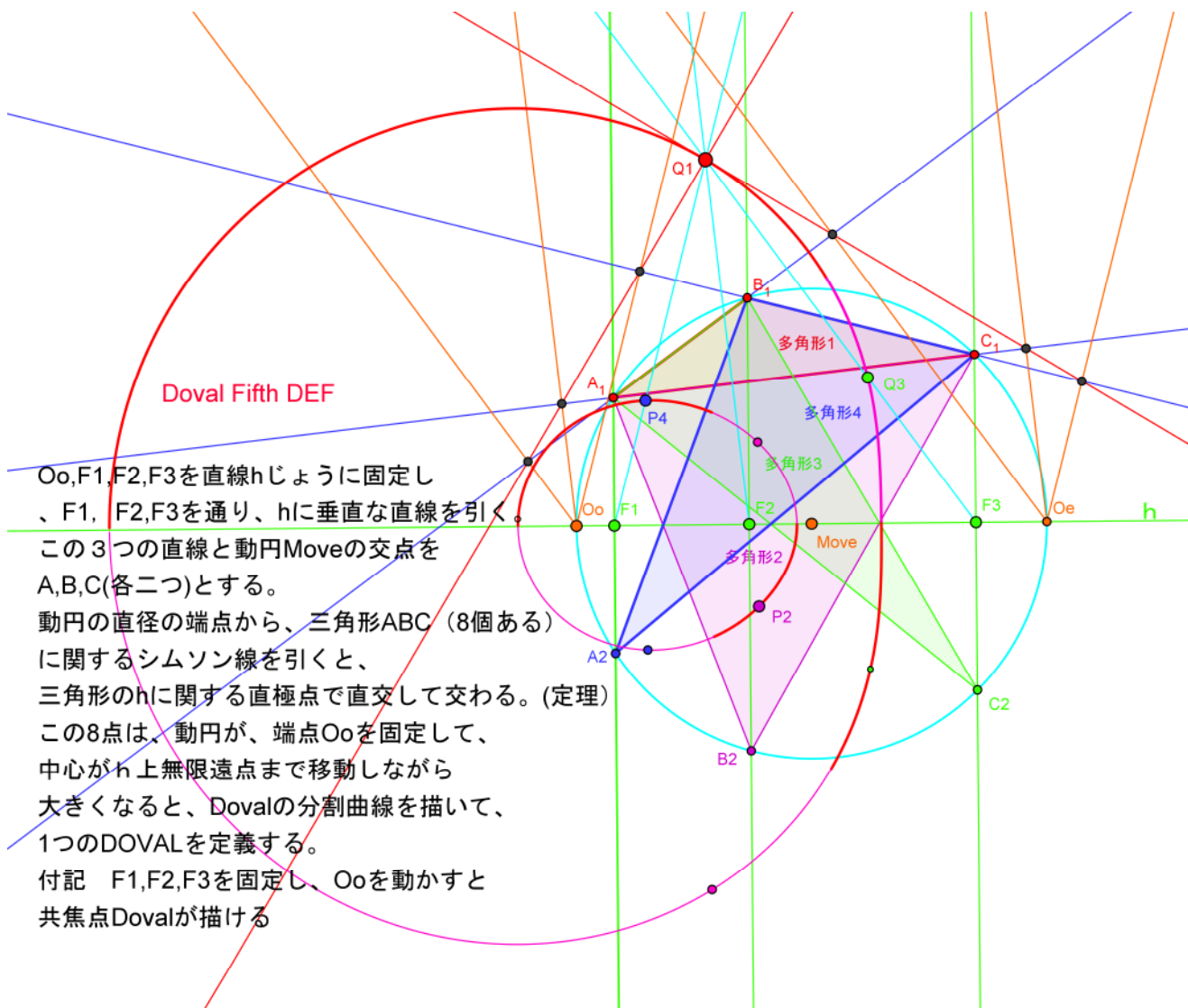
「みなさん、これを受け取ってください。  
老い始めた自分、これからも、一生懸命、  
DOVALの生きた研究をしていきます。  
よろしくお願いします。」

蛭子井博孝



# DOVAL 第五定義

蛭子井博孝 740-0012 岩国市元町4丁目12-10 0827-22-3305 - 縮尺 (cm単位) : 1:1



Oo,F1,F2,F3を直線hじょうに固定し、F1, F2,F3を通り、hに垂直な直線を引く。この3つの直線と動円Moveの交点をA,B,C(各二つ)とする。動円の直径の端点から、三角形ABC (8個ある)に関するシムソン線を引くと、三角形のhに関する直極点で直交して交わる。(定理) この8点は、動円が、端点Ooを固定して、中心がh上無限遠点まで移動しながら大きくなると、Dovalの分割曲線を描いて、1つのDOVALを定義する。  
 付記 F1,F2,F3を固定し、Ooを動かすと共焦点Dovalが描ける