

第 2 章 卵形線の定義

第 3 節 卵形線の定義

卵形線の定義は、卵形線上の一点を求めその軌跡として卵形線が求まる。そのため、卵形線の定義の図は、卵形線上の一点を求める図と行ってよいであろう。だから、定義の図には、基本的には、卵形線は見えない。定義の作図法で厳密な点を何点か求め、それを近似曲線で結ぶということになる。

第 1 項 2 . 3 基本4題作図定理

【作図定理 1】. 任意の 1 つの円 S_1 を準円とし、他に 1 つの焦点 S_2 ($S_1 \ S_2$) と定比が与えられたとき、この卵形線を描くこと。

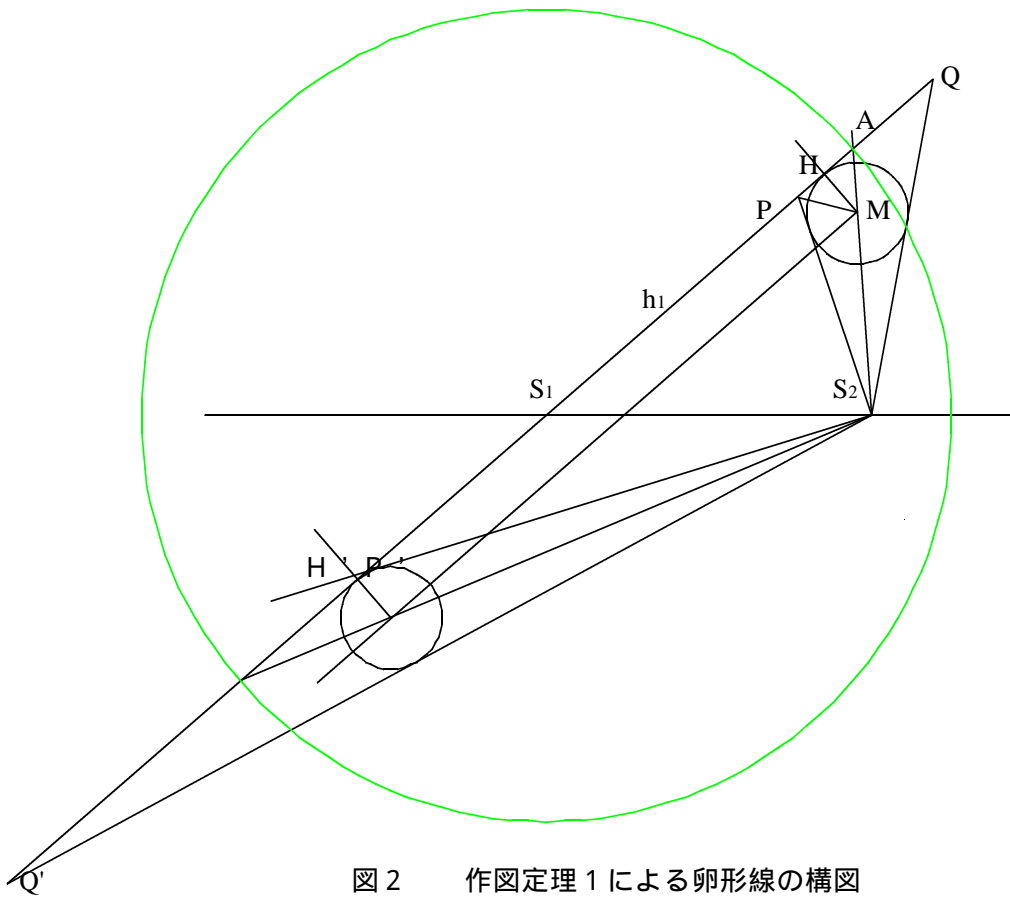


図 2 作図定理 1 による卵形線の構図

図 2 において、円 S_1 と 1 点 S_2 が与えられている。今、中心 S_1 を通る任意な直線 h_1 と円 S_1 との交点を A とする。 A と S_2 を結ぶ直線上に $S_2 M : M A = m : n$ となるように M をとる。次に、 M から直線 h_1 を下し、その足を H とする。 M を中心とし、 $M H$ を半径とする円を描き、 S_2 を通り、その円に接する直線 h_1 との交点を P 、 Q とする。すると、 $P A : P S_2 = M A : M S_2$ になる。($\angle A P M = \angle M P S_2$)。 S_1 を中心に h_1 を 1 回転させるとき P 、 Q は、卵形線を描く。ここで、 P 、 Q は同じ性質をもつが、 P は内分枝を、 Q は外分枝を満たすものを表わす。以下の図においても同様である。

ここで、 M は、 $S_1 S_2$ を $n : m$ に内分する点を中心に持ち、半径 $S_1 A (m / (m + n))$ を持つ円周上にあり、 $S_1 A$ に平行な半径の端点である。

第2章 卵形線の定義

【作図定理2】. 任意の2つの円を準円として与えられたとき, この卵形線を描くこと。

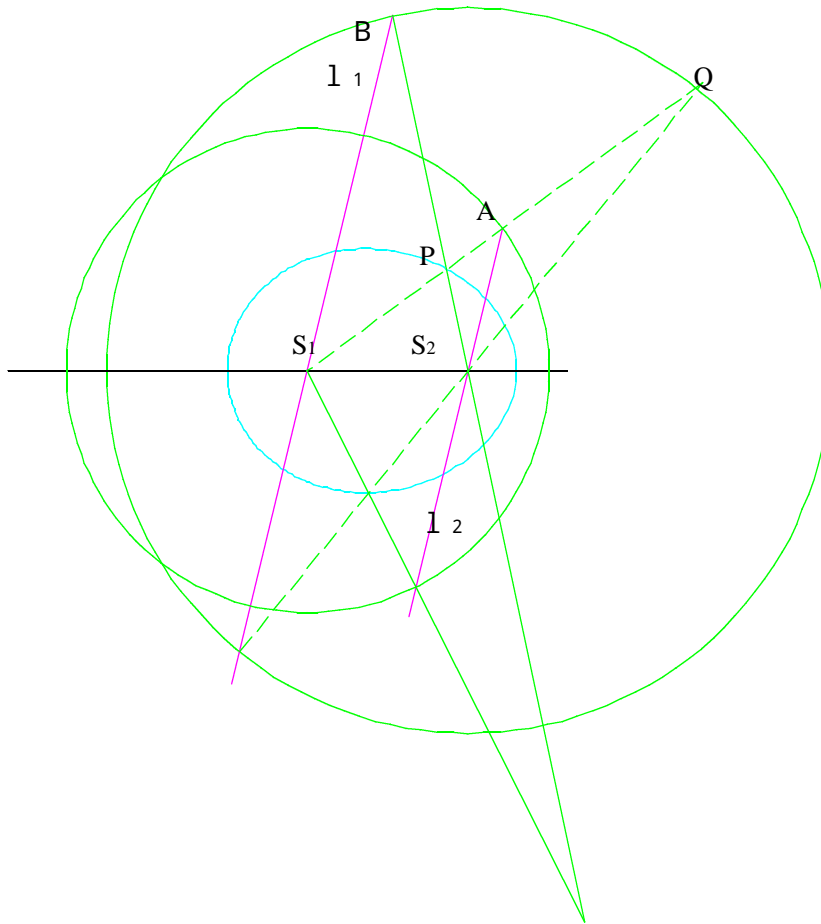


図3 作図定理2による卵形線の構図

図3において, 円 S_1 と円 S_2 が与えられている。まず, S_1, S_2 を通り, 互いに平行な直線 l_1, l_2 を引く。 l_1 が円 S_2 と交わる点 B , l_2 が円 S_1 と交わる点を A とする。

このとき, 直線 $S_1 A$ と $S_2 B$ の交点 P, Q は, A あるいは B が, 円 S_2 上 あるいは 円 S_1 上をそれぞれ動くとき, 卵形線を描く。

第 2 章 卵形線の定義

【作図定理 3】. 任意の 1 つの円 O を補助円とし, 他に 2 つの焦点 S_1, S_2 ($S_1 \neq S_2$) が O と共線であるように与えられたとき, この卵形線を描くこと。

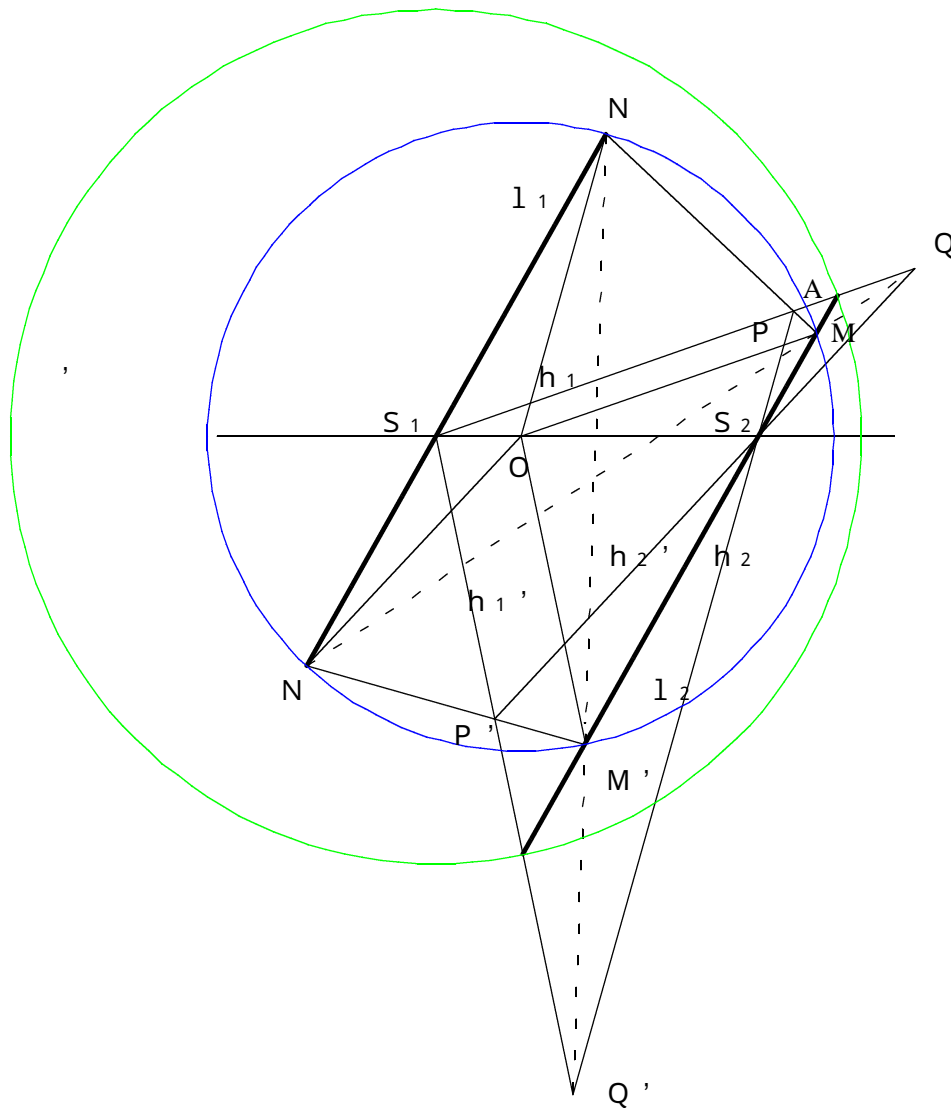


図 4 作図定理 3 による卵形線の構図

図 4 において, 円 O と, その中心線上に任意に二点 S_1, S_2 が与えられている。まず, S_1, S_2 を通り, 互いに平行な直線を l_1, l_2 とする。 l_1, l_2 が円 O と交わる点をそれぞれ N, M とする。次に, ON に平行に S_2 を通る直線 h_2 を引く。同様に OM に平行に S_1 を通る直線 h_1 を引く。すると, h_1, h_2 の交点 P , h_1, h_2' の交点 Q は, N あるいは M が円 O 上を動くとき, 卵形線を描く。ここで, N, P, M あるいは N', Q, M が共線であることは, パップスの定理より明らか。

第2章 卵形線の定義

【作図定理4】. 任意の2つの円 O_1 , 円 O_2 が補助円として与えられたとき, この卵形線を描くこと。

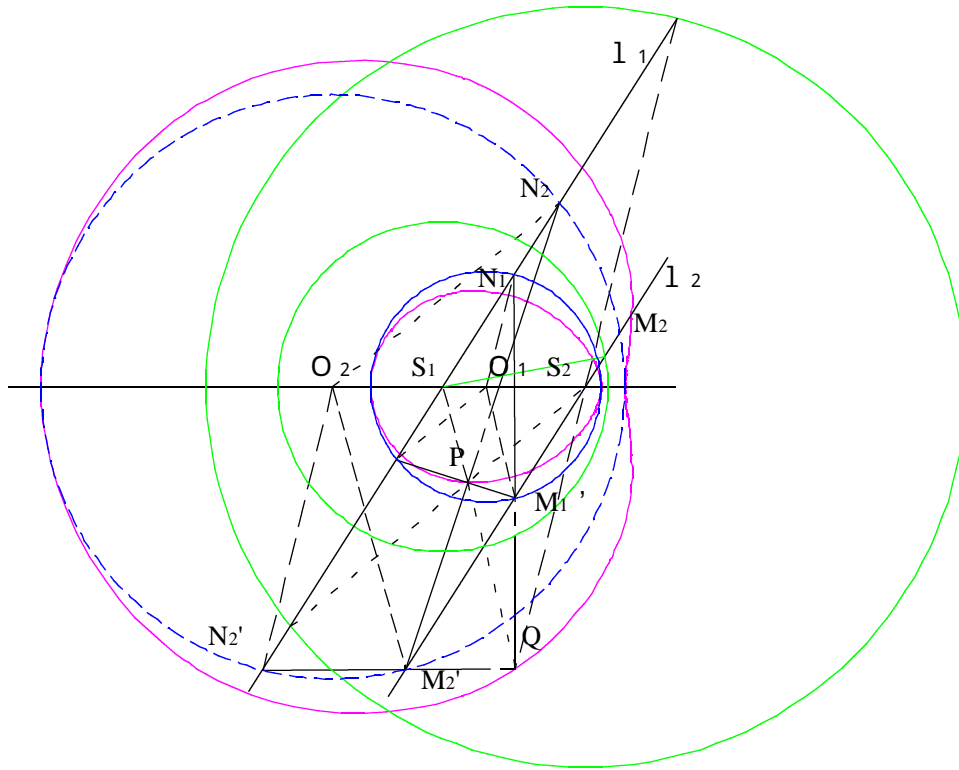


図5 作図定理4による卵形線の構図

図5において, 円 O_1 , 円 O_2 ($O_1 \neq O_2$) が与えられている。2つの円の相似中心 S_1, S_2 を求め, S_1, S_2 を通り, 互いに平行な直線 l_1, l_2 を引く。 l_1 と円 O_1, O_2 が交わる点をそれぞれ N_1, N_1', N_2, N_2' とし, 同様に M_1, M_1', M_2, M_2' をとる。次に直線 $N_1'M_1'$ と直線 $N_2'M_2'$ が垂直に交わる点を P ,

同様に直線 N_1M_1' と $N_2'M_2'$ が垂直に交わる点を Q とする。
 すると, P, Q は, N_1 あるいは M_1 が円 O_1 上を動くとき, 卵形線を描く。
 同様の作図で, 直交する点は, もう一对 P', Q' がある。