

# 卵形線の構図を膨らませた反転4次曲面

Inversion-4th order surface bulged the composition of the oval

蛭子井博孝 (Hiroataka EBISUI)

**要約:** 卵形線の空間への拡張として、平面図形内の線分を平面に垂直に円でふくらませることを考えた。その具体例として、トーラスもあるが、ここでは、卵形線の構図の中の線分をふくらませた。そして、その媒介表示式から、擬似トーラス、自己交差曲面、2重閉曲面の画描を行った。これらの曲面族が、4次曲面であることを確かめた。さらに、それらの線分膨らみ曲面が、反転中心を持つことが解った。

**キーワード:** 空間幾何; 線分膨らみ曲面/ 4次曲面/ 擬似トーラス/ 自己交差曲面/ 2重閉曲面/ 反転

**Abstract:** Recently, according to the advancement of functional graphic software programs, we can draw beautiful graphics with mathematical structure. This paper reports 4th order surfaces those are constructed bulging segments on a plane with the circle. When we use a plane-composition of the oval to bulge segments, the surfaces are named as Pseudotorus, Self-crossing surface, and Double closed surface.

These surfaces are 4th order surface and have a center of inversion. We show the graphics of them defined by parametric equations. These graphics will make clear their structures and help the research of 4th order surface, I hope.

**Keywords:** 3D-Geometry : Segment-Bulged Surface/ 4th order surface/ Pseudotorus/ Self-crossing surface/ Double closed surface/ Inversion.

## 1. はじめに

曲面の歴史は古い。しかし、その画描の歴史は、ここ20年ぐらいの関数グラフィックの歴史と言ってもいいだろう。この中で、代数実4次曲面が画描されたのは、Dupinのサイクライデが初めてではないだろうか。その定義方法の一つに、“サイクライデとは、与えられた平面に中心を持ち、与えられた2つの球に接する動球の包絡面である”(Chandru. etc, 1989)。この曲面は、4次曲面である。そして、その式は、

$$(x^2 + y^2 + z^2 - m^2 + b^2)^2 = 4(a x - c m)^2 + 4 b^2 y^2$$

$$(x^2 + y^2 + z^2 - m^2 - b^2)^2 = 4(a x - c m)^2 + 4 b^2 z^2$$

である。

さて、この拙論の膨らみ曲面は、サイクライデとは違い、平面図形にある線分を円で空間にふくらませるのである。ここで述べる卵形膨らみ曲面は、やはり、4次曲面になるが、係数が違い、サイクライデとは、異なった族であり、それは、5節の式と上の式を比較したら解る。

さて、この曲面は、反転中心を持っている。その一つは、擬似トーラスであり、もう一つは、自己交差曲面である。さらに、卵形面を内包する2重閉曲面である。これらの曲面の基本平面図形とその媒介変数表示の導出と4次式および性質の1つをここで述べる。実4次曲面の初等的分類は、サイクライデや卵形膨らみ曲面やさらなる4次曲面の発見を待たねばならないと思うが、平面4次曲線である卵形線から空間に拡張した3つの曲面族の初等的構造とそのCGを味わっていただきたい。

## 2. 線分ふくらみ曲面

1点Fを原点とし、平面上をまわる動径1上に、2点、P、Qがある時、線分PQの中点を中心、PQの長さを直径とする円板を平面上に垂直に立てて、動径を動かすときに出来る立体の表面は、ある曲面である。図1のように、こうして出来る曲面を線分ふくらみ曲面と言うことにする。明らかに、動径上に固定された一定の長さの線分から得られるふくらみ曲面は、トーラスであり、また、PQの中点がFで、PQの長さが不変の時、PQを直径とする球面が出来る。

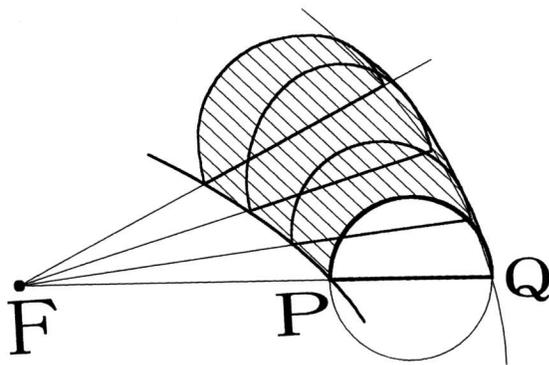


図1 線分ふくらみ曲面

## 3. 卵形線を描く動径と線分の関係

ここでは、前節の線分PQを卵形線の図形の中を選ぶ準備をする。そのため、卵形線の定義から始める。

楕円を拡張した卵形線は、1点と定円からの距離の比が一定な曲線として定義できる。しかし、ここでは、2定円より定まる卵形線の内外分枝を定義する図を考える。その図のなかに、動径と線分を定め、その動きにより、空間曲面を定義する。

### 3.1 卵形線の定義（作図法）

【作図法】 楕円を拡張した卵形線は、一方を内包する2つの円を定めることにより一意的に定義できる。図2において、2円が中心 $O_{12}$ 、 $O_{21}$ をもつものとして与えられているとする。その2円の相似中心を、 $F_1$ 、 $F_2$ とする。 $F_1$ 、 $F_2$ を通り、互いに平行な直線を、 $l_1$ 、 $l_2$ とする。 $l_1$ 、 $l_2$ と円 $O_{12}$ の交点をそれぞれ、 $M_1$ 、 $M_1'$ ； $N_1$ 、 $N_1'$ とし円 $O_{21}$ との交点をそれぞれ、 $M_2$ 、 $M_2'$ ； $N_2$ 、 $N_2'$ とする。円 $O_{12}$ の半径 $O_{12}M_1$ 、 $O_{12}N_1$ の2直線にそれぞれ平行な、 $F_2$ 、 $F_1$ を通る直線 $F_2P$ 、 $F_1P$ の交点をPとする。図2の一部を抽出した図、図(a)のように、Pはなる。同様に、図2の(b)のQを求める。このとき、P、Qは、 $l_1$ 、 $l_2$ が、 $F_1$ 、 $F_2$ を回転中心に一回転すると、卵形線の内分枝と外分枝を描く。

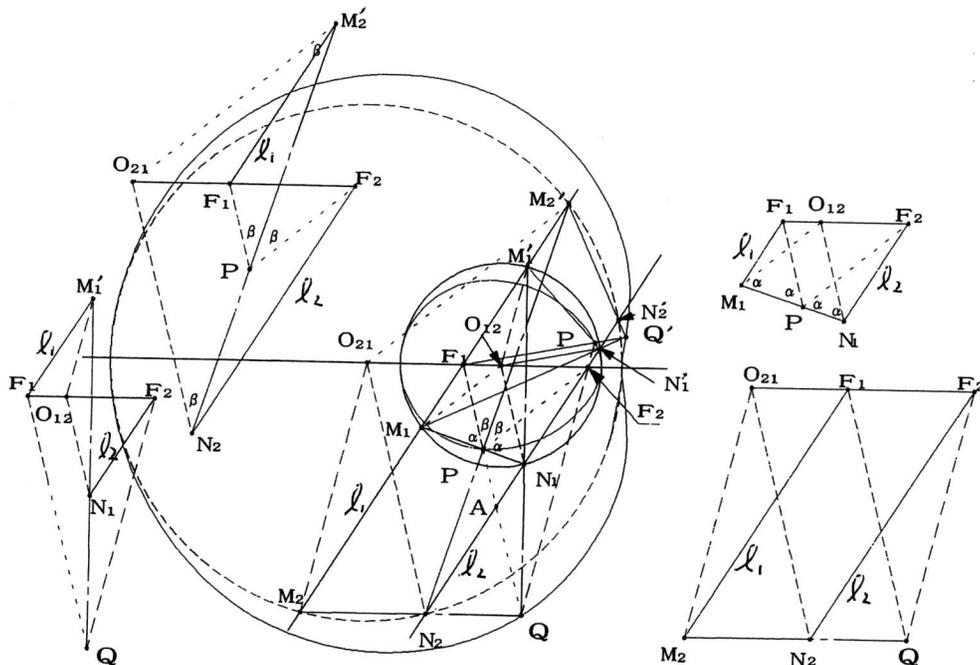


図2 2円より定義した卵形線とその補助円

### 3. 2 作図補助線の持つ性質1

#### 性質 [1]

パップスの定理より、 $M_1, P, N_1$ は共線であり、 $M_2, N_2, Q$ も共線である。

#### 性質 [2]

直線 $M_1N_1$ と $M_2'N_2'$ は、点 $P$ で直交する。なぜなら、 $2(\alpha + \beta) = 180^\circ$  より  $\alpha + \beta = 90^\circ$   
直線 $M_2N_2$ と $M_1'N_1'$ も $Q$ で直交する。

#### 性質 [3]

3点 $F_1, P, Q$ は、共線である。 $\therefore F_2$ が相似中心より、 $O_{12}N_1 // O_{21}N_2$ 、  
条件より、 $O_{12}N_1 // F_1P, O_{21}N_2 // F_1Q$   
 $\therefore F_1P // F_1Q$  ゆえに、 $F_1, P, Q$ は、共線  
同様に3点 $F_1, P', Q'$ も共線である。

### 3. 3 P, Qが卵形線を描くことの証明

図2において、 $F_1P$ と $l_2$ の交点を $A$ とすると、  
 $F_1A // O_{12}N_1$ より、円 $O_{12}$ の半径一定より、 $F_1A$ は、一定になる。つまり、 $A$ は、 $l_2$ が $F_2$ を中心に一回転すると、定円(中心 $F_1$ 、半径 $F_1A$ )を描く。ここで、 $F_2N_1 : N_1A = F_2O_{12} : O_{12}F_1 = m : n$ とすると、また $\triangle F_2PA$ において、直線 $PN_1$ は、 $\angle F_2PA$ の二等分線、ゆえに、 $PF_2 : PA = F_2N_1 : N_1A = F_2O_{12} : O_{12}F_1 = m : n$

故に、 $PF_2 : PA = m : n$ 一定より、 $P$ は、定円( $F_1; F_1A$ )と点 $F_2$ からの距離の比が一定な点である。このとき、 $J = F_1A = F_1P + PA = F_1P + (n/m)F_2P$

故に、双極( $F_1, F_2$ )座標( $F_1P = r_1, F_2P = r_2$ )で  $r_1 + (n/m)r_2 = J$   $J$ は定数

$$\therefore m r_1 + n r_2 = m J$$

これより  $P$ は、デカルトの卵形線上にある。

$Q$ についても同様にして  $m r_1 - n r_2 = m J$

### 3. 4 作図補助線の性質2

さて、図3は、図2を直線 $F_1F_2$ を対称軸に部分的に対称移動させたものである。つまり、直線 $F_1PQ$ と直線 $F_1\bar{P}\bar{Q}$ は、直線 $F_1F_2$ に関して対称である。また、図3左部分図の5つの円について、証明を行う。

#### 性質 [4]

4点 $F_1, \bar{P}, P', F_2$ は、同一円周上にある。なぜなら、図2と図3の $P$ と $\bar{P}$ の対称性より  $\angle F_1PF_2 =$

$$\angle M_1O_{12}N_1 = \angle M_1'O_{12}N_1' = \angle F_1P'F_2$$

$\therefore \angle F_1\bar{P}F_2 = \angle F_1P'F_2$  よって、円周角の定理より同一円周上にある。

#### 性質 [5]

上記の性質より、 $\bar{P}, P'$  から2点 $F_1, F_2$ を見込む角は等しい。 $\therefore$  ノート(蛭子井, 1996)より図3において、直線 $\bar{P}P'$ は、第三焦点 $F_3$ を通る。

#### 性質 [6]

4点 $F_1, \bar{Q}, Q', F_2$ は、同一円周上にある。 $\therefore \angle F_1\bar{Q}F_2 = \angle F_1Q'F_2 = \angle M_2O_{21}N_2 = \angle M_2'O_{21}N_2' = \angle F_1Q'F_2$

$\therefore \angle F_1\bar{Q}F_2 = \angle F_1Q'F_2$ より、円周角の定理より同一円周上にある。

#### 性質 [7]

[5]と同様に直線 $\bar{Q}Q'$ は、第三焦点 $F_3$ を通る。

#### 性質 [8]

3点 $Q, F_2, P'$ は、共線である。

$\therefore$  図2において、 $F_1$ が相似中心であることより、 $O_{21}M_2 // O_{12}M_1'$  条件より  $O_{21}M_2 // F_2Q, O_{12}M_1' // F_2P' \therefore F_2Q // F_2P' \therefore Q, F_2, P'$ は、共線

#### 性質 [9]

四角形 $\bar{Q}\bar{P}P'Q'$ は、同一円周上にある。

$\therefore$  [8]の性質と、 $Q; \bar{Q}, P'; \bar{P}'$ の $F_1F_2$ に関する対称性より  $\therefore \angle \bar{Q}F_2F_1 = \angle P'F_2F_3 \dots \textcircled{1}$

[4]の性質より、内接四角形 $\bar{P}F_1F_2P'$ についての角を考え  $\angle F_1\bar{P}P' = \angle P'F_2F_3 \dots \textcircled{2}$

[6]の性質より

$$\angle \bar{Q}Q'F_1 = \angle \bar{Q}F_2F_1 \dots \textcircled{3}$$

$$\textcircled{1}\textcircled{2}\textcircled{3}\text{より} \quad \angle F_1\bar{P}P' = \angle \bar{Q}Q'F_1$$

$\therefore$  四角形 $\bar{Q}\bar{P}P'Q'$ の内対角の和が $180^\circ$ になり、四角形は、同一円周上にある。

#### 性質 [10]

四角形 $P'F_2F_3Q'$ は、同一円周上にある

$$\therefore [9]\text{より、} \quad \angle \bar{Q}Q'P' = \angle P'\bar{P}F_1$$

$$[4]\text{より} \quad \angle P'\bar{P}F_1 = \angle P'F_2F_3$$

$$\therefore \angle \bar{Q}Q'P' = \angle P'F_2F_3$$

ゆえに、四角形 $Q'P'F_2F_3$ は、同一円周上にある。

性質 [11] 四角形 $\bar{P}'F_1\bar{Q}F_3$ は、同一円周上にある。

$$\therefore P, \bar{P}\text{の対称性より} \quad \angle F_1F_3\bar{P}' = \angle \bar{P}'F_3F_1$$

$$\text{性質 [10]より} \quad \angle F_2F_3P' = \angle F_2Q'P'$$

$$\text{性質 [6]より} \quad \angle F_2Q'F_1 = \angle F_1\bar{Q}F_2$$

$$\bar{Q}, F_2, \bar{P}'\text{共線より} \quad \angle F_1F_3\bar{P}' = \angle F_1\bar{Q}\bar{P}'$$

さて、3, 1, 3. 4節で、 $P, Q, P', Q', P,$

Q、P'、Q'、F1、F2、F3の共線共円関係を調べたが、それにより、図3の左部分図の関係が成立する。

すなわち、P、P'、Q'、Qは、同一円周上にあり、Q、F1、P'、F3は、同一円周上にあることである。

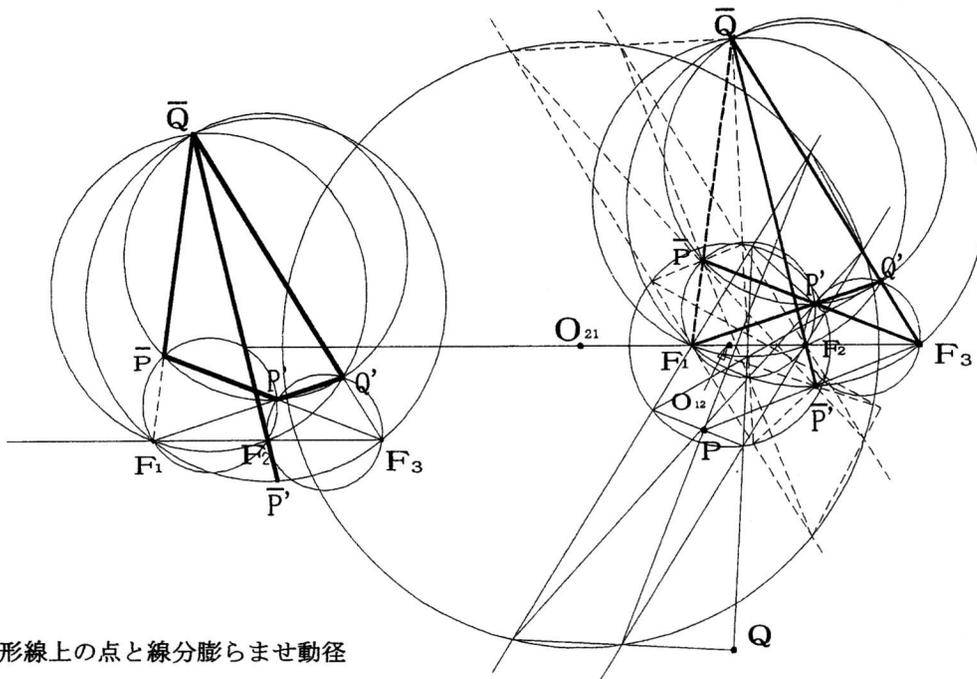


図3 卵形線上の点と線分膨らませ動径

#### 4. 卵形線の構図より派生する線分膨らみ曲面

3節より、図3のような、P、Q、P'、Q'、F1、F2、F3の共円共線関係の図形から線分膨らみ曲面を考える。

##### 4.1 第一焦点F1を通る動径上の線分P'Q'から派生する曲面

F1を原点とし、動径F1P'Q'の上の線分P'Q'の長さや位置に関して、点P'、Q'は、図4のように座標が(r1, θ)、(r1', θ)として定まる卵形線上の点である。そして、第一焦点を通る動径上の線分P'Q' (またはPQ) より出来る曲面は、次のようになる。

$$m r_1 \pm n r_2 = k c \dots ① \text{ 卵形線の定義式}$$

$$r_2^2 = c^2 + r_1^2 - 2 r_1 c \cos \theta \dots ② \text{ 余弦定理①②を満たす動径 } r_1, r_1' \text{ が作る線分 } (2 \times F1R \text{ (CP')})$$

と、原点からその中点Cまでの距離F1Cは、

次のように求まる。①より  $n^2 r_2^2 = (k c - m r_1)^2$  この式に②の  $r_2^2$  を代入して、 $r_1$  について整理すると

$$(m^2 - n^2) r_1^2 - 2 c (k m - n^2 \cos \theta) r_1 + (k^2 - n^2) c^2 = 0 \dots ③$$

③の2つの解  $r_1, r_1'$  は、2次方程式の解と係数の関係より、和と積に関して

$$F1C = (r_1 + r_1') / 2$$

$$= c (k m - n^2 \cos \theta) / (m^2 - n^2)$$

$$r_1 r_1' = (k^2 - n^2) c^2 / (m^2 - n^2)$$

$$F1R = |r_1 - r_1'| / 2$$

$$= (F1C^2 - r_1 r_1')^{1/2}$$

ここで、線分膨らみ曲面は、線分の中心が、中心C (原点からF1Cの距離) で、半径C1Rの円周上の点だから 原点 F1

$$x = F1C \cos \theta - F1R \cos t \cos \theta$$

$$y = F1R \sin t$$

$$z = F1C \sin \theta - F1R \cos t \sin \theta$$

これは、F1C、F1Rを上述の式を使うと、x、y、zが、tとθの媒介変数表示であることを意味する。

Maple Vで(x, y, z)を図示すると、図5のようになる。擬似トーラスである。

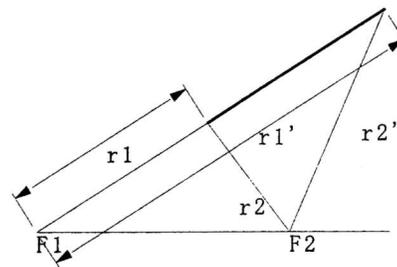


図4 動径と膨らませ線分

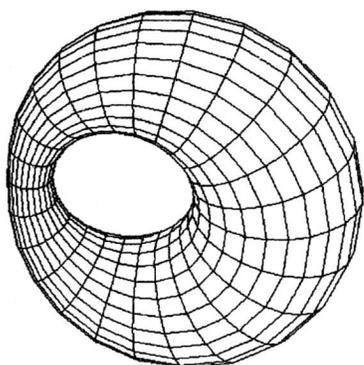


図5 擬似トーラス

#### 4.2 第二焦点F<sub>2</sub>を通る動径上の線分QP'から派生する曲面

点Q, P'は、座標が、図6のように定まる卵形線上の点である。4.1と同様にして

$$F_2P' \text{ は } m r_1 + n r_2 = k c$$

$$r_1^2 = c^2 + r_2^2 - 2 r_2 c \cos \theta \quad \text{より}$$

$$r_1 \text{ を消去して } k > m > n > 0 \quad \text{より}$$

$$(m^2 - n^2) r_2^2 - 2 (m^2 \cos \theta - k n) c r_2 + (m^2 - k^2) c^2 = 0$$

$$\text{この正の解を } P' r_2^+ \quad \dots \textcircled{1}$$

$$F_2Q \text{ は } m r_1 - n r_2 = k c$$

$$r_1^2 = c^2 + r_2^2 - 2 r_2 c \cos \theta' \quad \text{より}$$

$$r_1 \text{ を消去して } \theta' = \pi - \theta, k > m > n > 0 \quad \text{より}$$

$$(m^2 - n^2) r_2^2 - 2 (-m^2 \cos \theta + k n) c r_2 + (m^2 - k^2) c^2 = 0$$

この正の解をQ r<sub>2</sub><sup>+</sup>とする。

Q, P'の中点Cに関してF<sub>2</sub>Cは、

$$F_2C = |Q r_2^+ - P' r_2^+| / 2 \\ = (-m^2 \cos \theta + k n) c / (m^2 - n^2)$$

QP' / 2 = F<sub>2</sub>Rに関して、

$$F_2R = (Q r_2^+ + P' r_2^+) / 2 \\ = c ((-m^2 \cos \theta + k n)^2 \\ - (m^2 - n^2) (m^2 - k^2))^{1/2} \\ / (m^2 - n^2)$$

ゆえにF<sub>2</sub>, Q, P'による線分膨らみ曲面は、

$$x = F_2C \cos \theta - F_2R \cos t \cos \theta$$

$$y = F_2R \sin t$$

$$z = F_2C \sin \theta - F_2R \cos t \sin \theta$$

これを、Maple Vで(x, y, z)を図示すると、図7のようになる。これは、自己交差曲面である。

内部の交差の様子を見るため、曲面の一部を省略し窓を開けている。

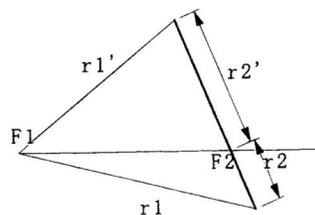


図6 動径と膨らませ線分

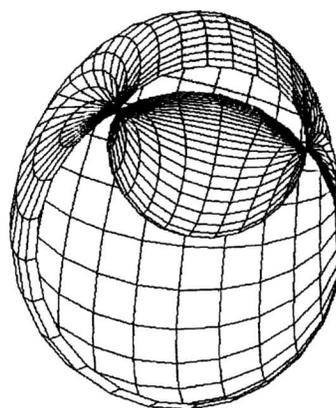


図7 自己交差曲面

#### 4.3 第三焦点を通る動径上の線分P'PおよびQ'Qから派生する曲面

P', P'に関して4.1と同様にして 図8より

$$k r_1 + n r_3 = m c' \quad \dots \textcircled{1}$$

$$r_1^2 = r_3^2 + c'^2 - 2 r_3 c' \cos \theta \quad \dots \textcircled{2}$$

$$c' = (k^2 - n^2) c / (m^2 - n^2)$$

ここで、①式は文献(蛭子井, 1996)を参照。

r<sub>1</sub>を消去して

r<sub>3</sub>の2次方程式から、4.1と同様にして

$$F_3C = (k^2 \cos \theta - m n) c' / (k^2 - n^2)$$

$$F_3R = c' ((k^2 \cos \theta - m n)^2$$

$$- (k^2 - n^2) (k^2 - m^2))^{1/2}$$

$$/ (k^2 - n^2)$$

$$x = F_3 C \cos \theta - F_3 R \cos t \cos \theta$$

$$y = F_3 R \sin t$$

$$z = F_3 C \sin \theta - F_3 R \cos t \sin \theta$$

原点  $F_3$

上式は、 $\bar{P}$ 、 $P'$  の内分枝についてであったが、 $\bar{Q}$ 、 $Q'$  の外分枝については、上式で  $n$  を  $-n$  とすればよい。

さて、上式の  $(x, y, z)$  に関する  $\theta$  の値は、

$$k r_1 \pm n r_3 = m c'$$

$$r_1^2 = r_3^2 + c'^2 - 2 r_3 c' \cos \theta$$

$$c' = (k^2 - n^2) c / (m^2 - n^2)$$

$$r_3^2 = r_1^2 + c'^2 - 2 r_1 c' \cos \theta'$$

$$\theta' = c / (k c / m) = m / k \text{ より}$$

$r_1, r_3, \theta'$  を消去して

$$\cos \theta = \{((k^2 - m^2)(k^2 - n^2))^{1/2} \pm m n\} / k^2$$

$$\theta_1 = \cos^{-1} \{((k^2 - m^2)(k^2 - n^2))^{1/2} \pm m n\} / k^2\}$$

$$-\theta_1 < \theta < \theta_1$$

ここで、内分枝の式は、 $m n$  で、

外分枝の式は、 $-m n$  である。

$\theta_1$  は、”卵形線の頂点の接線は、第3焦点を通る” という性質 (蛭子井, 1976) を用いた。

図9は、2重閉曲面で、中の卵形面を見るため、外部の曲面の一部を省略し、窓を開けている。

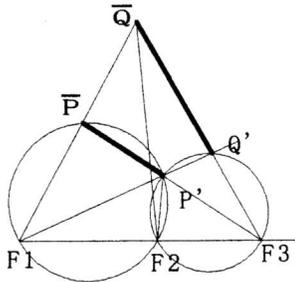


図8 動径と膨らませ線分

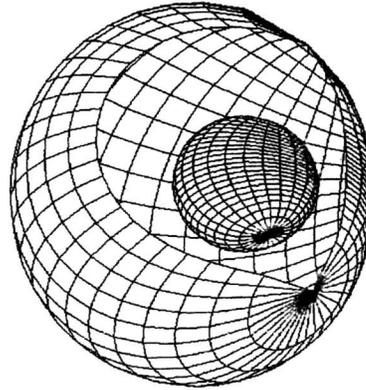
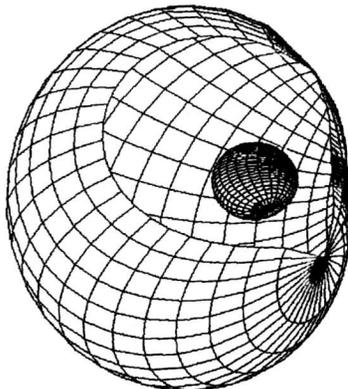


図9 2重閉曲面

## 5 卵形線膨らみ曲面の性質

### 5.1 4次曲面であること

4節は、一般に、次の形をした媒介変数表示である。

$$x = C \cos \theta - R \cos t \cos \theta$$

$$y = R \sin t$$

$$z = C \sin \theta - R \cos t \sin \theta$$

$$R^2 = C^2 - K$$

$C$  は  $\cos \theta$  の1次式 ( $C = A \cos \theta + B$ )、 $K$  は定数。

$$\cos \theta = X / (X^2 + Z^2)^{1/2}$$

$$\tan \theta = Z / X$$

上式より  $\theta, t$  を消去すると

$$(R \cos t \cos \theta)^2 + (R \cos t \sin \theta)^2$$

$$+ (R \sin t)^2$$

$$= (C \cos \theta - X)^2 + Y^2 + (C \sin \theta - Z)^2$$

$$R^2 = C^2 - 2C(X \cos \theta + Z \sin \theta) + X^2 + Y^2 + Z^2$$

$$2C(X^2 + Z^2)^{1/2} = K + X^2 + Y^2 + Z^2$$

$$2B(X^2 + Z^2)^{1/2} = K + X^2 - 2AX + Y^2 + Z^2$$

以上より 次の四次式を得る

$$4B^2(X^2 + Z^2) = (X^2 - 2AX + Y^2 + Z^2 + K)^2$$

A: 擬似トーラス  $-n^2 c / (m^2 - n^2)$

A: 自己交差曲面  $-m^2 c / (m^2 - n^2)$

A: 2重閉曲面  $k^2 c / (m^2 - n^2)$

B: 擬似トーラス  $k m c / (m^2 - n^2)$

B: 自己交差曲面  $k n c / (m^2 - n^2)$

B: 2重閉曲面  $\pm m n c / (m^2 - n^2)$

K: 擬似トーラス  $(k^2 - n^2) c^2 / (m^2 - n^2)$

K: 自己交差曲面  $(m^2 - k^2) c^2 / (m^2 - n^2)$

K: 2重閉曲面  $(k^2 - m^2)(k^2 - n^2) c^2 / (m^2 - n^2)^2$

なお、 $\theta$ は、右回り左回りに関して $\theta' = \pi - \theta$ を利用

### 5.2 卵形線膨らみ曲面は、反転の中心を持つ

一般に平面図形において図10の方べきの定理

$$r_1 r_1' = r_2 r_2' = d^2 \quad d \text{は定数 を満たすとき}$$

$R1$ と $R1'$ は、互いに反転の関係にある。卵形線膨らみ曲面は、対称断面が、3節の卵形線の内外分枝の構図を含み、それから派生した曲面である。

その構図は、卵形線の内外分枝と、その焦点 $F_1$  ( $F_2$ ,  $F_3$ も同様)を通る動径との2交点は、焦点を反転の中心とする反転の関係(ロックウッド, 1964)にある。図11において  $F_1P \cdot F_1Q = F_1F_2 \cdot F_1F_3$ で定数となるからである。また、焦点 $F_1$ を通る直線 $l$ と膨らみ円板の円周上の点 $S$ ,  $T$ について

$F_1S \cdot F_1T = F_1P \cdot F_1Q = F_1F_2 \cdot F_1F_3 = \text{定数}$ となり  $S$ ,  $T$ は、 $F_1$ に関して反転である。故に、4節の擬似トーラスは、 $F_1$ を通る任意の直線とこの曲面との交点は、反転の関係にあり反転中心 $F_1$ をもつ。自己交差曲面については、 $F_2$ が、反転中心であり、2重閉曲面は、 $F_3$ が反転の中心である。

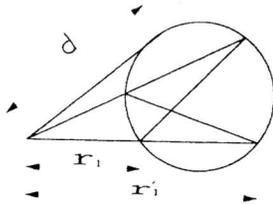


図10 方べきの定理

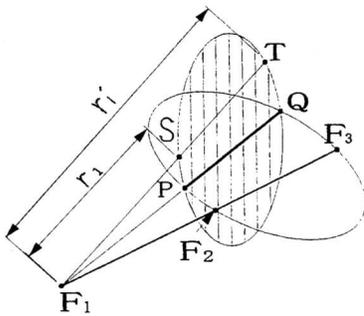


図11 反転中心

### 6 その他の膨らみ曲面

その他の膨らみ曲面として、平面図形の螺旋曲線上の線分を膨らませます。図12 また、2重円を動径で切断した線分を膨らませる。図13

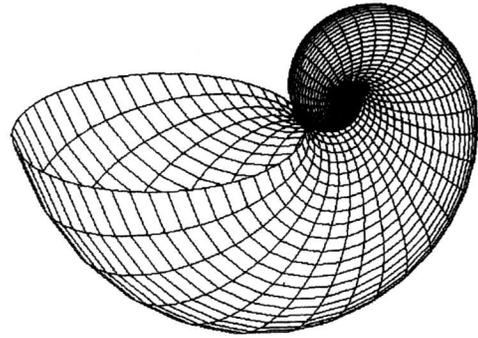


図12 螺旋の膨らませ

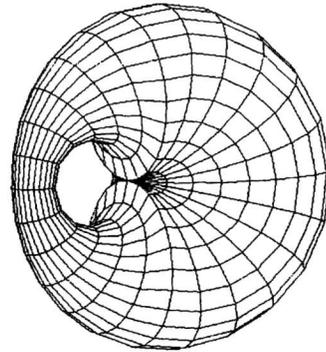
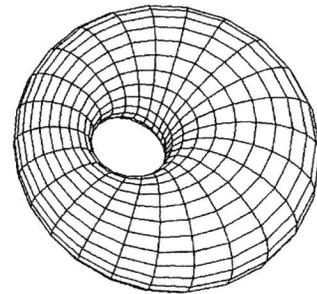


図13 2重円の膨らませ

### 7 むすび

以上、線分膨らみ曲面を定義し、卵形線の2つの補助円による作図法の図に適用し、擬似トーラス、自己交差曲面、2重閉曲面を得た。それらが、4次曲面であり、また、反転曲面であることが解った。さらに、3つの曲面は、それ自身、それぞれ、2つずつ対称面を持つ。また、螺旋や2重円を膨らませた。なお、拙論(蛭子井、1995)で定義した卵形面は、この2重閉曲面の内側の膨らみ曲面である。

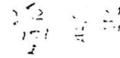
ここで、この拙論が、8th ICECGDG で、発表した原稿を手直したものであることをご了承願いたい。

さて、これらの曲面の画描は、現代のコンピュータの発達のおかげであり、科学技術ソフトの開発者に感謝したい。また、線分膨らみ曲面は、4次曲面の研究ばかりでなく、工学の分野にも役立つ曲面だと思われる。曲面論の発展の一助となれば幸いである。

### 参考文献

- [1] ロックウッド著、松井政太郎訳：カーブ。みすず書房、(1964)
- [2] 蛭子井博孝：デカルトの卵形線の二、三の性質。図学研究, 12, p.39-p.40, (1973)
- [3] 蛭子井博孝：デカルトの卵形線の曲率円。図学研究, 19, p.7-p.11, (1976)
- [4] Chandru, V., Dutta, D., and Hoffmann, C. M.: On the Geometry of Dupin Cyclides, Visual Computer, Vol.5, No.5, pp.277-290 (1989)
- [5] Srinivas, Y.L., Dutta, D : Cyclides in Geometric Modeling: Computational Tools for an Algorithmic Infrastructure, J of Mechanical Design, Vol.117, p.363-p.373, SEPT (1995)
- [6] 蛭子井博孝：デカルトの卵形線の短軸および卵形面。図学研究, 68, p.3-p.8 (1995)
- [7] 蛭子井博孝：デカルトの卵形線の2焦点を見込む角について。図学研究, 74, p.19-p.21 (1996)

```
[ > # FUKURAMI kyokumen(2000-7-14) :
[ > #nr1±nr2=kc
[ > #Rishinritu ER EL yori Oval wo egaku
[ > with(plottools):
[ > #input[1] and henkan
[ > #k:=7;m:=4;n:=3;c:=10:
[ > #ao:=k*c/(m+n);
[ > #ai:=k*c/(m+n);
[ > #oo:=2*m*n*c/(m^2-n^2);
[ > #er:=m/k; el:=n/k;
[ > #input[2] and henkan
[ > ao:=200 ;ai:=50 ;oo:=100:
[ > c:=2*oo*ao*ai/(ao*ao-ai*ai);
[ > er:=oo/(ao-ai);
[ > el:=oo/(ao*ai);
[ > # input[3] and henkan
[ > #er:=9/10; el:=6/10; c:=10:
[ > #oo:=2*er*el*c/(er*er-el*el);
[ > #ao:=c/(er-el);
[ > #ai:=c/(er+el);
[ > r1c:=(er-el^2*cos(s))*c/(er^2-el^2);
[ > r1r:=sqrt(r1c^2-(1-el^2)*(c^2)/(er^2-el^2));
[ > xt:=r1c*cos(s)-r1r*cos(t)*cos(s);
[ > yt:=r1r*sin(t);
[ > zt:=r1c*sin(s)-r1r*cos(t)*sin(s);
[ > plot3d([xt,yt,zt],t=0..2*Pi,s=0..2*Pi);
[ > ct:=plot3d([-xt-(1-el^2)*c/(er^2-el^2),yt,zt],t=0..2*Pi,s=0..1.5*Pi);
[ > r2c:=(el-er^2*cos(s))*c/(er^2-el^2);
[ > r2r:=sqrt(r2c^2-(er^2-1^2)*(c^2)/(er^2-el^2));
[ > xs:=r2c*cos(s)-r2r*cos(t)*cos(s);
[ > ys:=r2r*sin(t);
[ > zs:=r2c*sin(s)-r2r*cos(t)*sin(s);
[ > plot3d([xs,ys,zs],t=0..0.8*Pi,s=0..2*Pi);
[ > plot3d([xs,ys,zs],t=0..2*Pi,s=0..1.2*Pi);
[ > cs:=(1^2-el^2)*c/(er^2-el^2);
[ > r3c:=(1^2-el^2)*c/(er^2-el^2);
[ > r3r:=sqrt(r3c^2-(1^2-el^2)*(c^2)/(1^2-el^2));
[ > r3r:=sqrt(r3c^2-(1^2-el^2)*(c^2)/(1^2-el^2));
[ > ss:=arccos((sqrt((1^2-el^2)*(1^2-el^2)+er*el)));
[ >
[ > xn:=r3c*cos(s)-r3r*cos(t)*cos(s);
[ > yn:=r3r*sin(t);
[ > zn:=r3c*sin(s)-r3r*cos(t)*sin(s);
[ > cgn:=plot3d([xn,yn,zn],t=0..2*Pi,s=-ss..ss);
[ > c3:=(1^2-el^2)*c/(er^2-el^2);
[ > r3cg:=(1^2*cos(s)+er*el)*c3/(1^2-el^2);
[ > r3rg:=sqrt(r3cg^2-(1^2-el^2)*(c3^2)/(1^2-el^2));
[ > ssg:=arccos((sqrt((1^2-el^2)*(1^2-el^2)-er*el)/1^2));
[ > xg:=r3cg*cos(s)-r3rg*cos(t)*cos(s);
[ > yg:=r3rg*sin(t);
[ > zg:=r3cg*sin(s)-r3rg*cos(t)*sin(s);
[ > cg:=plot3d([xg,yg,zg],t=0..2*Pi,s=-ssg..ssg);
[ > cgw1:=plot3d([xg,yg,zg],t=0.5*Pi,s=-ssg..ssg);
[ > cgw2:=plot3d([xg,yg,zg],t=0.5*Pi,s=-ssg..0.7*ssg);
[ > plots[display3d]([cgn]);
[ > plots[display3d]([cg]);
[ > plots[display3d]([cgn,cgw2]);
[ > plots[display3d]([cgn,cgw1]);
[ > plots[display3d]([cs,ct,cgn,cgw2]);
```



えびすい ひろたか

1950 生 阪大工学部応用物理学専攻修了後 高校数学教師、コンピュータ研究員 現在 FREE

卵形線、卵形面など、構成、数理幾何学に興味