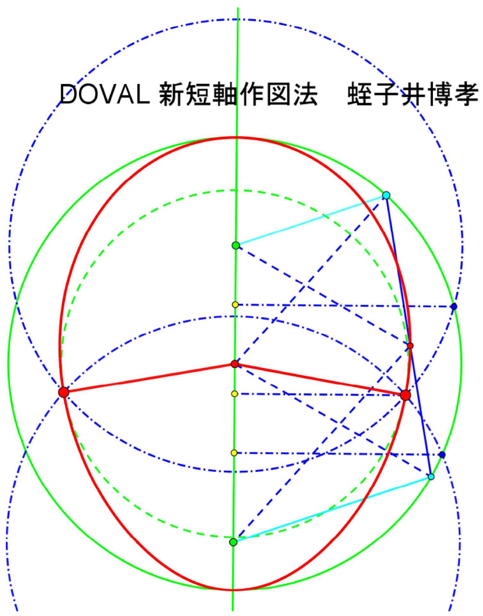
幾何数学とともに

愛と情熱

蛭子井博孝編著



幾何数学研究センター

幾何数学とともに

愛と情熱

蛭子井博孝編著

はじめに

幾何数学とは何かを問い続け、幾何数学とともにあゆんできた。幾何数学とは何かを、問い続けることは、新しい定理の発見につながり、幾何数学とともに歩むことは、幾何数学とは何かを、流れに沿って、研究を整理することにつながる。幾何数学は、まず数とともに歩きながら、図形の問題を考えることで、そこに流れる論理の世界を、幾何数学的直観によって考え出された命題の真偽を問いつつ、命題を連ねて数理空間として大きくして行くことだろう。幾何数学とともに、という本を編むに当たって、まず、数の規則性の解明からはじめ、それとともに、基本図形の存在を調べ、その等長性を加味した図形を考察する。つぎに，点や直線の共点共線性を調べ、さらに直線と曲線の接点である接円の問題を調べる。そして線の接点の問題を含む平行線問題に入る。　さらに、円と平行線から定義されるデカルトの卵形線（**DOVAL**）についての研究成果を述べ、

最後に、ヘキサゴン配置の六点が作る **3** 直線の定理を述べる。これらの流れに沿って、幾何数学の研究成果を配置し、幾何数学とともに歩むこととしたい。具体的内容は、以下のページをご覧いただき、そのご高閲に浴したい。この本をよろしくお願いします。

蛭子井博孝　**2020/12/02 4:35** 記　　システムエラー削除後更新 **5** 日

一言：**この本の序と目次に代えて7までを、**

1 数の性質　　　単位分数の恒等式から

1／1001 ＋ 1／1001001 ＋ 1／1002002001000 ＝ 1／1000

1/1021 + 1/1041421 +1/1084556657820 = 1/1020

約数の和がその数の倍数になる数　完全数の一般化

約数の和 ＝{**1**} **"N"**

{**6, 28, 496, 8128, 33550336, 8589869056, 137438691328, 2305843008139952128**}

約数の和= {**2**} **"N"**

{**120, 672, 523776**}

約数の和 ＝{**3**} **"N"**

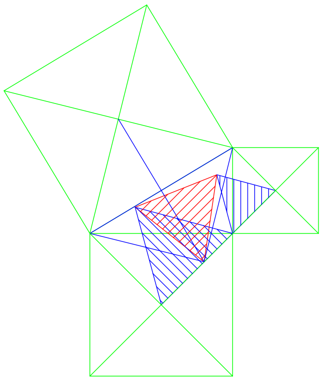
{**30240, 32760, 2178540, 23569920**}

不思議素数の発見

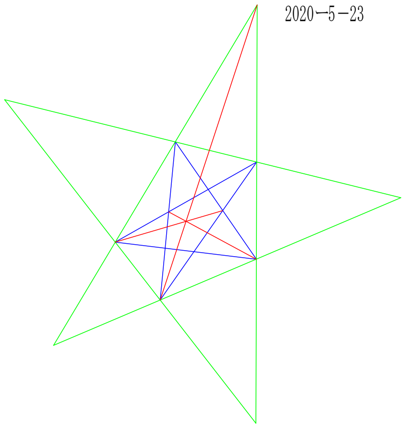
31　331　3331　33331　333331　3333331　33333331　すべて素数

このつづきは　3333333333333331　さらにつづく

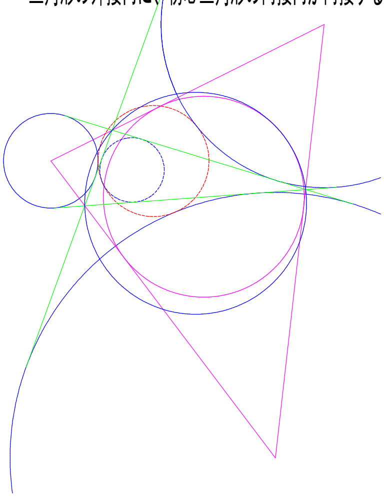
2.　　蛭子井博孝　ピタゴラスの　正三角形　2020-11-11



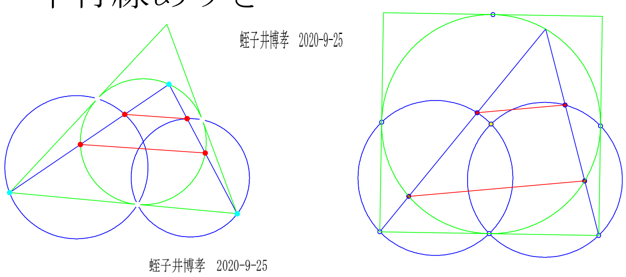
3　　2重星の共線共点定理



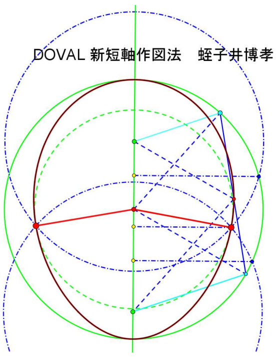
4　　三角形の内接円に、傍接円の外接円が、外接する
三角形の外接円に、傍心三角形の内接円が内接する



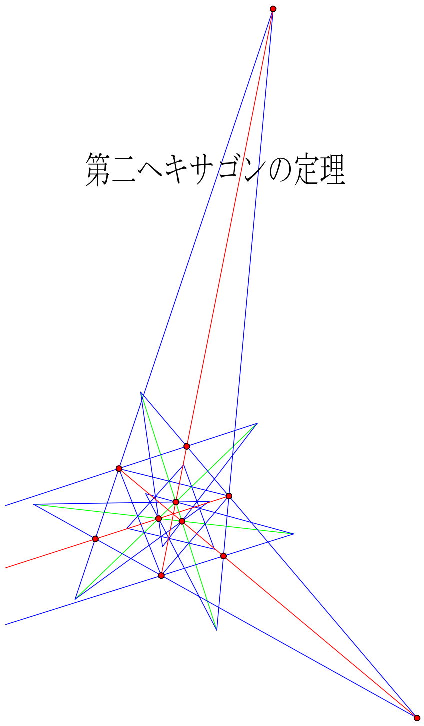
5　　平行線ありき



6



7　　第二ヘキサゴンの定理



我が研究の小径（阪大応物同窓会たよりによせて）

みなさんに便りできる機会を与えられ、感謝しています。
私、蛭子井博孝は、1969年4月、大学紛争の真最中に入学し、11月までの自宅待機を経て、授業を受けるという大変な時代を経て、1973年に、卒業しました。大学時代、下宿と大学を往復するだけの毎日でした。毎日講義に出、週末の、土日には、卵形線の幾何学的自主研究をする毎日でした。4回生の7月に、"デカルトの卵形線の2，3の性質"という、論文を学生会員になり図学会に投稿し、8月の夏休みには、、4月からの続きの大学院入試の勉強をし、どうにか合格、そして、10月から、第五講座、鈴木達郎先生の下で、ドクターコースの黒田勝広先輩〔日立の中研に就職と聞く〕と、電子顕微鏡の電子レンズの卒研をはじめました。その思い出は、まず、当時は、パソコンはなく、TSS端末で、大型電子計算機を使用して電子レンズの設計シュミレーション研究を開始し、その利用で、電子レンズの低電圧域の、レンズ条件が見つかり、後で聞いた話では、それが、当時3000万円のアイデア情報になった卒研でした。お金ではなく、シュミレーションの確認実験装置3000万円ぐらいの貸与を受けたそうです。とにかく、教授に「いい仕事をした」と、一言、いただいたのを覚えています。大学時代を語れば、講義にさぼらずで、板書の筆記に明け暮れ、週末に好きな、幾何学の研究をしていた、単純な勉学学生でした。講義の内容は、難しく、分量も多く、定期テストのための時間も十分でなく、未消化の講義内容ばかりでした。ひとつだけ、久保忠雄先生の応用数学の勉強は十分し、工学部高位の成績のようでした。大学院時代は、第一講座の安井裕助教授の下で、コンピューター関係の研究のお手伝いをして過ごしました。そこでは、数値処理でなく、数式処理のリスプ-インタープリター製作の手伝いと、インターネット開発実験を、ミニコン上で4000ステップ程度の機械語でする、インターネット通信制御の開発実行処理に明け暮れしました。この時代も、卵形線の独自研究は捨てられず、助教授に修論は、「つまらないものを書いて」と、ドアの向こうでつぶやかれるのを聞いて、、、しかし、修士も4年かかって、一応修了させてもらいました。その後は、地元で、高校の数学教師、研究所のコンピュータSE、また、数学教師の後仕事を辞め、45歳のとき、卵形線研究センターという自主研究室を開設し、幾何数学の研究を続けて、今に至っています。その間、卵形線の研究で、論文賞をもらい、それを機に、中年で発起し、国際会議に参加し、、、、、それも、10回を超え、卵形線をDovalと改案命名し、ウクライナのキエフのKPIで、楕円の拡張の卵形線の焦点個数概念を一般化拡張して定義したTajicoidを2002年に発表、 これで、楕円の拡張研究の旅路は、峠を越え、より一般基礎の幾何数学研究を続けることになりました。今年の春で、学会発表活動は、やめ、WEBサイト上で成果の発表できるホームページ作りに移行していきます。今頃は、すべてを語れない哀しさと、一部でも語れる幸せ、を感じています。みなさん、ありがとう。　　　　　　　蛭子井博孝　2018-3-25記8-29訂正

数表シリーズ　秋の寝息　すやすや

蛭子井博孝

1．素数の和の逆数と逆数和の逆数との和が整数となる数

例数　　1/(3+5)+1/(1/3+1/5)=2

1/(5+7)+1/(1/5+1/7)=3

2．素数和と自然数和が等しい数

例数　　2 ＋ 3 ＋ 5 ＝ 10 ＝ 1 ＋ 2 ＋ 3 ＋ 4

2 ＋ 3 ＋ 5 ＋ 7 ＋ 11 ＝ 28 ＝ 1 ＋ 2 ＋ 3 ＋ 4 ＋ 5 ＋ 6 ＋ 7

3．約数和が、その数の倍数になる数

例数　1 ＊ N[6]=6={1,2,3}SUM

2 ＊ N[120]＝ 240 ＝{1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 10, 12, 15, 20, 24, 30, 40, 60}SUM

幾何数学研究センター
http://hirotaka-ebisui.com/

> $\# \frac{1}{p1+p2} + \frac{1}{\frac{1}{p1}+\frac{1}{p2}} = INTEGER$ **by** $H \cdot E$ '20 − 11 − 14 :

> **for** h **from** 1 **to** 10 **do** $p1 := ithprime(h)$:**for** e **from** h **to** 10 **do** $p2 := ithprime(e)$:
if $type\left(\frac{1}{p1+p2} + \frac{1}{\frac{1}{p1}+\frac{1}{p2}}, integer\right)$
then $print\left(\frac{1}{[p1[\{h\}\ thp\ ]] + \{p2[\{e\}\ thp]\}} + \frac{1}{\frac{1}{[p1]}+\frac{1}{\{p2\}}} = \frac{1}{p1+p2} + \frac{1}{\frac{1}{p1}+\frac{1}{p2}}, \text{"byH.E"}\right)$ **fi**:**od**:**od**:

$$\frac{1}{\left[3_{\{2\}\ thp}\right] + \left\{5_{\{3\}\ thp}\right\}} + \frac{1}{\frac{1}{[3]}+\frac{1}{\{5\}}} = 2, \text{"byH.E"}$$

$$\frac{1}{\left[5_{\{3\}\ thp}\right] + \left\{7_{\{4\}\ thp}\right\}} + \frac{1}{\frac{1}{[5]}+\frac{1}{\{7\}}} = 3, \text{"byH.E"}$$

$$\frac{1}{\left[5_{\{3\}\ thp}\right] + \left\{19_{\{8\}\ thp}\right\}} + \frac{1}{\frac{1}{[5]}+\frac{1}{\{19\}}} = 4, \text{"byH.E"}$$

$$\frac{1}{\left[7_{\{4\}\ thp}\right] + \left\{17_{\{7\}\ thp}\right\}} + \frac{1}{\frac{1}{[7]}+\frac{1}{\{17\}}} = 5, \text{"byH.E"}$$

$$\frac{1}{\left[11_{\{5\}\ thp}\right] + \left\{13_{\{6\}\ thp}\right\}} + \frac{1}{\frac{1}{[11]}+\frac{1}{\{13\}}} = 6, \text{"byH.E"}$$

$$\frac{1}{\left[11_{\{5\}\ thp}\right] + \left\{19_{\{8\}\ thp}\right\}} + \frac{1}{\frac{1}{[11]}+\frac{1}{\{19\}}} = 7, \text{"byH.E"}$$

$$\frac{1}{\left[11_{\{5\}\ thp}\right] + \left\{29_{\{10\}\ thp}\right\}} + \frac{1}{\frac{1}{[11]}+\frac{1}{\{29\}}} = 8, \text{"byH.E"}$$

$$\frac{1}{\left[13_{\{6\}\ thp}\right] + \left\{29_{\{10\}\ thp}\right\}} + \frac{1}{\frac{1}{[13]}+\frac{1}{\{29\}}} = 9, \text{"byH.E"}$$

$$\frac{1}{\left[17_{\{7\}\ thp}\right] + \left\{19_{\{8\}\ thp}\right\}} + \frac{1}{\frac{1}{[17]}+\frac{1}{\{19\}}} = 9, \text{"byH.E"} \tag{1}$$

> $\# p1 + p2 + .. + Pn = 1 + 2 + .. + h$ **by** $H \cdot E$ '20 − 11 − 13 :

>

> $hs := 0 : ps := 0 : HS := \{\ \}$:**for** h **from** 1 **to** 10000000 **do** $hs := hs + h : ps := ps + ithprime(h) : HS := HS$ **union** $\{ps\}$:**if** $nops(HS) = nops(HS$ **union** $\{hs\})$
then $pps := 0$: **for** x **from** 1 **to** h **do** $pps := pps + ithprime(x)$:**if** $pps = hs$ **then** $px := x$:
break if :**od**: $print(pps[[1, px]psum] = hs[[1, h]hsum])$ **fi**:**od**:

$$10_{[1,\ 3]\ psum} = 10_{[1,\ 4]\ hsum}$$

$$28_{[1,\ 5]\ psum} = 28_{[1,\ 7]\ hsum}$$

$$133386_{[1,\ 217]\ psum} = 133386_{[1,\ 516]\ hsum}$$
$$4218060_{[1,\ 1065]\ psum} = 4218060_{[1,\ 2904]\ hsum}$$
$$54047322253_{[1,\ 93448]\ psum} = 54047322253_{[1,\ 328777]\ hsum} \qquad \textbf{(2)}$$

>

> *約数の和がその数の倍数になる数*

約数和 = {1} "N"

{6, 28, 496, 8128, 33550336, 8589869056, 137438691328, 2305843008139952128,
265845599156983174465469261595384217б,
191561942608236107294793378084303638130997321548169216}

約数和 = {2} "N"

{120, 672, 523776}

約数和 = {3} "N"

{30240, 32760, 2178540, 23569920, 45532800} **(3)**

(4)

>

> $\# \frac{1}{p}+\frac{1}{q}+\frac{1}{r}=\frac{1}{h}$ **by** $H \bullet E$ '2020 − 7 − 12, 13 *rv* :
わかりやすく書いたが、内容は、昨日のもの :

> $with(StringTools) : print($蛭子井博孝, 単位分数恒等式, $FormatTime(\text{"\%Y-\%m-\%d-(\%r)"})) : p := X+1 : q := X^2+X+1 : r := X^4+2 \cdot X^3 + 2 \cdot X^2 + X : print\left(\frac{1}{p}+\frac{1}{q}+\frac{1}{r} = simplify\left(\frac{1}{p}+\frac{1}{q}+\frac{1}{r}\right)\right) : print(\ ) :$
$print\left(subs\left(X=1000, \frac{1}{p}\right)[\circ\ ] + subs\left(X=1000, \frac{1}{q}\right)[\circ\ ] + subs\left(X=1000, \frac{1}{r}\right)[\circ\ ] = subs\left(X=1000, \frac{1}{p}+\frac{1}{q}+\frac{1}{r}\right)\right) : print(\ )$:**for** h **from** 1 **to** 10 **do** $P := subs\left(X=h, \frac{1}{p}\right) : Q := subs\left(X=h, \frac{1}{q}\right) : R := subs\left(X=h, \frac{1}{r}\right) : print(P[\circ\ ] + Q[\circ\ ] + R[\circ\ ] = P+Q+R)$:**od**: $print($蛭子井博孝, $FormatTime(\text{"\%Y-\%m-\%d-(\%r)"}), DONE)$:

蛭子井博孝, 単位分数恒等式, "2020-07-13-(09:20:46 PM)"

$$\frac{1}{X+1}+\frac{1}{X^2+X+1}+\frac{1}{X^4+2X^3+2X^2+X}=\frac{1}{X}$$

$$\left(\frac{1}{1001}\right)_\circ+\left(\frac{1}{1001001}\right)_\circ+\left(\frac{1}{1002002001000}\right)_\circ=\frac{1}{1000}$$

$$\left(\frac{1}{2}\right)_\circ+\left(\frac{1}{3}\right)_\circ+\left(\frac{1}{6}\right)_\circ=1$$
$$\left(\frac{1}{3}\right)_\circ+\left(\frac{1}{7}\right)_\circ+\left(\frac{1}{42}\right)_\circ=\frac{1}{2}$$
$$\left(\frac{1}{4}\right)_\circ+\left(\frac{1}{13}\right)_\circ+\left(\frac{1}{156}\right)_\circ=\frac{1}{3}$$
$$\left(\frac{1}{5}\right)_\circ+\left(\frac{1}{21}\right)_\circ+\left(\frac{1}{420}\right)_\circ=\frac{1}{4}$$
$$\left(\frac{1}{6}\right)_\circ+\left(\frac{1}{31}\right)_\circ+\left(\frac{1}{930}\right)_\circ=\frac{1}{5}$$
$$\left(\frac{1}{7}\right)_\circ+\left(\frac{1}{43}\right)_\circ+\left(\frac{1}{1806}\right)_\circ=\frac{1}{6}$$
$$\left(\frac{1}{8}\right)_\circ+\left(\frac{1}{57}\right)_\circ+\left(\frac{1}{3192}\right)_\circ=\frac{1}{7}$$
$$\left(\frac{1}{9}\right)_\circ+\left(\frac{1}{73}\right)_\circ+\left(\frac{1}{5256}\right)_\circ=\frac{1}{8}$$
$$\left(\frac{1}{10}\right)_\circ+\left(\frac{1}{91}\right)_\circ+\left(\frac{1}{8190}\right)_\circ=\frac{1}{9}$$
$$\left(\frac{1}{11}\right)_\circ+\left(\frac{1}{111}\right)_\circ+\left(\frac{1}{12210}\right)_\circ=\frac{1}{10}$$

蛭子井博孝, "2020-07-13-(09:20:46 PM)", *DONE* **(1)**

>

>

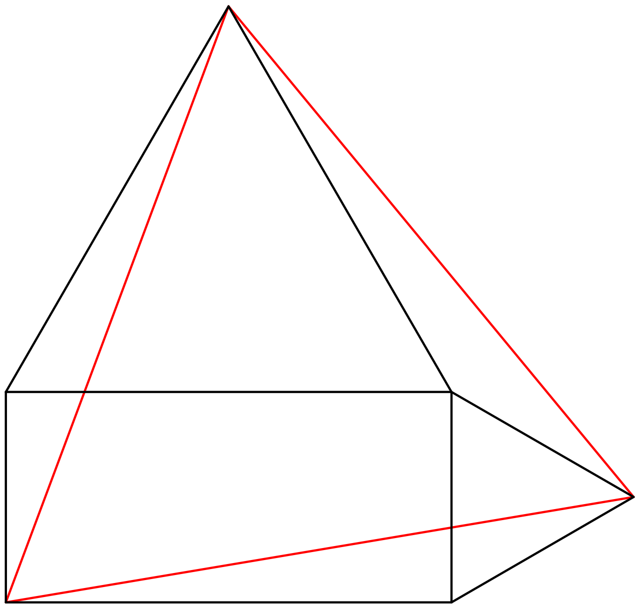
> *# 33..331=prime by H.E '20-11-3:*

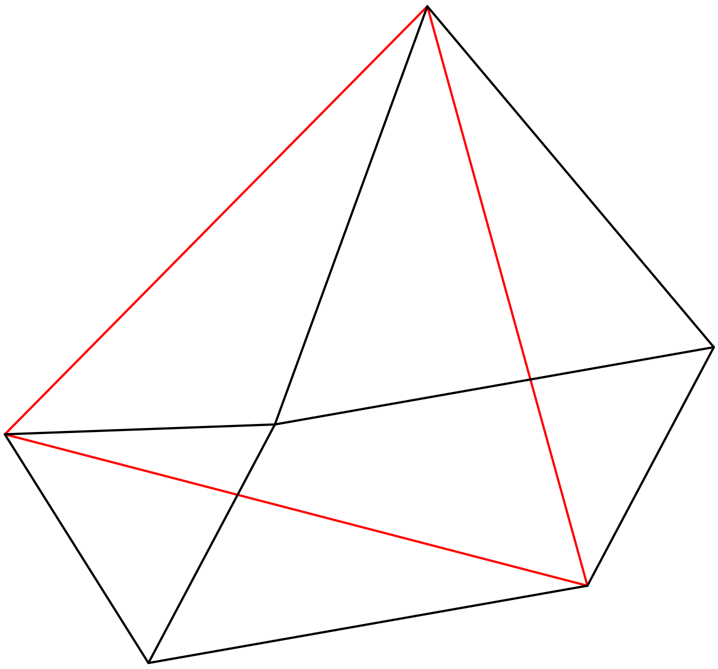
> $c := 1$:**for** h **from** 1 **to** 100 **do** $c := 3 \cdot 10^h + c$:**if** $isprime(c)$ **then** $print(c[\{h+1\}\text{桁}] = prime)$ **fi** :**od**:

$$31_{\{2\}\text{桁}} = prime$$
$$331_{\{3\}\text{桁}} = prime$$
$$3331_{\{4\}\text{桁}} = prime$$
$$33331_{\{5\}\text{桁}} = prime$$
$$333331_{\{6\}\text{桁}} = prime$$
$$3333331_{\{7\}\text{桁}} = prime$$
$$33333331_{\{8\}\text{桁}} = prime$$
$$333333333333333331_{\{18\}\text{桁}} = prime$$
$$3333333333333333333333333333333333333331_{\{40\}\text{桁}} = prime$$
$$33333333333333333333333333333333333333333333333331_{\{50\}\text{桁}} = prime$$
$$333333333333333333333333333333333333333333333333333333333331_{\{60\}\text{桁}} = prime$$
$$33333333333333333333333333333333333333333333333333333333333333333333333333\backslash$$
$$3331_{\{78\}\text{桁}} = prime$$
$$33333333333333333333333333333333333333333333333333333333333333333333333333\backslash \quad \textbf{(1)}$$
$$333333333333333333333333331_{\{101\}\text{桁}} = prime$$

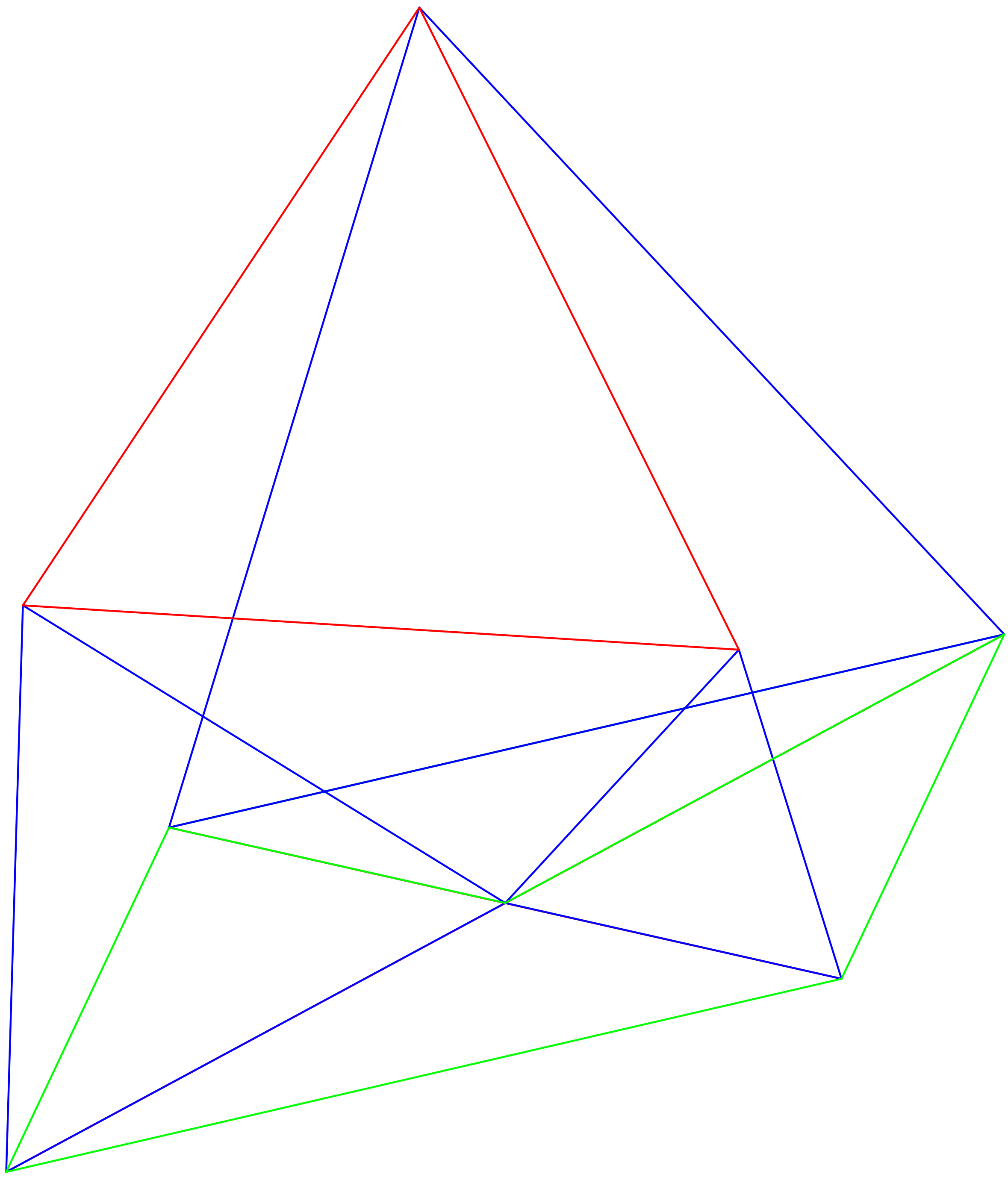
>

正三角形問題



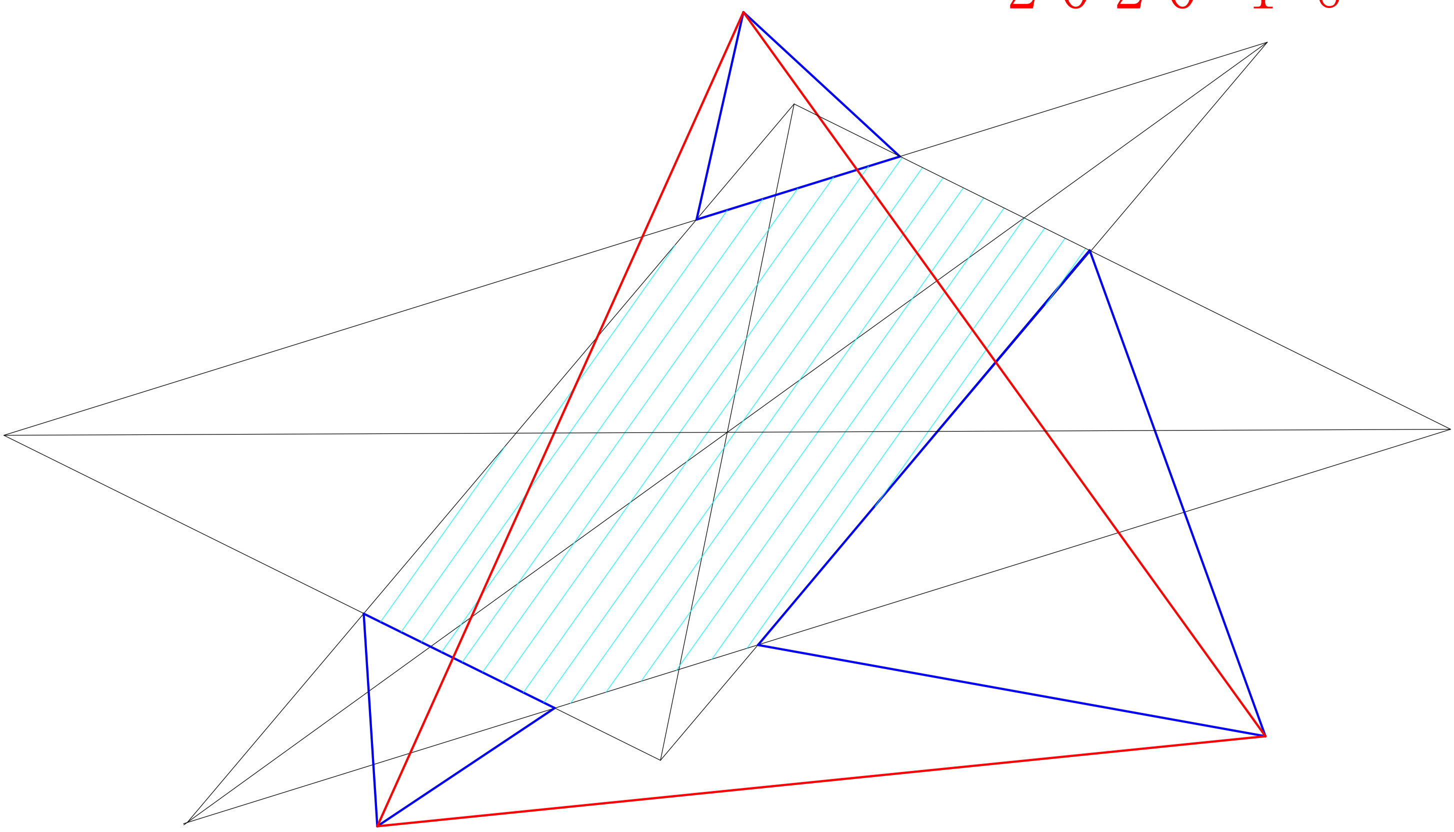


蛭子井博孝の平行四辺形と正三角形の正三角形定理



三角形重なり辺の正三角形による正三角形の定理

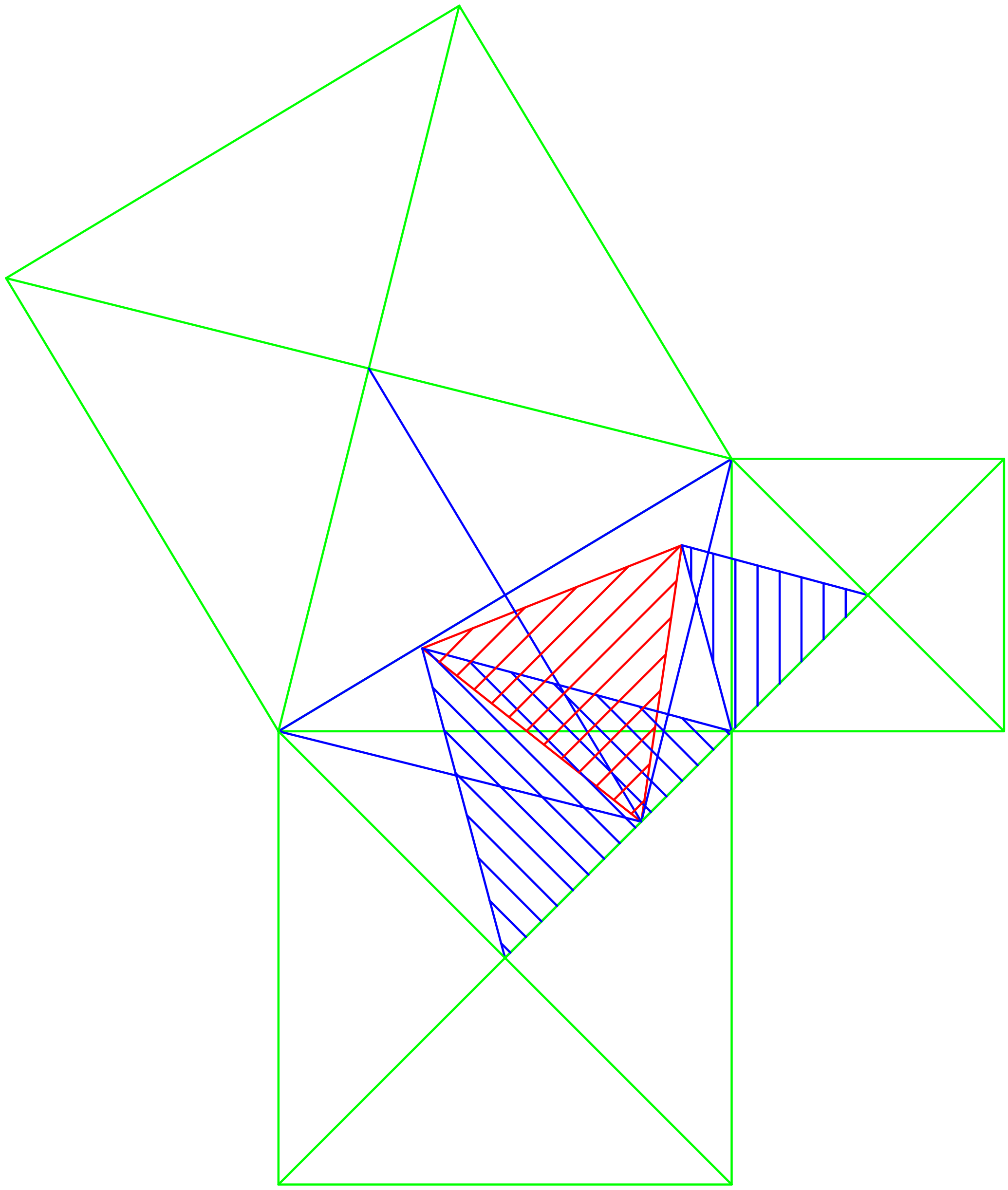
２０２０-１-8



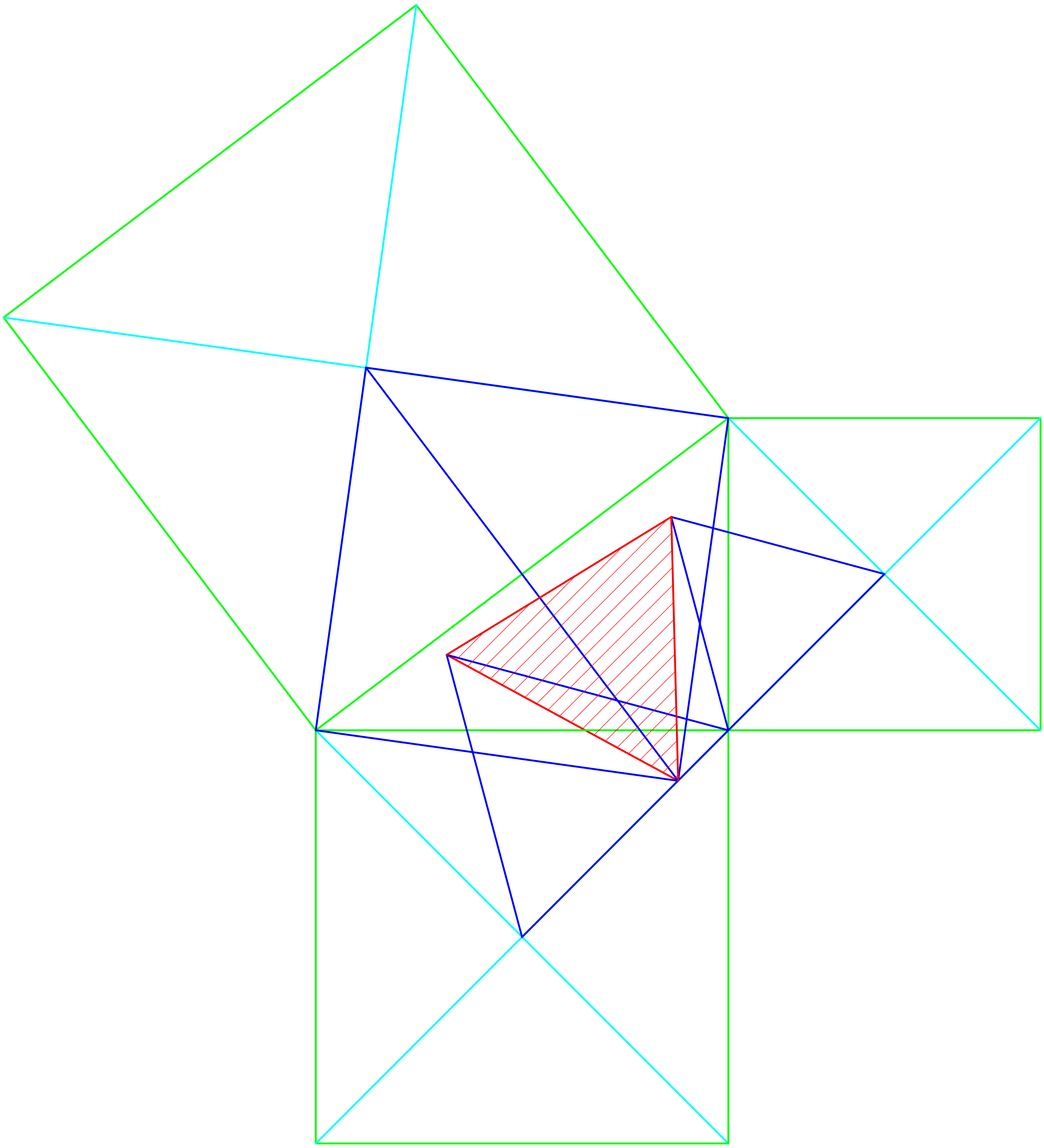
蛭子井博孝

2重三角形の定理

蛭子井博孝　ピタゴラスの　正三角形　2020-11-11

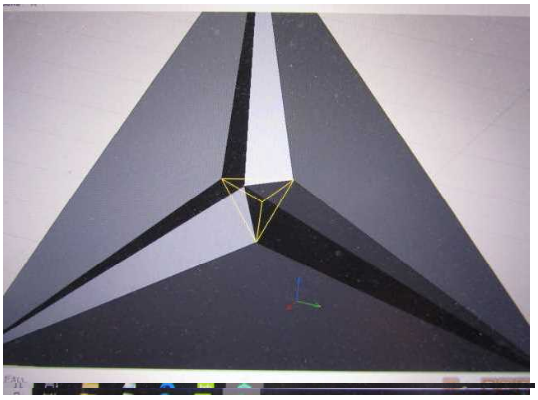


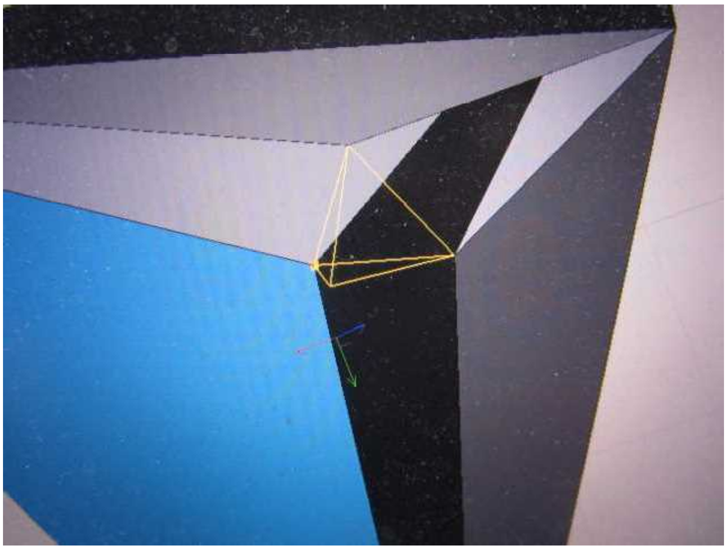
蛭子井博孝ピタゴラスの正三角形

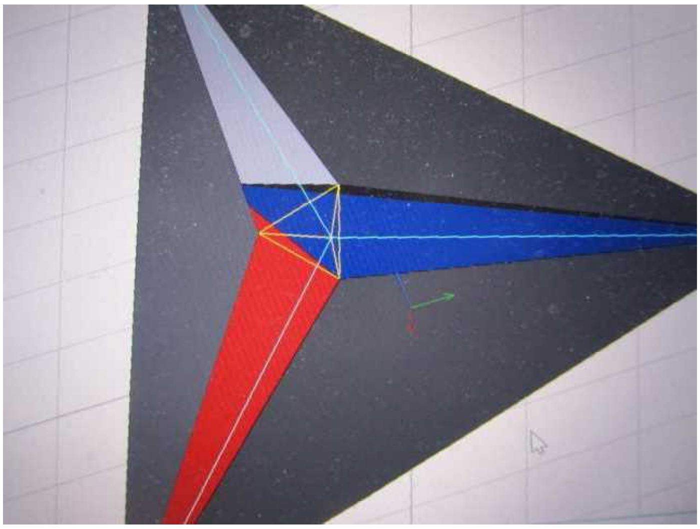


モーレーの3D化正四面体定理

一般の四面体の6稜線の面角3等分面を作り、1つの面に近い面の3辺を通る三等分面の交点ををそれぞれ、四面体の4面に作るとその4点は正四面体になる。







高次元　矩形比と黄金比　　　　　　　　　　　　　　　　　　　蛭子井博孝

ｎ次元等分割直方体とその一般化

蛭子井博孝
卵形線研究センター
740-0012　岩国市元町４丁目 12-10
E-mail　hirotaka.ebisui@clear.ocn.ne.jp

On ｎ-Dim rectangle devided equally and its generalization

Hirotaka Ebisui
Oval Research Center,　Motomachi 4-12-10 Iwakunisi 740-0012 , JAPAN

Abstract：The 2-dimensional rectangle whose edges have golden section 1:（1+sqrt（5））/2, are extended to a n-dimensional rectangle by Ebisui. Another problem is to extend the rectangle, whose edges have the ratio 1:sqrt（2）, to n-dimensional rectangle, whose edges satisfy the equation

$$1:x_1:x_2:\ldots:x_{n-1}=\frac{x_1}{2}:\frac{x_2}{2}:\ldots:\frac{x_{n-1}}{2}:1$$

The length of the k th edge is $2^{(\frac{k}{n})}$（k=0...n-1）.

This result is generalized to the case with edge ratio : $1:x_1:x_2:\ldots:x_{n-1}=\frac{x_1}{b_1}:\frac{x_2}{b_2}:\ldots:\frac{x_{n-1}}{b_{n-1}}:1$

Values of x_k（k=1... n-1）is obtained. And some figures of 4-dim case are shown.

Keywords: Hyper rectangle, A4 form, Golden section, Similarity

1 はしがき

長方形の代表としてテレホンカードのような黄金比の辺を持つものがあり、また、Ａ４用紙のように半分にしたとき、元と相似なものがある。このような長方形を、３次元化して、同じような性質の直方体を考えてみた。なお、黄金比を辺にもつ長方形の拡張については,以前報告している[1]。

2　A4用紙の形の一般化、空間化

Ａ４用紙の縦を 1、横を x_1 とすると、 $1:x_1=\frac{x_1}{2}:1$ を満たす。これを解けば $x_1=\sqrt{2}$ である。同じ性質を持つ 3 次元直方体の辺を $1, x_1, x_2$ とし、1 はそのままで、 x_1, x_2 をそれぞれ 2 等分した図形が元の立体図形と相似であるものとする。このことを式で表すと

$$1:x_1:x_2=\frac{x_1}{2}:\frac{x_2}{2}:1 \qquad \text{...（１）}$$

となり、これを変形すると、それぞれの項の比が等しいことから、

$$\frac{x_1}{2}=\frac{x_2}{2x_1}=\frac{1}{x_2}$$

この 2 元連立方程式を解くと $x_1=\sqrt[3]{2}, x_2=(\sqrt[3]{2})^2$ である。このような辺を持つ直方体を、辺２等分直方体と呼ぶことにする。また、 x_2 の値は元の直方体と二等分にした直方体との辺の比であり、相似比と呼ばれる。図１、図２は、これを図示したものである。

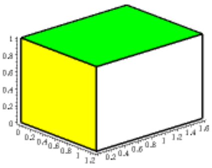


図１　辺２等分直方体

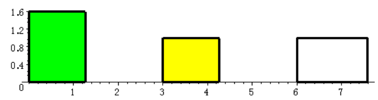


図２　辺２等分直方体の３側面

次に、図３のように x_1, x_2 をそれぞれ、3 等分した図形が、元の立体図形と相似なものを考える。式は

$$1:x_1:x_2=\frac{x_1}{3}:\frac{x_2}{3}:1 \qquad (2)$$

となり、解は $x_1=\sqrt[3]{3}, x_2=(\sqrt[3]{3})^2$ である。

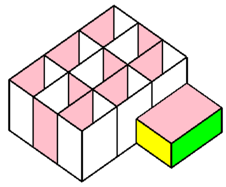


図３　直方体の３×３等分

この直方体（辺３等分直方体）と、その異なる３つの側面を、図４，図５に示す。

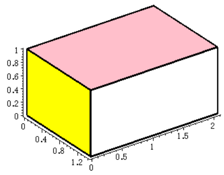


図４　辺３等分直方体

図５　辺３等分直方体の３側面

次に　辺を 4 等分する場合を考えよう。これは、2 次元では、畳と同じ 1：2 の図形である。なぜなら　1:x=x/4:1　、x ＝２であるからである。３次元では、(1）式の２で割るところを４にする。その結果、３辺は１， $\sqrt[3]{4}$,$(\sqrt[3]{4})^2$ になる。この直方体の形は、図６図７のようになる。

高次元　矩形比と黄金比　　　　　　　　　　　　蛭子井博孝

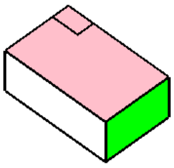


図６　辺４等分直方体

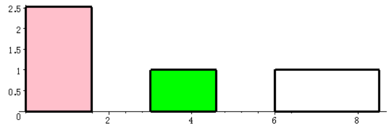


図７　辺４等分直方体の３側面

上記の辺２等分、辺３等分、辺４等分の３つの直方体を相似の位置において示したのが図８である。

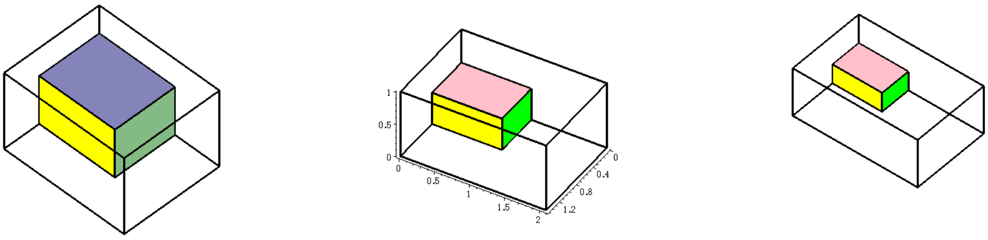


図８　辺２等分、辺３等分、辺４等分の３つの直方体を相似の位置に置く

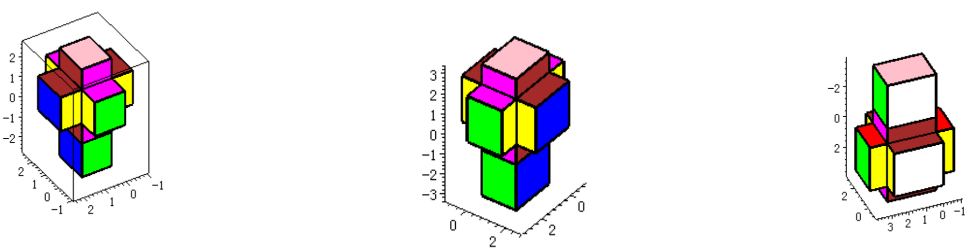
一般に、ｎ次元直方体の１辺を１とし、残りの各辺をｂ等分したとき、元と相似になるとすると、次の式が成り立つ。

$$1:x_1:x_2:\ldots:x_{n-1}=\frac{x_1}{b}:\frac{x_2}{b}:\ldots:\frac{x_{n-1}}{b}:1 \qquad （３）$$

この解は $x_k=b^{k/n}$ 　　（ｋ＝１．． n-1）　　　　　　（４）

である。このとき、x_{n-1} の値すなわち相似比は、 $b^{(n-1)/n}$ である。

上の３種の直方体を、４次元に拡張したものは、その３次元展開図を用いると、図９のようになる。



(a) 辺２等分直方体　　(b)　辺３等分直方体　　(c) 辺４等分直方体

図９　４次元ｂ分割直方体の３次元への展開図

高次元　矩形比と黄金比　　　　　　　　　　　　　　蛭子井博孝

3．分割の一般化とその解

ここで、1辺を除いた各辺の等分割をさらに拡張し、各辺をそれぞれ b_1, b_2, . . . , b_{n-1} 等分する。つまり、次の式が成立するものを考える

$$1:x_1:x_2:\ldots:x_{n-1}=\frac{x_1}{b_1}:\frac{x_2}{b_2}:\ldots:\frac{x_{n-1}}{b_{n-1}}:1 \qquad (5)$$

これを解くと　$X_k=\prod_{j=1}^{k}[\{\prod_{i=1}^{n-1} b_i^{-\frac{1}{n}}\}\times b_j]$　　(k=1... n-1)　　　（６）

例えば　$b_1=4,\ b_2=3,\ b_3=2$　のとき４辺は

$1\quad 4(24)^{(-1/4)}\quad (24)^{(1/2)}/2\quad (24)^{(1/4)}$

である。この場合の３次元展開図を図１０に示す

なお、ここまでの図は、すべて科学技術ソフト Maple を用いた。

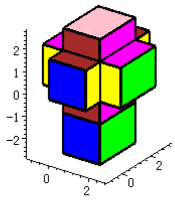


図１０　分割（４，３，２）

４．一般解の数値例

ここでは、式（４）の数値例を代数式値と近似値(小数点以下 3 桁まで 4 桁目 4 捨 5 入)で示す。b=2 ～ 5　n ＝２～５　　n 次元では，n 個の辺の比である。

b＼n	2 次元	3 次元	4 次元	5 次元
2 分割	$1:\sqrt[2]{2}$	$1:\sqrt[3]{2}:\sqrt[3]{2^2}$	$1:\sqrt[4]{2}:\sqrt[4]{2^2}:\sqrt[4]{2^3}$	$1:\sqrt[5]{2}:\sqrt[5]{2^2}:\sqrt[5]{2^3}:\sqrt[5]{2^4}$
	1:1.414..	1:1.260..:1.587..	1:1.189..:1.414..:1.682..	1:1.149..:1.320..:1.1.516..:1.741..
3 分割	$1:\sqrt[2]{3}$	$1:\sqrt[3]{3}:\sqrt[3]{3^2}$	$1:\sqrt[4]{3}:\sqrt[4]{3^2}:\sqrt[4]{3^3}$	$1:\sqrt[5]{3}:\sqrt[5]{3^2}:\sqrt[5]{3^3}:\sqrt[5]{3^4}$
	1:1.732..	1:1.442..: 2.080..	1:1.316..:1.732..: 2.280..	1:1.246..:1.552..:1.933..: 2.465..
4 分割	$1:\sqrt[2]{4}$	$1:\sqrt[3]{4}:\sqrt[3]{4^2}$	$1:\sqrt[4]{4}:\sqrt[4]{4^2}:\sqrt[4]{4^3}$	$1:\sqrt[5]{4}:\sqrt[5]{4^2}:\sqrt[5]{4^3}:\sqrt[5]{4^4}$
	1: 2	1:1.587..: 2.520..	1:1.414..: 2 : 2.828..	1:1.320..:1.741..: 2.297..: 3.031..
5 分割	$1:\sqrt[2]{5}$	$1:\sqrt[3]{5}:\sqrt[3]{5^2}$	$1:\sqrt[4]{5}:\sqrt[4]{5^2}:\sqrt[4]{5^3}$	$1:\sqrt[5]{5}:\sqrt[5]{5^2}:\sqrt[5]{5^3}:\sqrt[5]{5^4}$
	1: 2.236..	1:1.710..2.924..	1:1.495..: 2.236..: 3.344..	1:1.380..:1.904..: 2.627..: 3.624..

5．結び

黄金比の 3 次元モデルは、京大の宮崎興二先生により考えられ、著者がそれを 4 次元以上に拡張し、数値化を行ったものである。

ここで述べてある A4 図形についても、空間化できないかと宮崎先生によって問いかけられ、著者が定式化を行ったものである。ここで大事な点は、一辺を 1 として残し、残りを等分割したところである。それにより、数列となる辺を持つきれいな超直方体が見つかったのである。基本的には、n 次元では、分割数の n 乗根が用いられる。

ここで、少し興味ある結果として、４次元４等分直方体の辺の比が、

$$1:4^{1/4}:4^{2/4}:4^{3/4}=1:2^{1/2}:2:2^{3/2}$$

高次元　矩形比と黄金比　　　　　　　　　　　　　　　蛭子井博孝

であり、この数値の中に、２次元２等分長方形の辺の比１：２ $^{1/2}$ と、２次元４等分長方形である畳の辺の比１：２とが、4 次元直方体の部分図形である２次元胞の辺の比として、同時に現れている。そのため、その 4 辺の比を、単に、四次元の畳比と呼ぶことにする。また、実際の畳は、縦、横、高さ（厚さ）を持つ 3 次元直方体である。その 3 次元直方体が，ｎ次元 b 等分割直方体のどんな 3 次元部分胞であるか、これからの課題である。

さらに、３節の一般化は、式では解けたが、それがどんな直方体かということが、これからの課題である。また、1 節の３次元直方体は、キャラメルの箱に用いるとおもしろいかもしれない。最後に、図示する直方体の投影法について、どれがいいか、これからの課題である。

参考文献

[1]蛭子井　博孝：ｎ次元超直方体の性質とｎ次元へ拡張した黄金比を持つ超直方体、Hyper　Space、高次元科学会、Vol 2, No 3, p.18-23、1993

高次元黄金比

１：x=x－１：１が２次元黄金比　1:(1+5^(1/2))/2 約１：１．６１８

４次元黄金比は、

１：ｘ：ｙ：ｚ＝ｘ－１：ｙ－１：ｚ－１：１

1/(x-1)=x/(y-1)=y/(z-1)=z

ｙ＝ｚ（ｚ－１）

z=1/(x-1)

ｙ－１＝ｘ（ｘ－１）

ｚについてとくと

ｚ＾４＝ｚ＾３＋ｚ＾２＋ｚ＾１＋１

ｚ＝1.927561975

ｙ＝ｚ（ｚ－１）＝1.787933192

ｘ＝１／ｚ＋１＝1.518790064

故に 4 次元黄金比は約　１：１．５１９：１．７８８：１．９２８

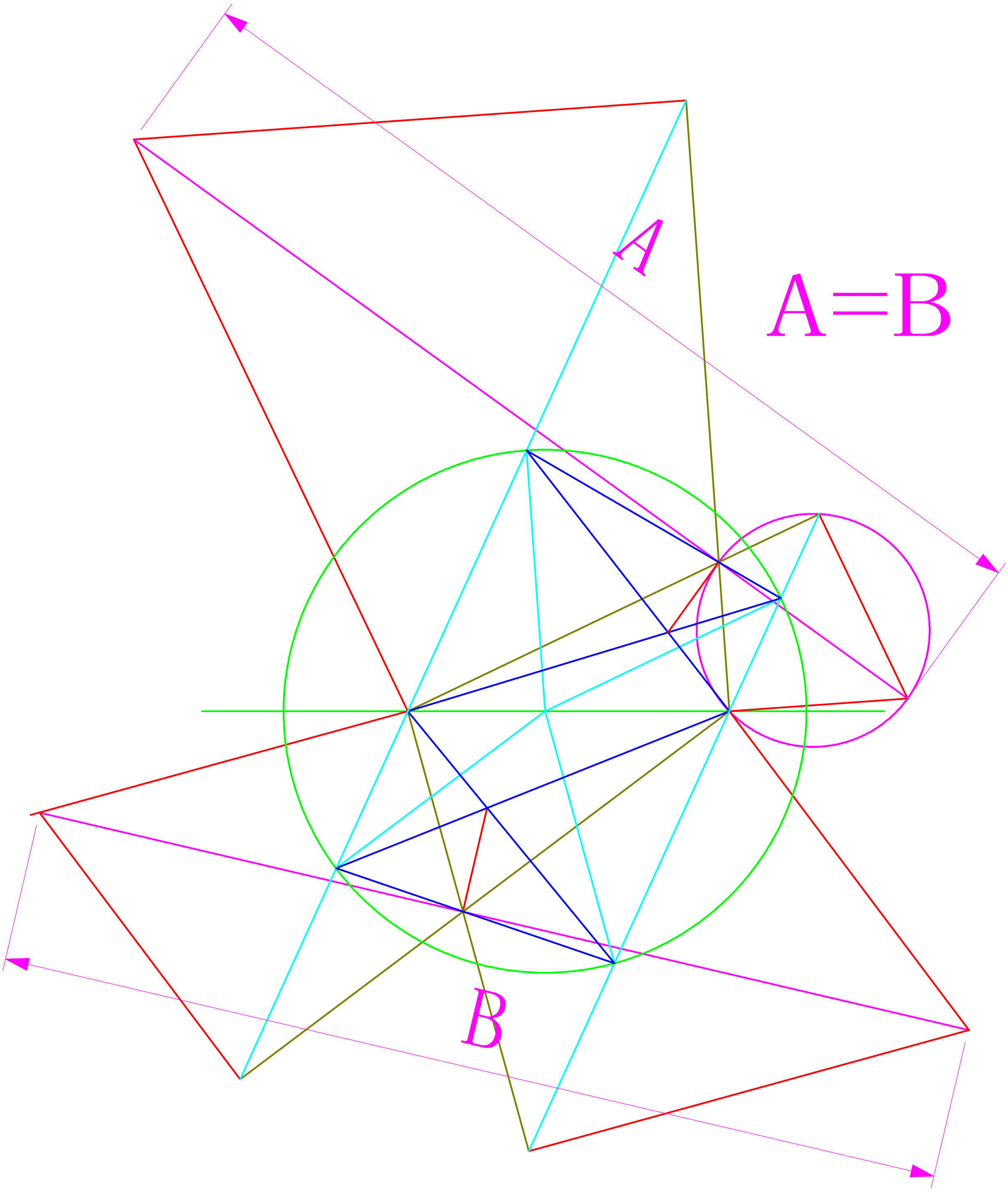
$1:X_1:X_2:\ldots:X_n=X_1-1:X_2-1:X_3-1:\ldots:X_n-1:1$

これを Xn についてとくと、

$X_n^{(n+1)}=X_n^n+X_n^{(n-1)}+\ldots+X_n+1$

より $X_{n-1},X_{n-2},\ldots,X_1$ についてとく

Doval 基本構図の中の等長問題



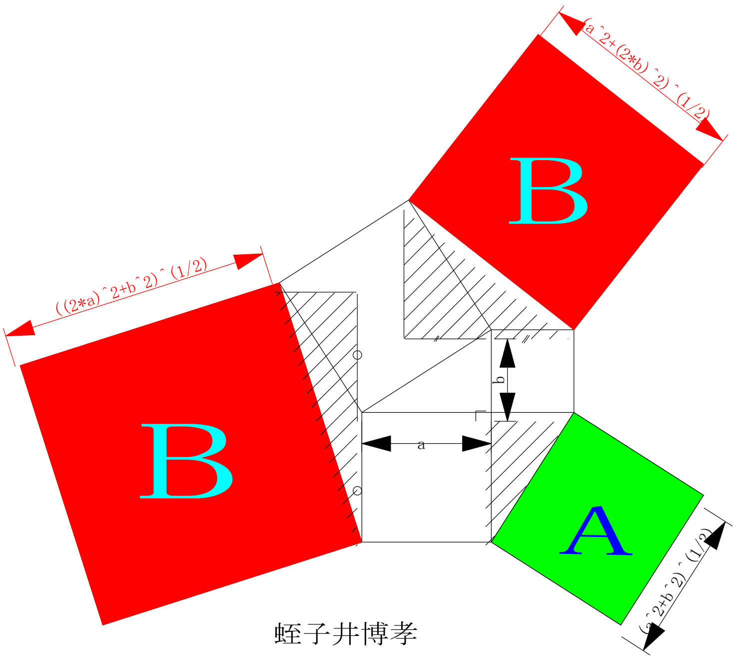
蛭子井博孝

2015-5-5

ピタゴラスの5倍の定理

Bの面積の和は、Aの面積の5倍

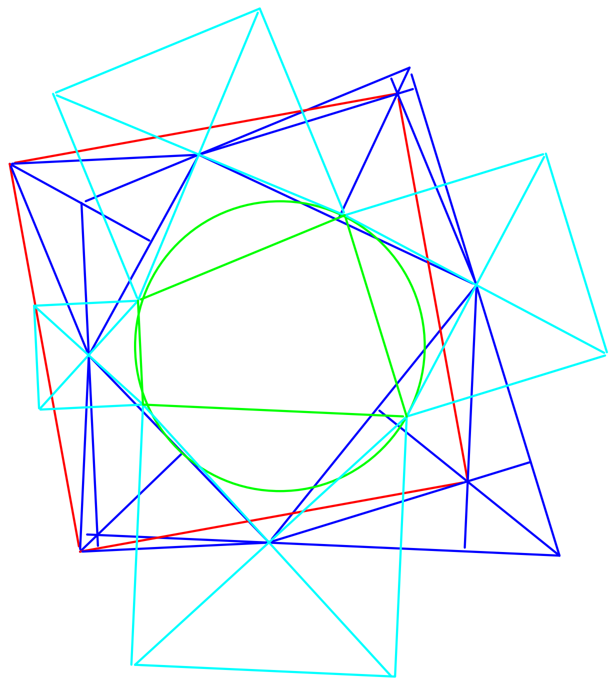
証明 (a^2+4*b^2)+(4*a^2+b^2)=(a^2+b^2)*5



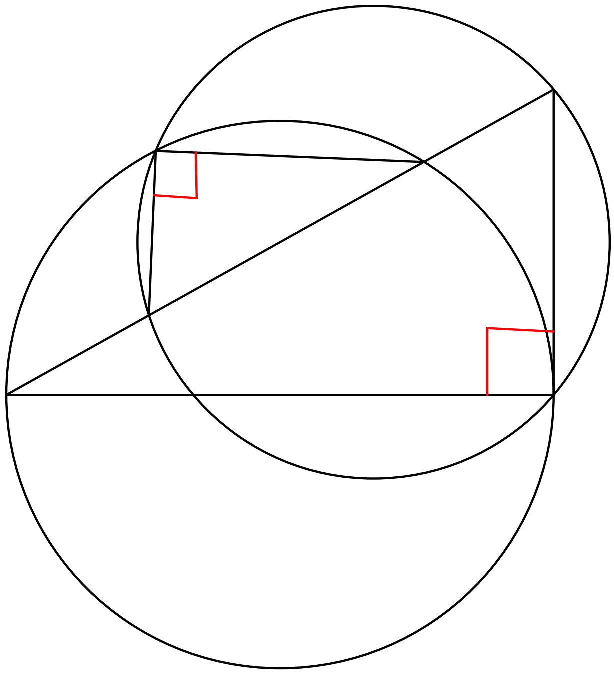
蛭子井博孝

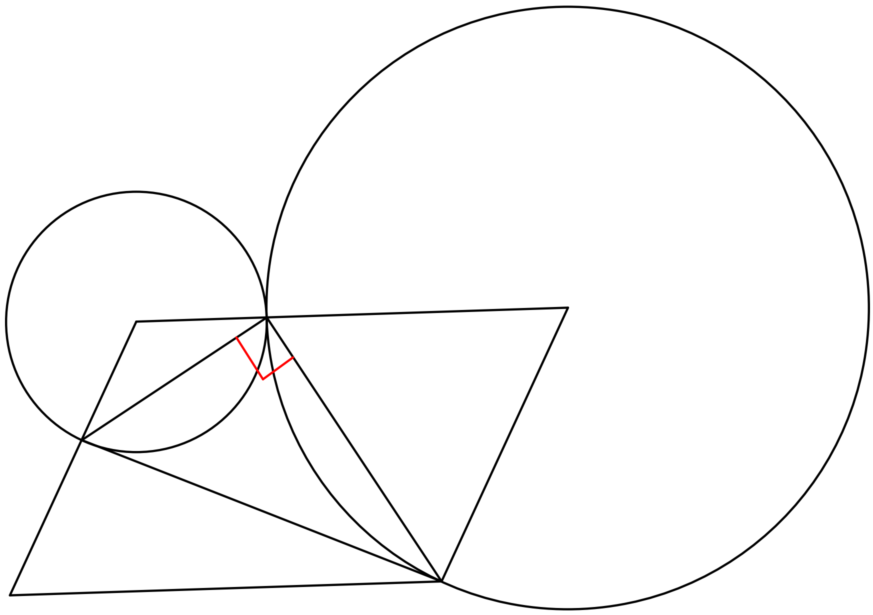
エビスイヒロタカ　垂心　正方形の定理

Poster S-006

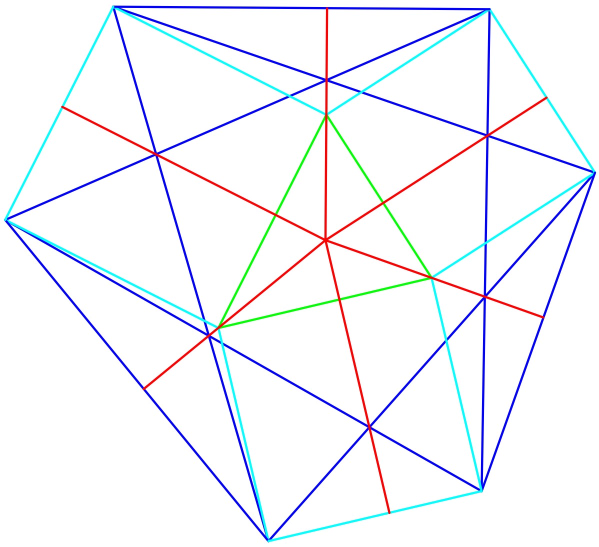


直角三角形問題

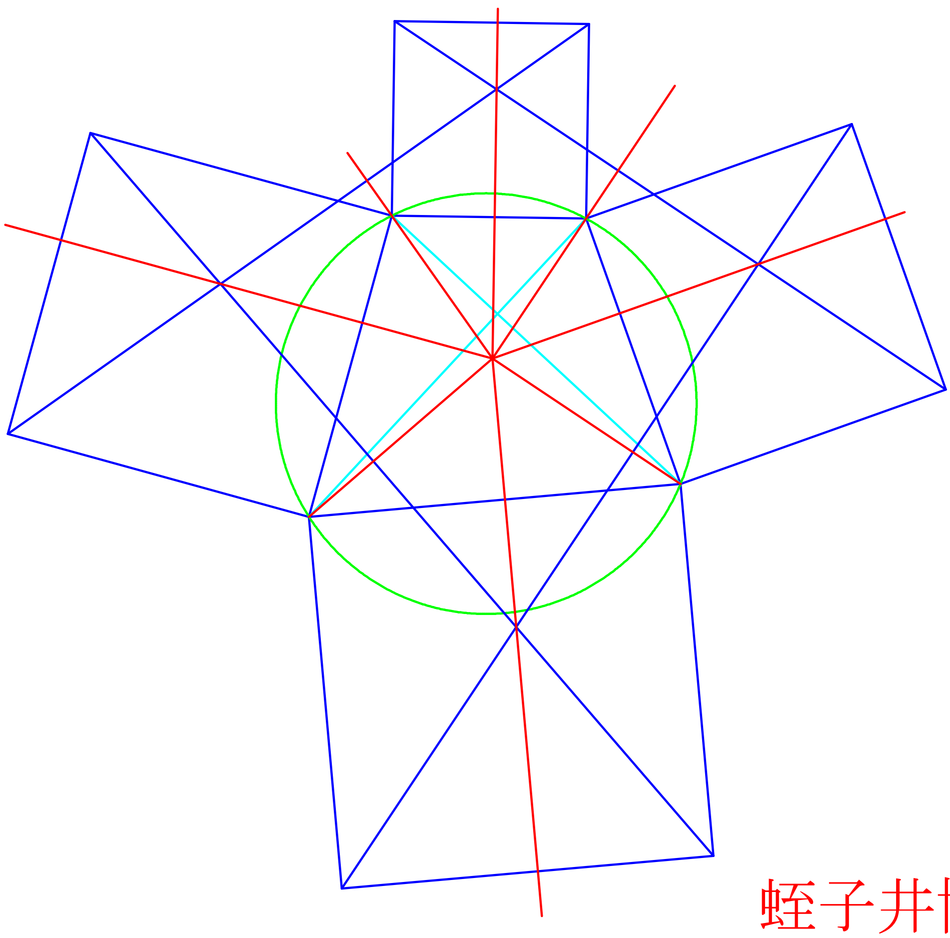




6垂線の定理

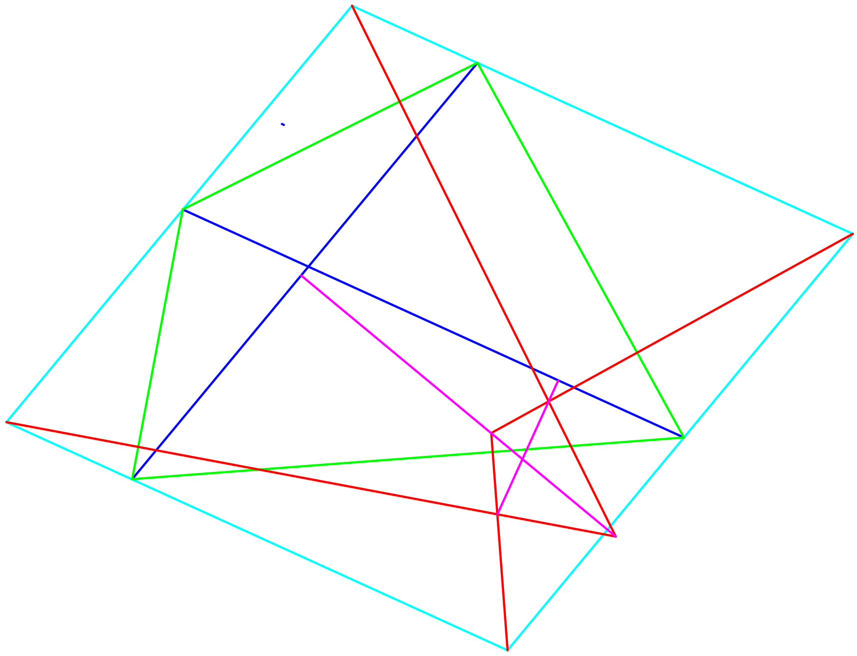


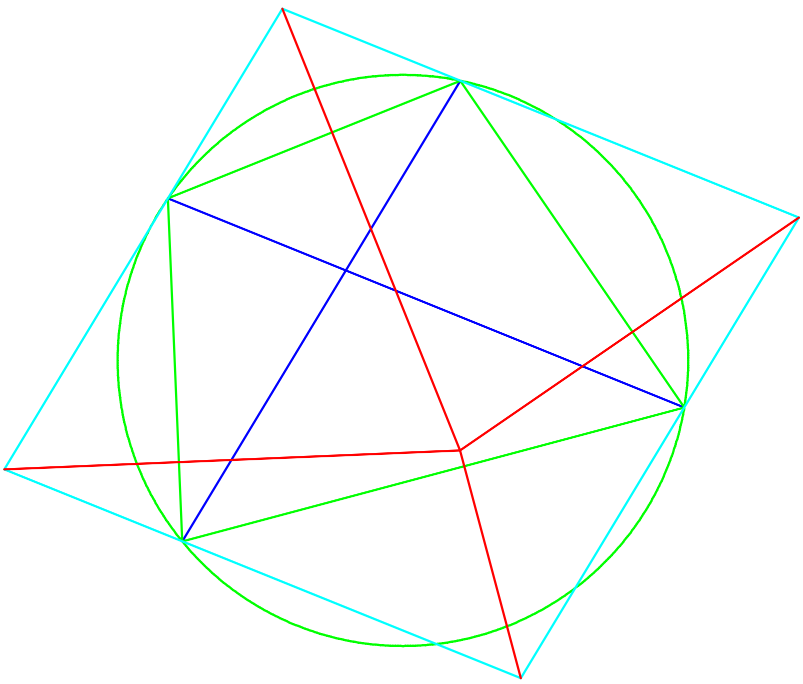
条件付き8垂線の定理



蛭子井博孝

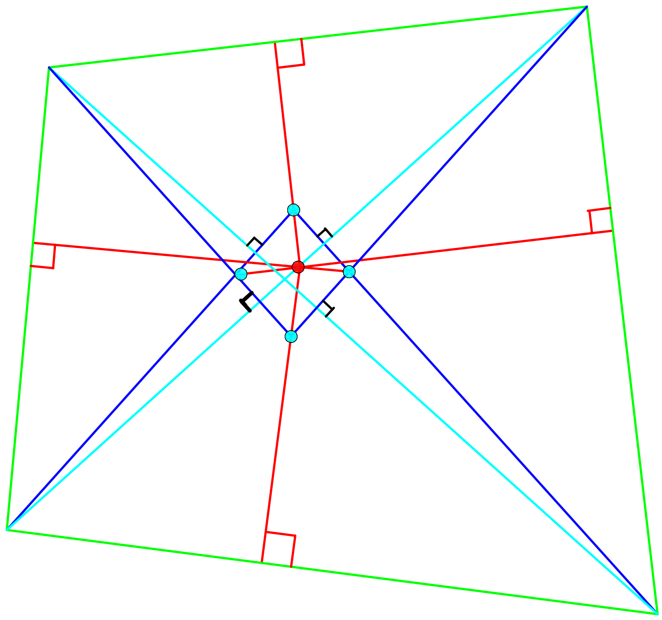
四角形と平行線の定理





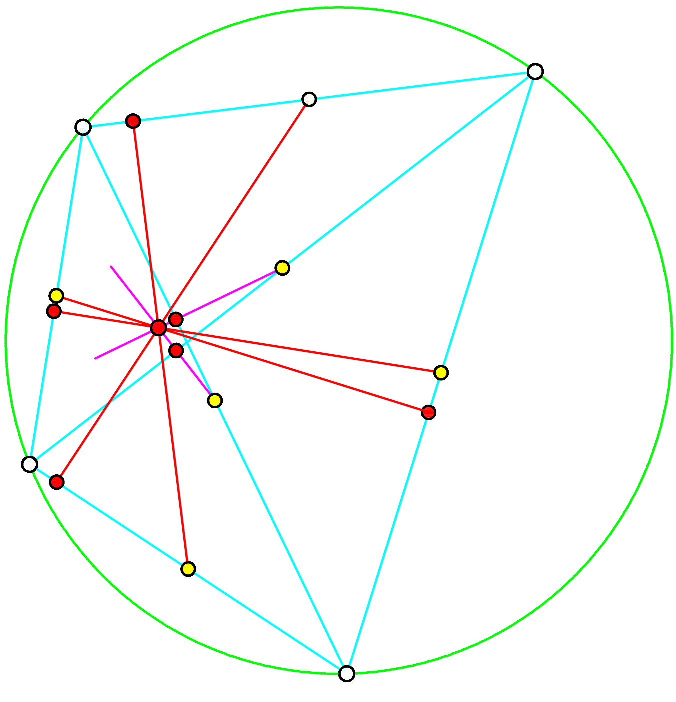
蛭子井博孝 2020-10-15

四角形の垂心

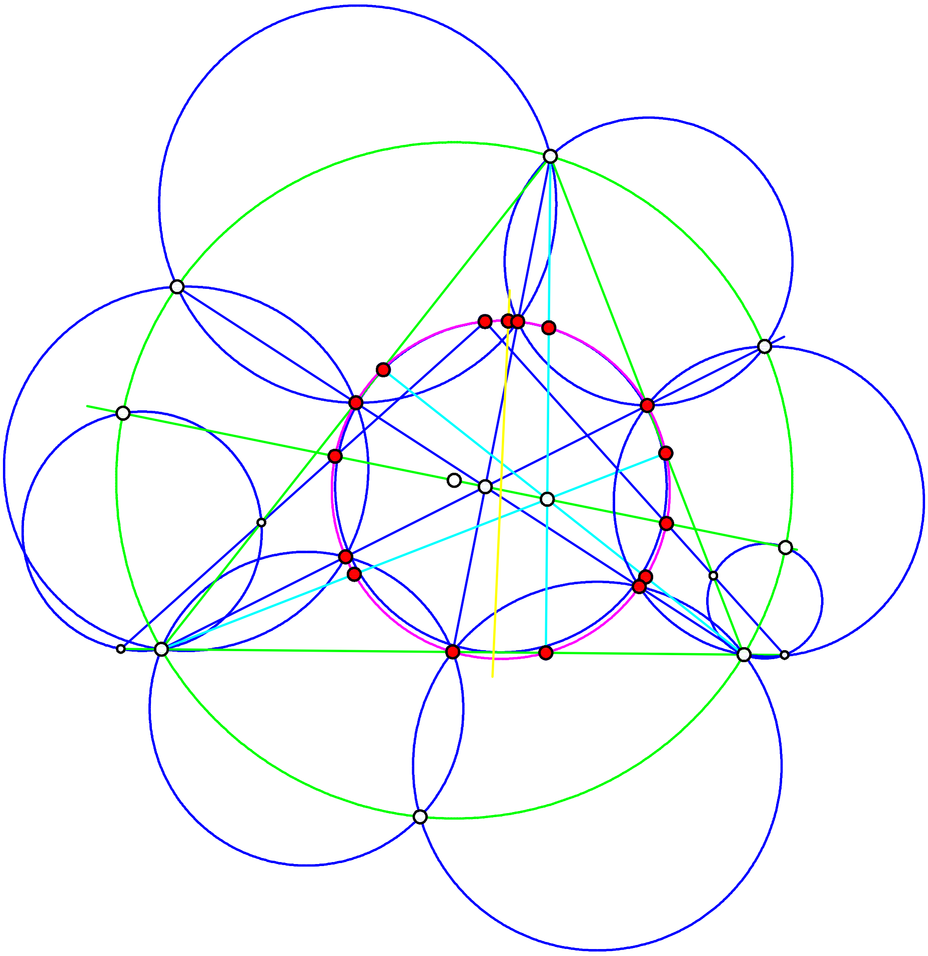


蛭子井博孝

円内接四角形の垂心の定理：辺の中点より対辺に下した垂線は一点で交わる



2020-12-5



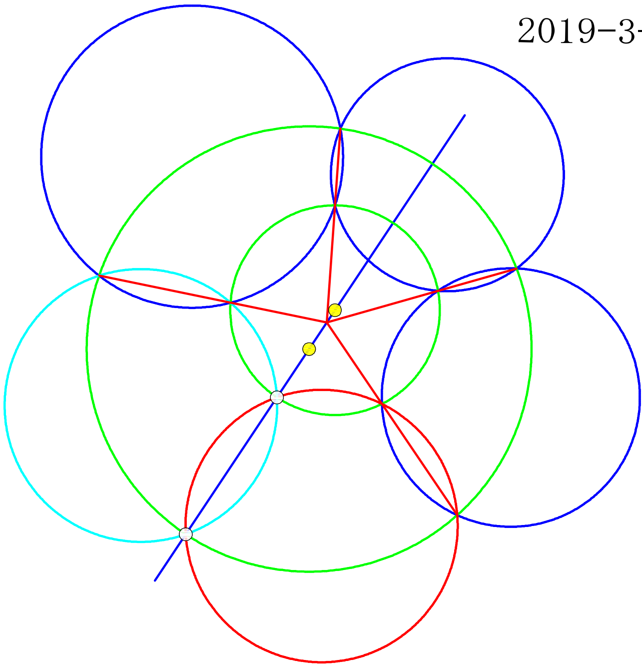
蛭子井博孝の16点円

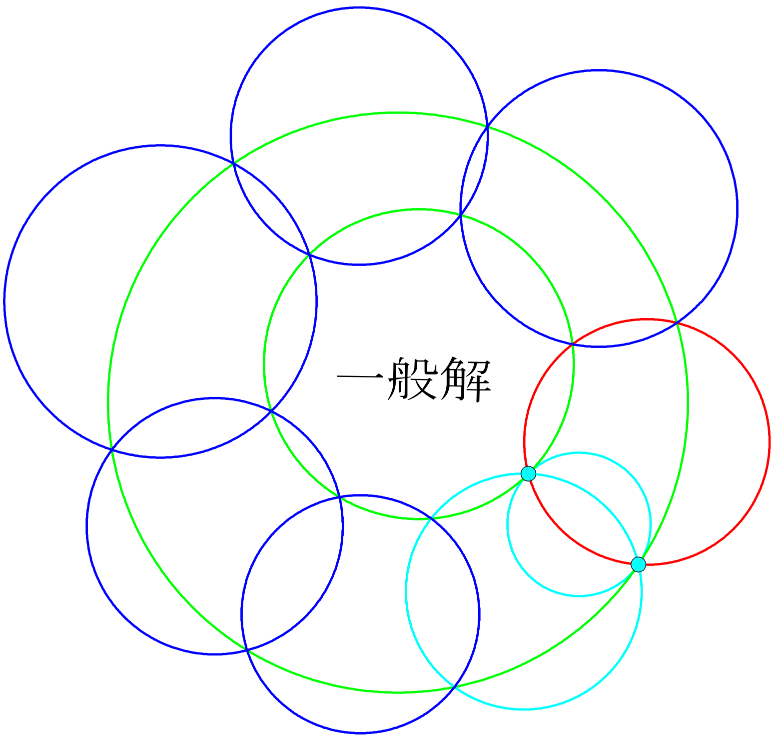
1．内接円と9点円の交点1個
2．9点円の9個
3．ニュートン線と外接円の交点に関するシムソン線2線
　とニュートン線の交点が作る交点3個
4．重心線上の三点（頂点と辺の中点と重心線と外接円の交点の三点の外接円の交点）

2円奇数円の定理

2円の中心を結ぶ線上の2点から始まると奇数個の円で閉じる

2019-3-9



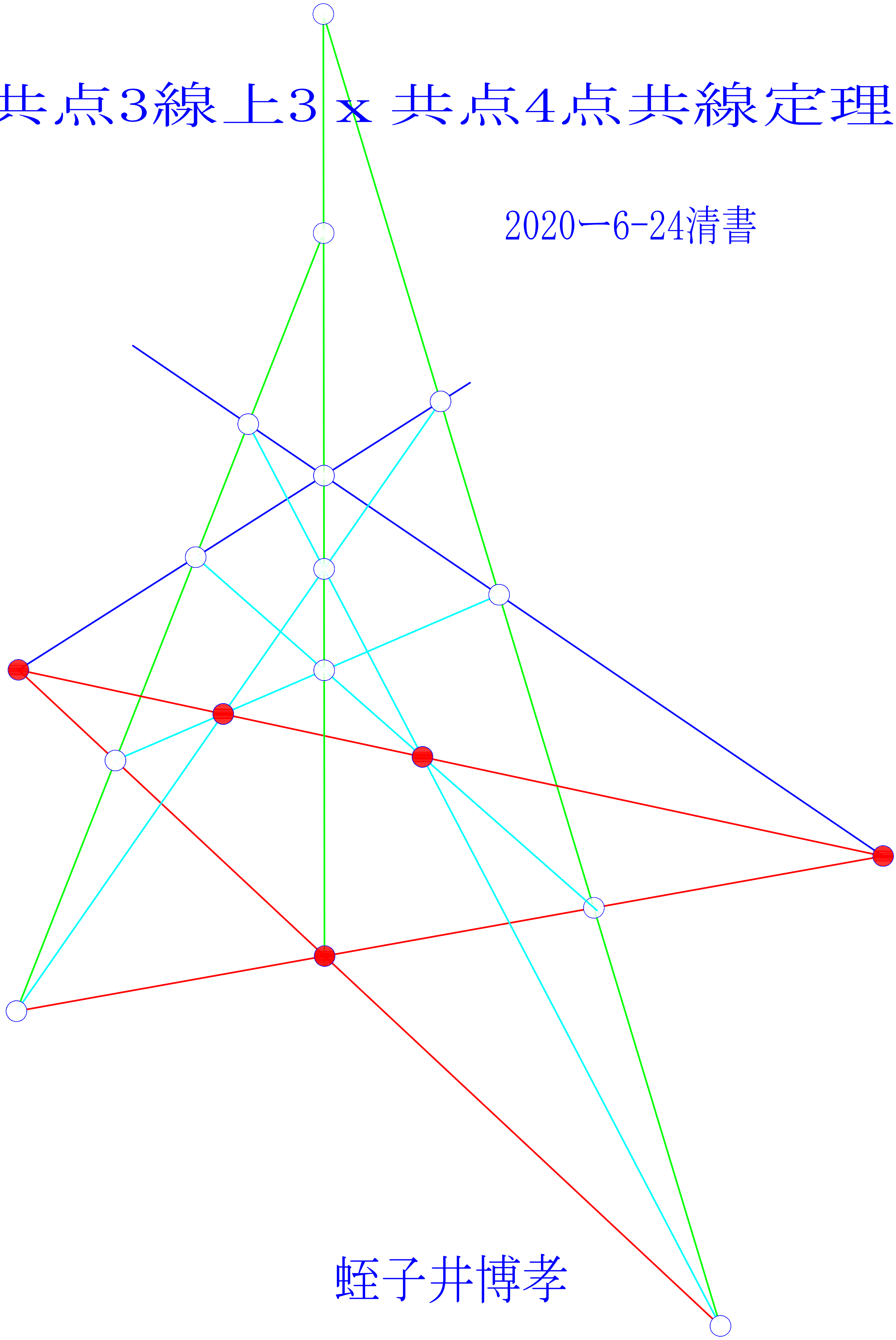


2円の接円の接点から始まると任意個の円で閉じる

蛭子井博孝

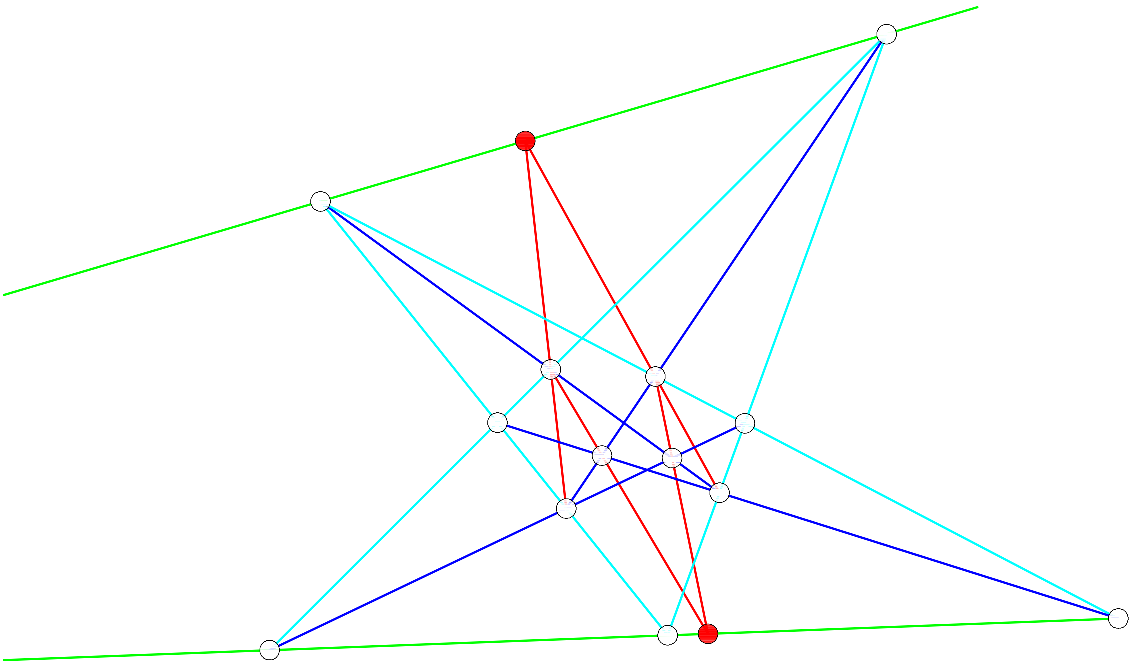
非共点3線上3ｘ共点4点共線定理

2020ー6-24清書



蛭子井博孝

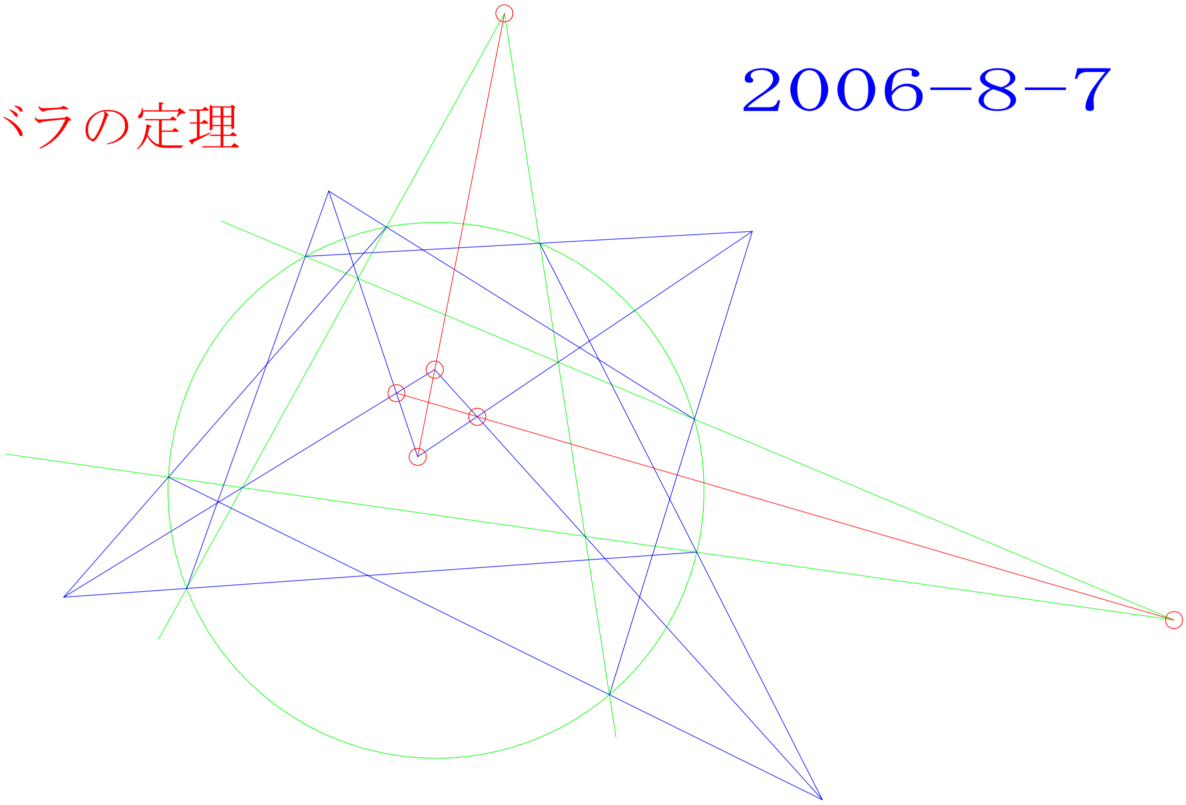
2直線上2点3点パップス濃縮定理

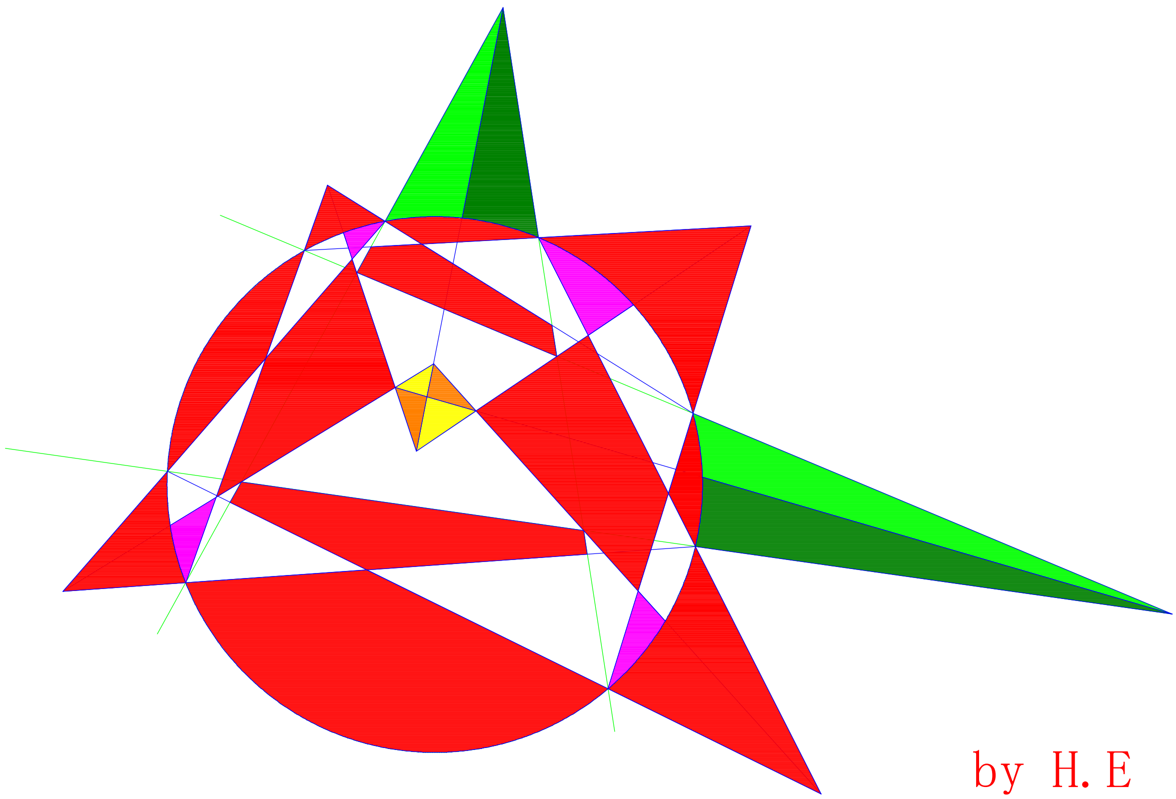


蛭子井博孝

バラの定理

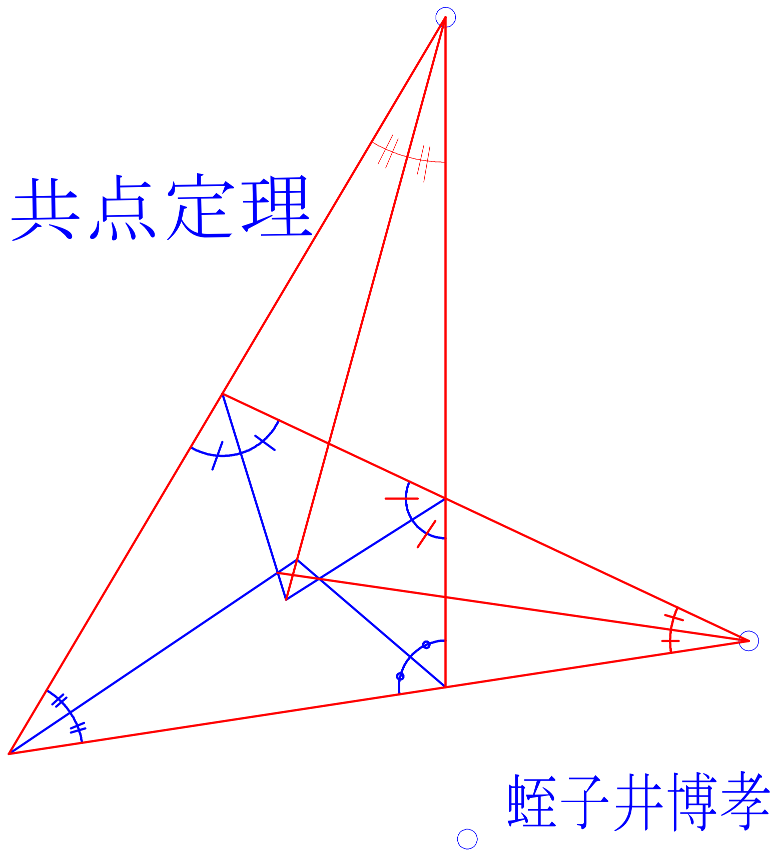
2006-8-7

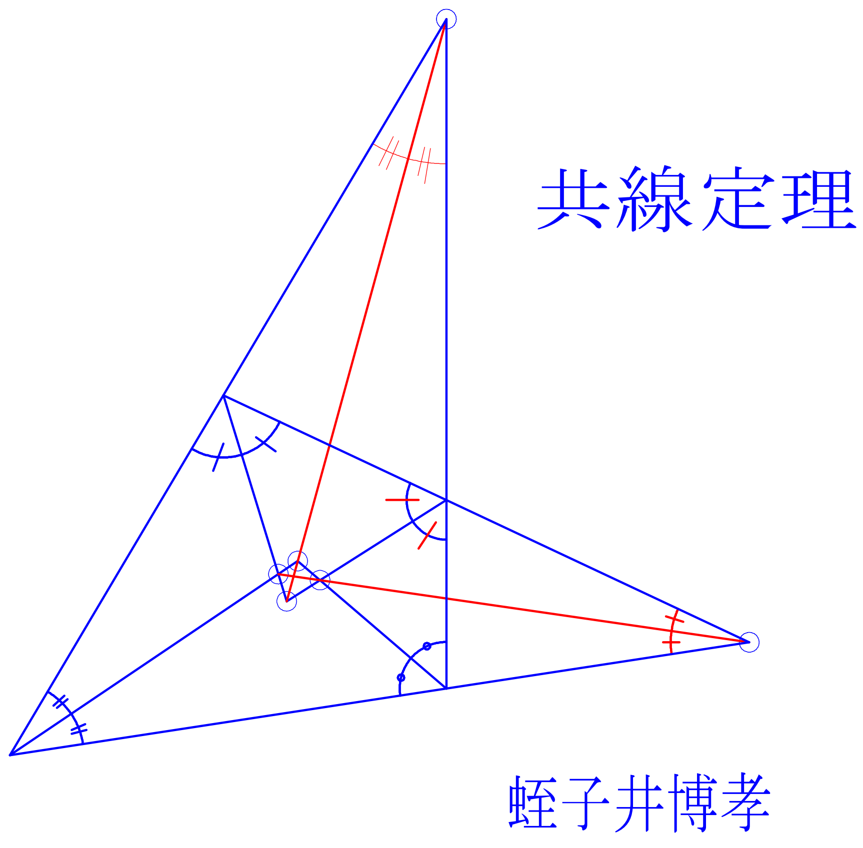




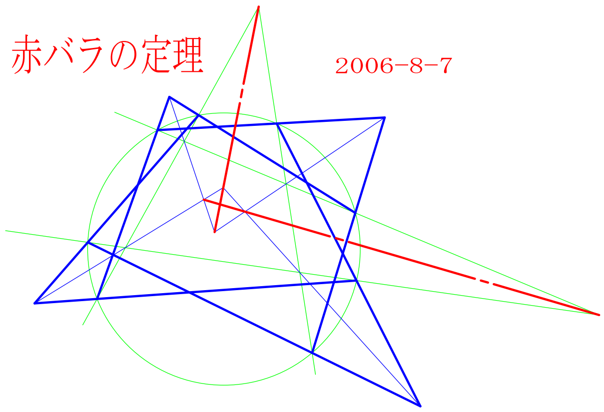
by H. E

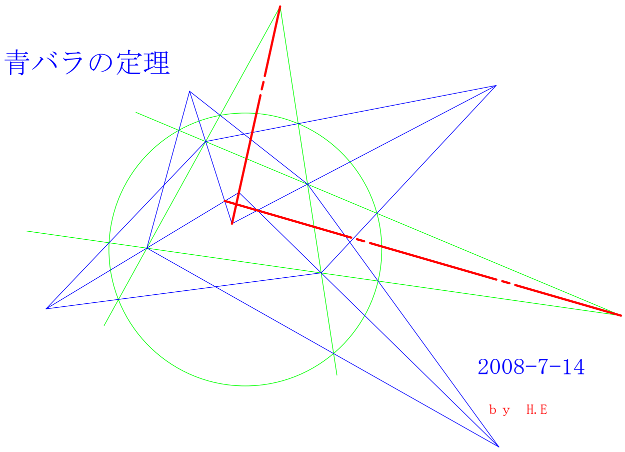
文化バラの定理2共点2共線定理



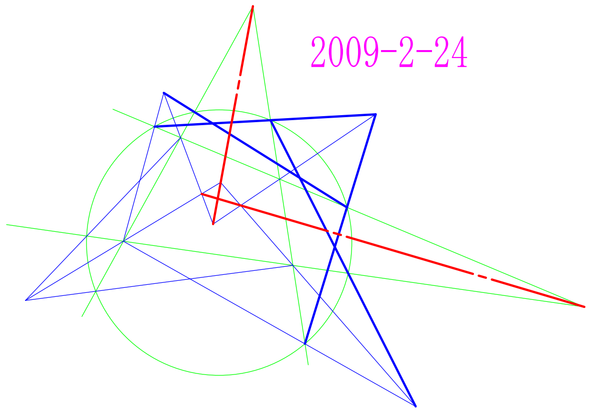


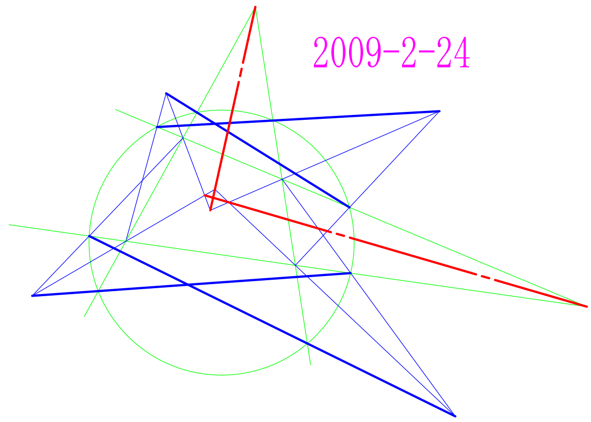
FI-332

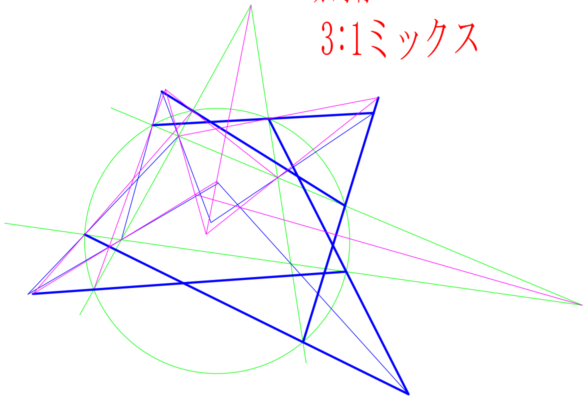


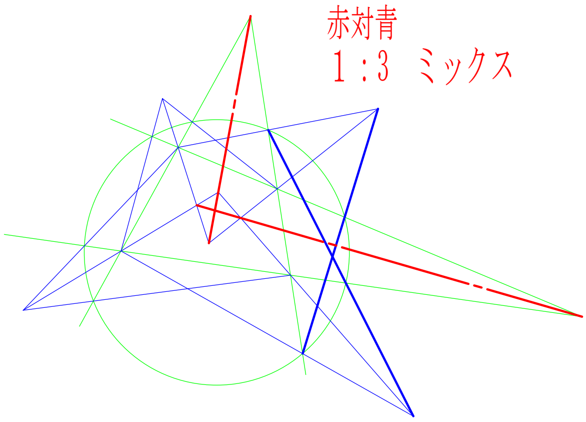


青バラ赤バラ混種定理

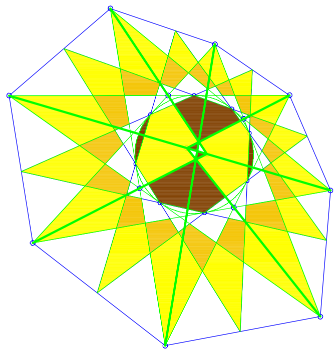


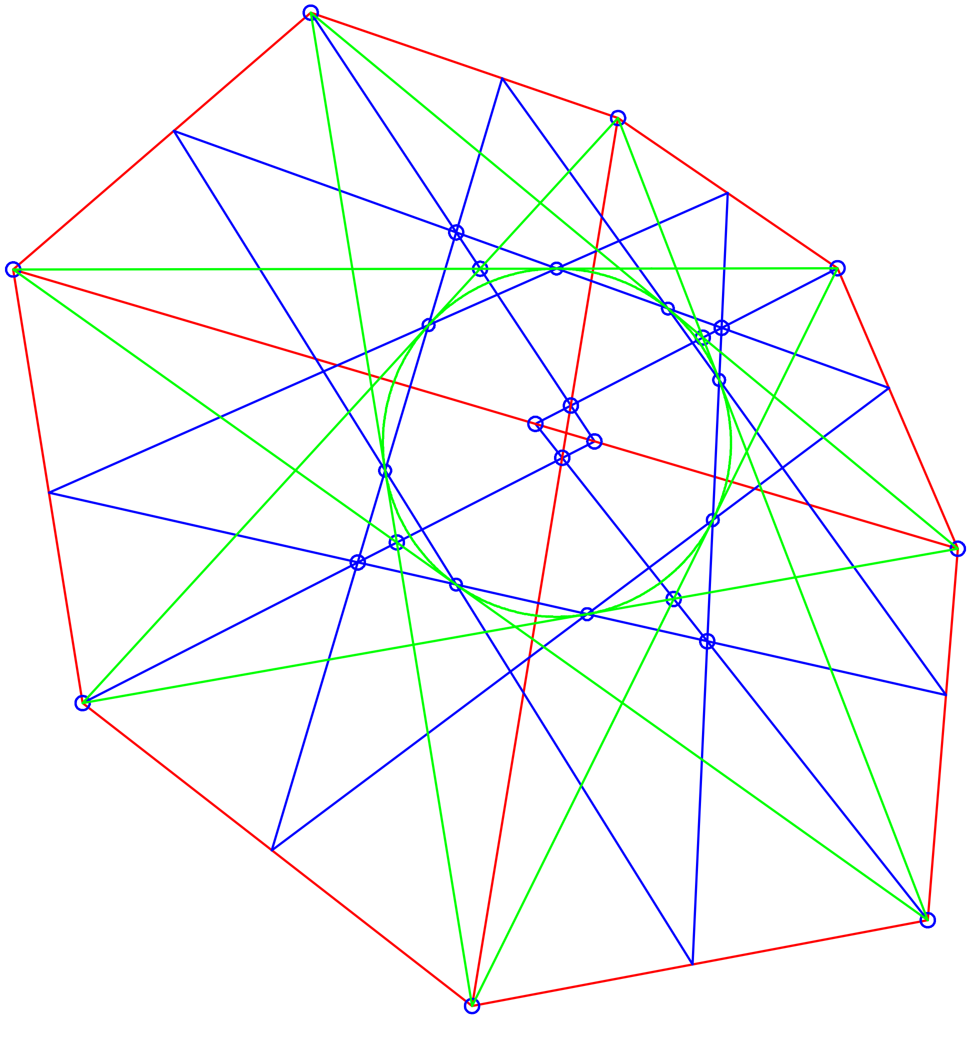






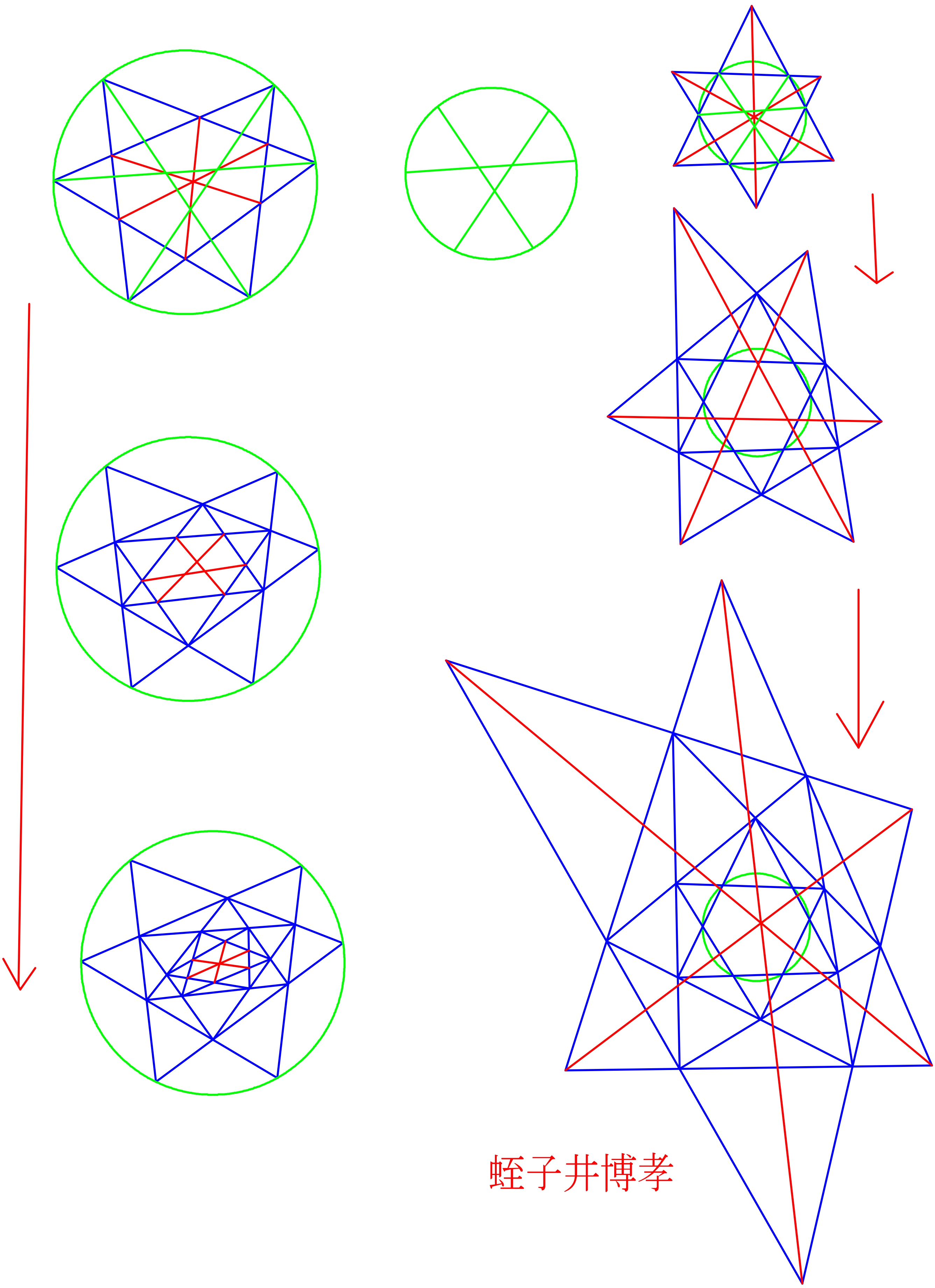
蛭子井博孝





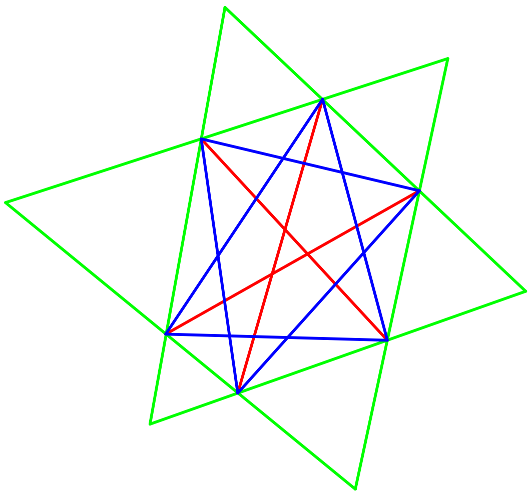
SUN　FLOWER THEOREM

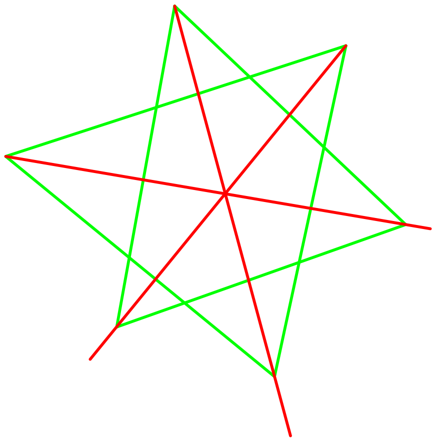
2次(円) 系非共点内部外部星々の定理

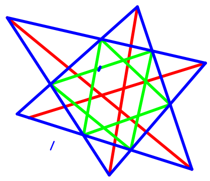


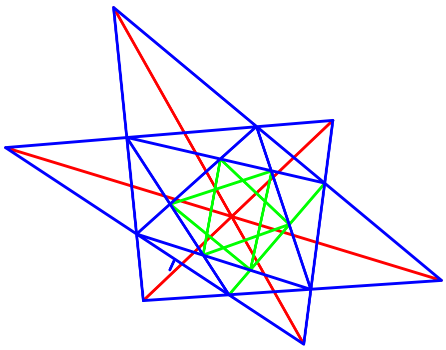
蛭子井博孝

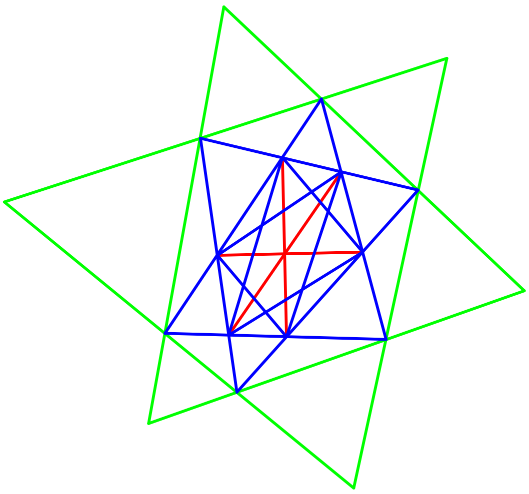
重ね合わせ三角形の構図問題

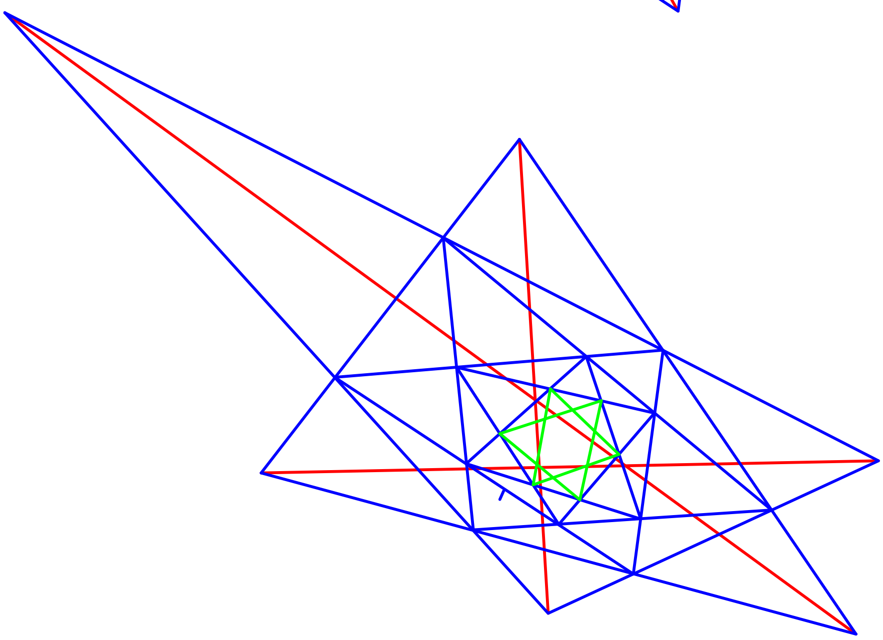


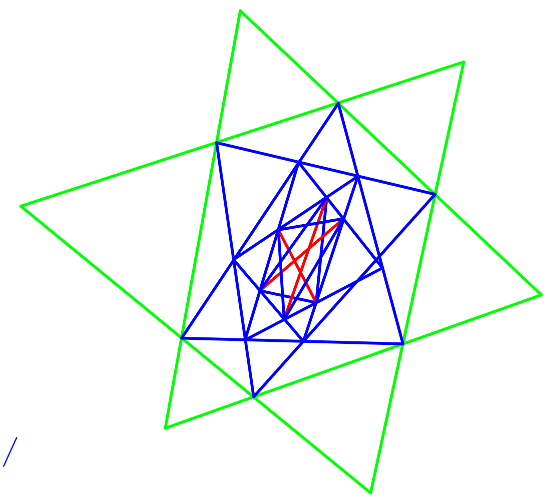




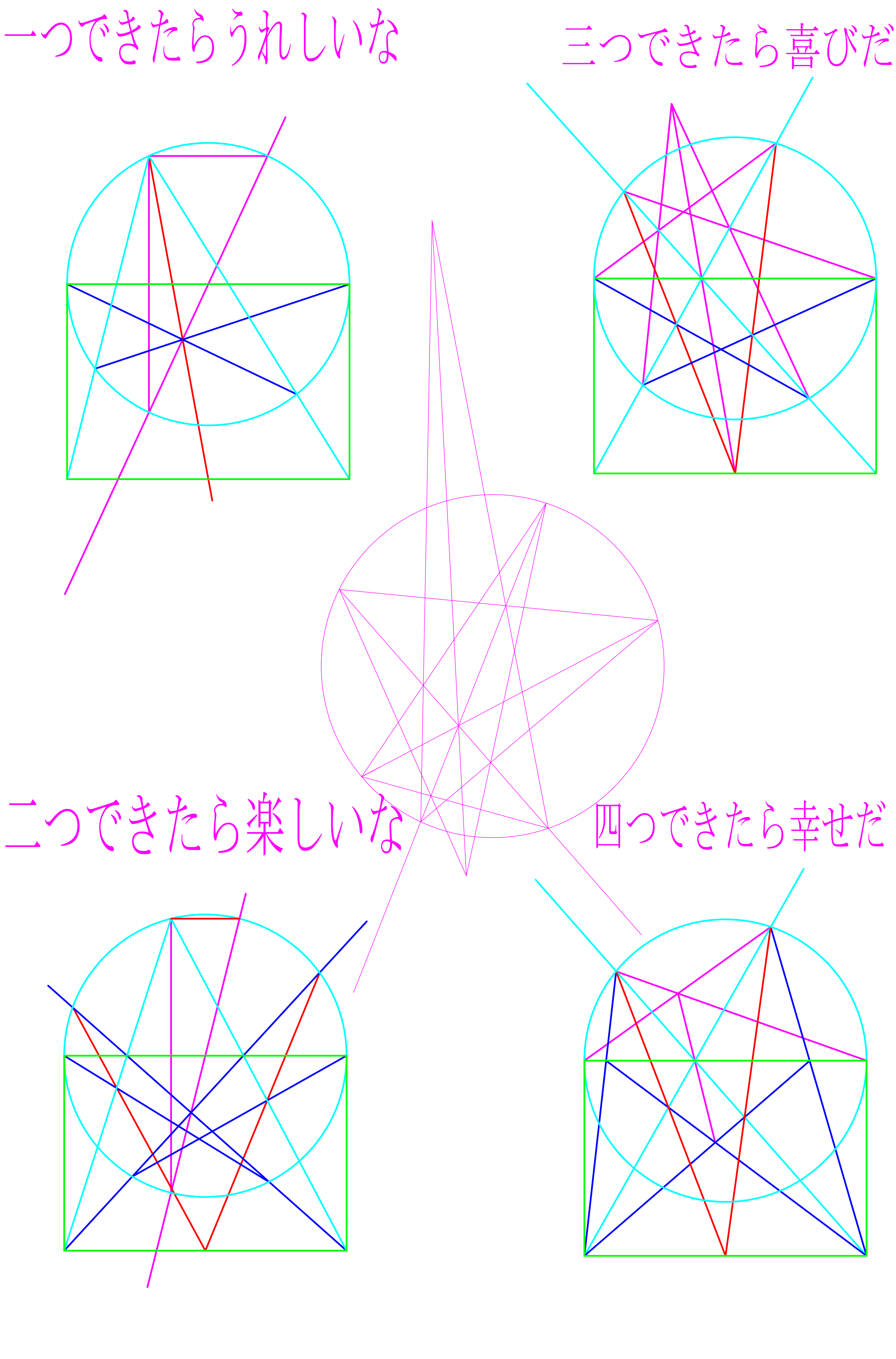






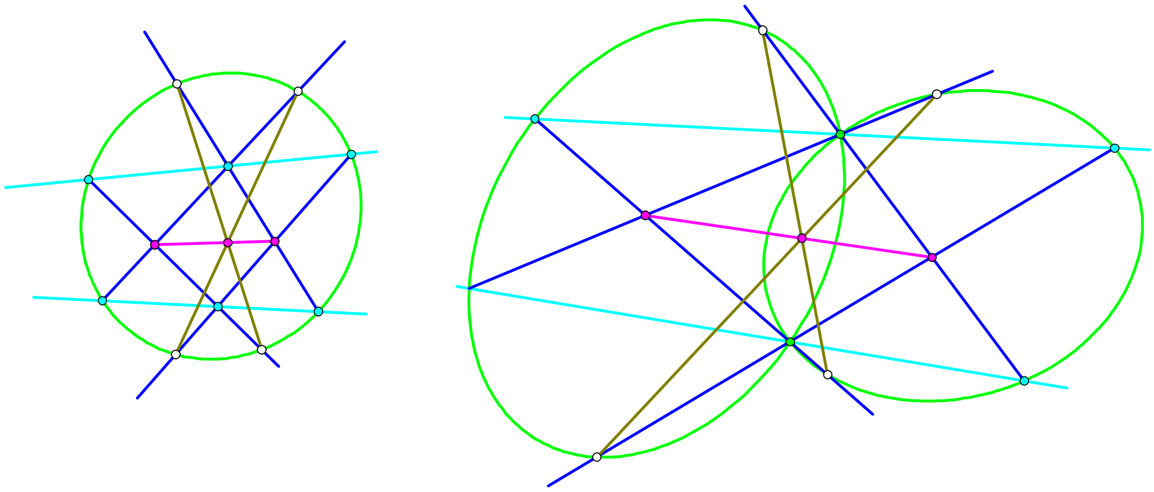


蛭子井博孝

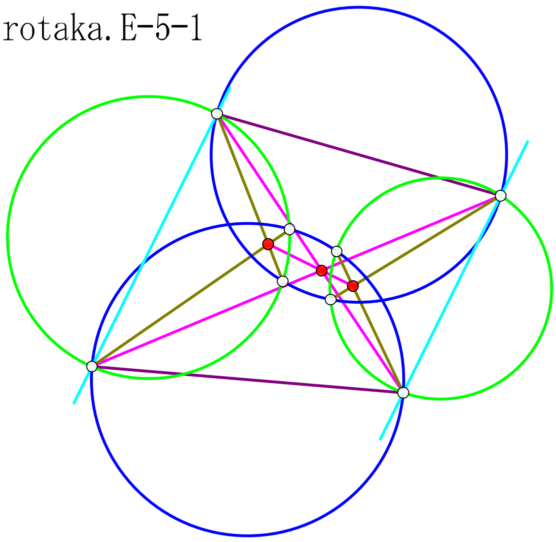


蛭子井博孝

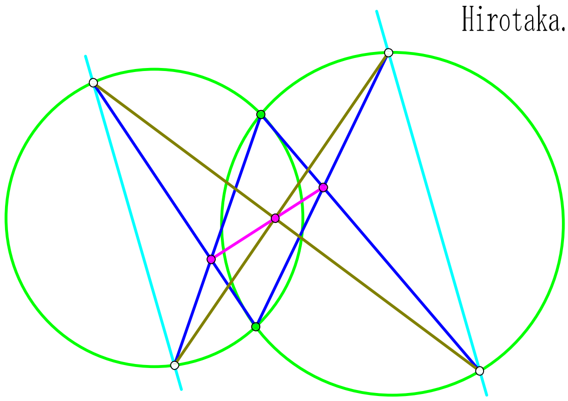
2円系H.E5題　　Hirotaka.E-5-5



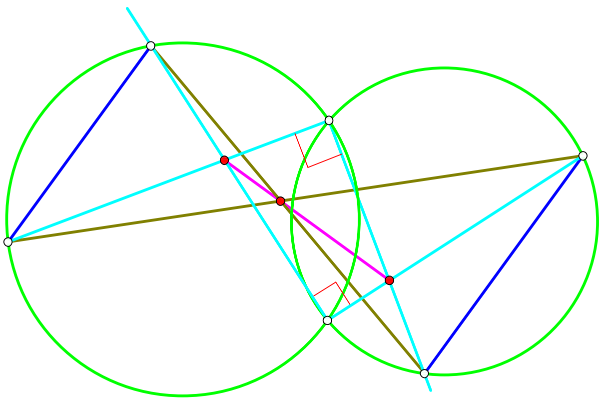
Hirotaka.E-5-1



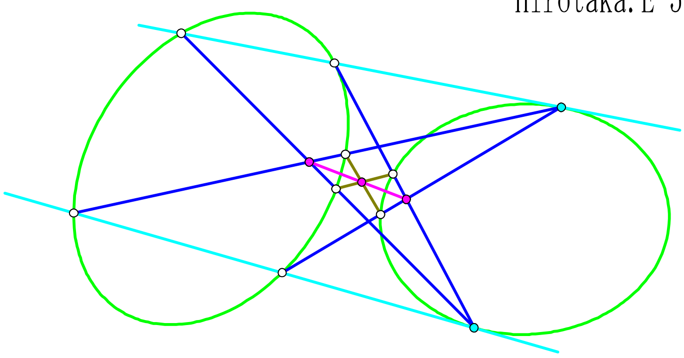
Hirotaka.E-5-2



Hirotaka.E-5-3



Hirotaka.E-5-4

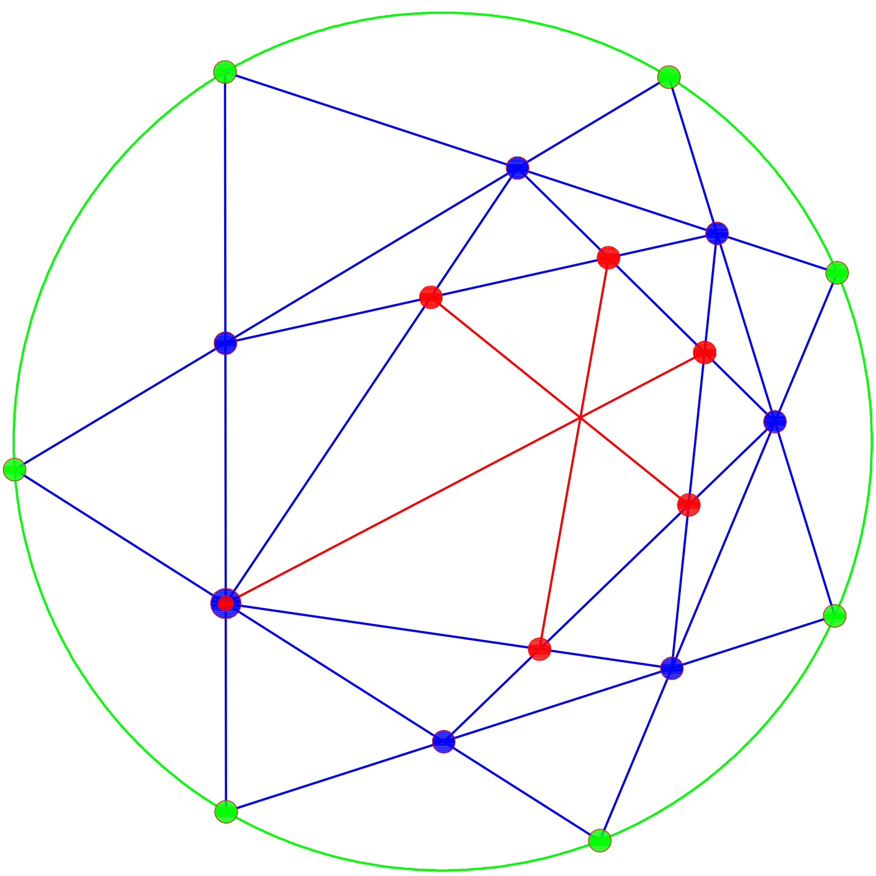


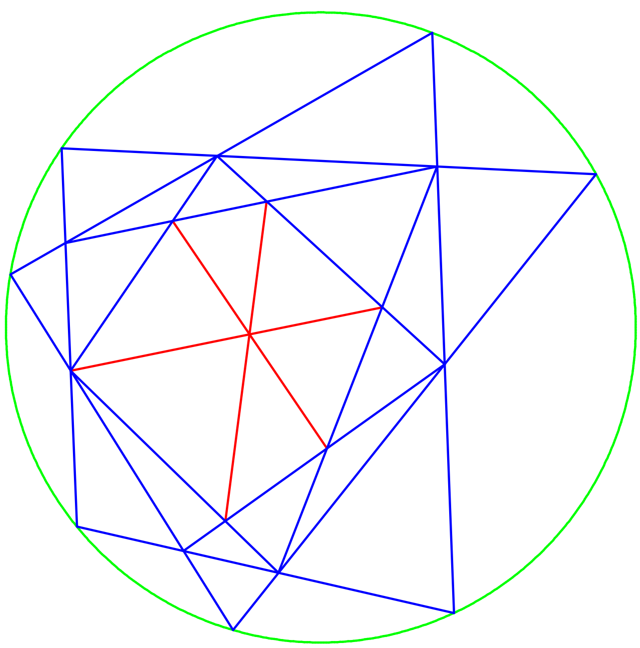
蛭子井博孝

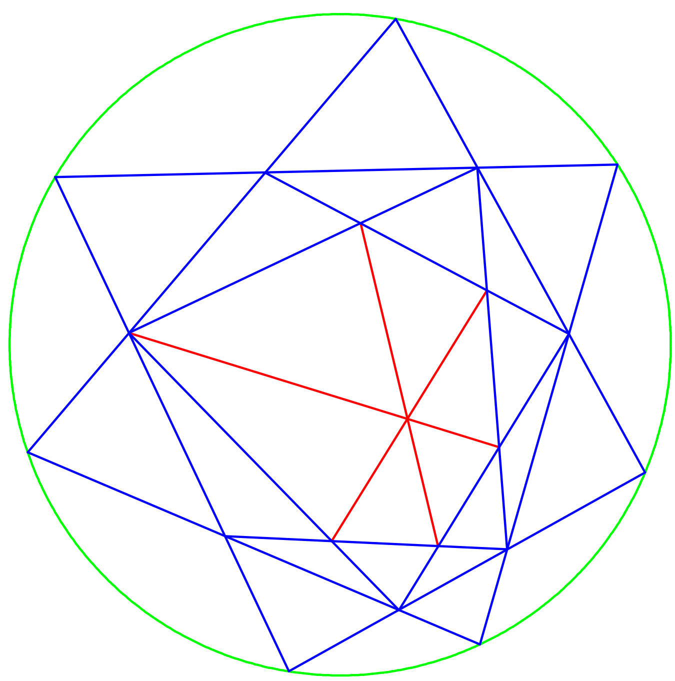
776の定理

2018-9-14

老爺心ながら　定理の意味を　どんな七角形でも3線が一点で交わる







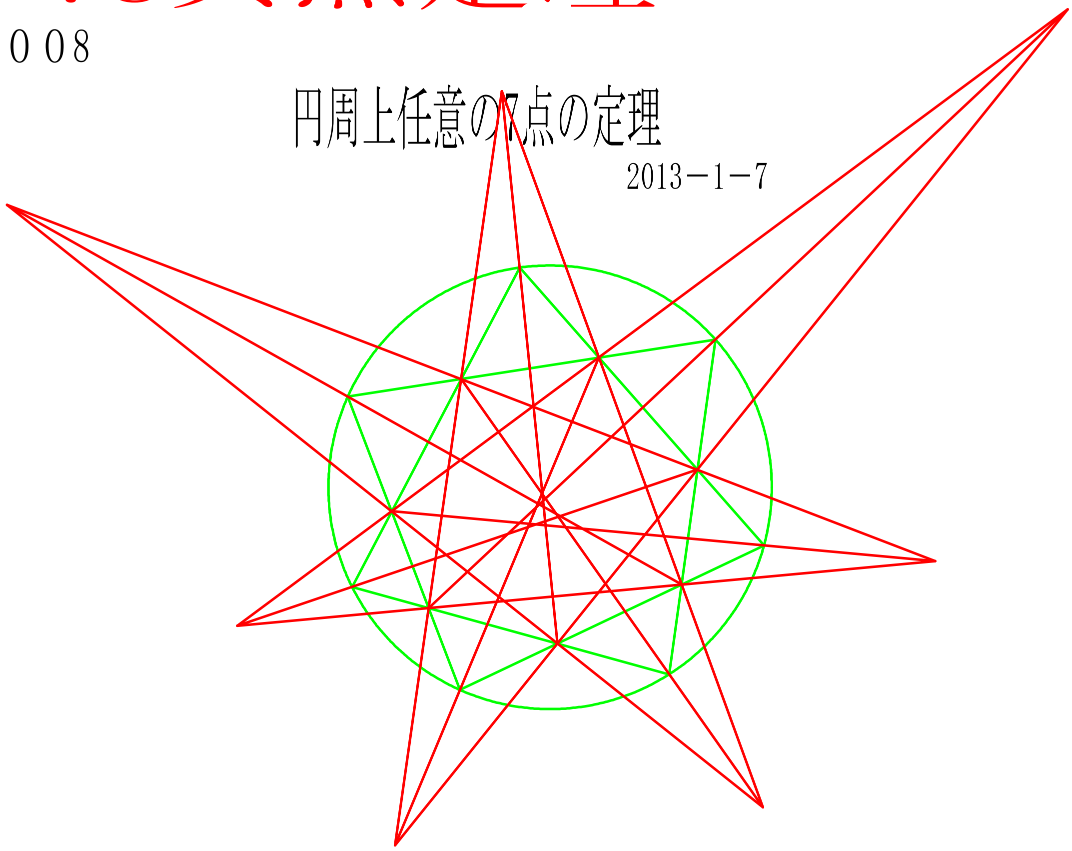
蛭子井博孝

７８共点定理

幾何数学－０００８

円周上任意の7点の定理

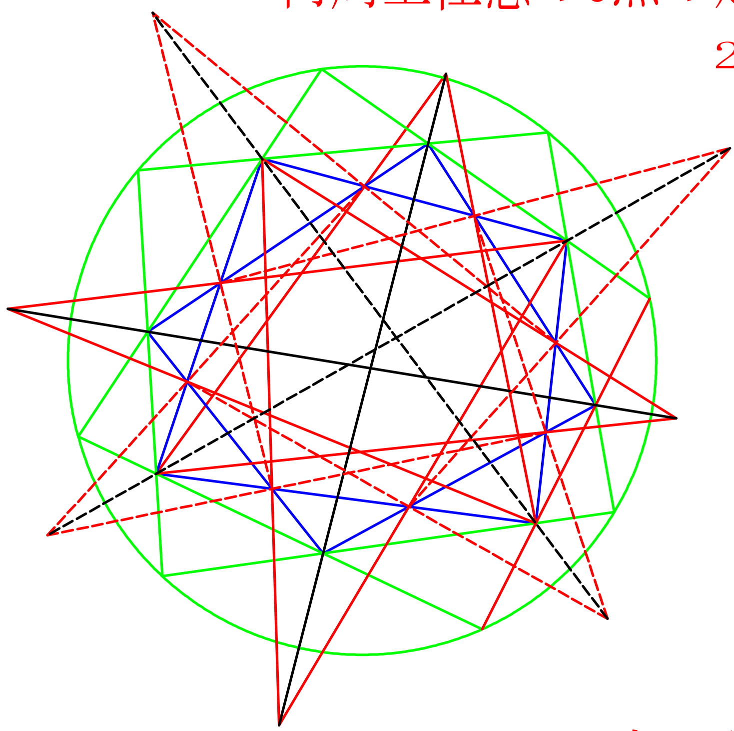
2013－1－7



蛭子井博孝

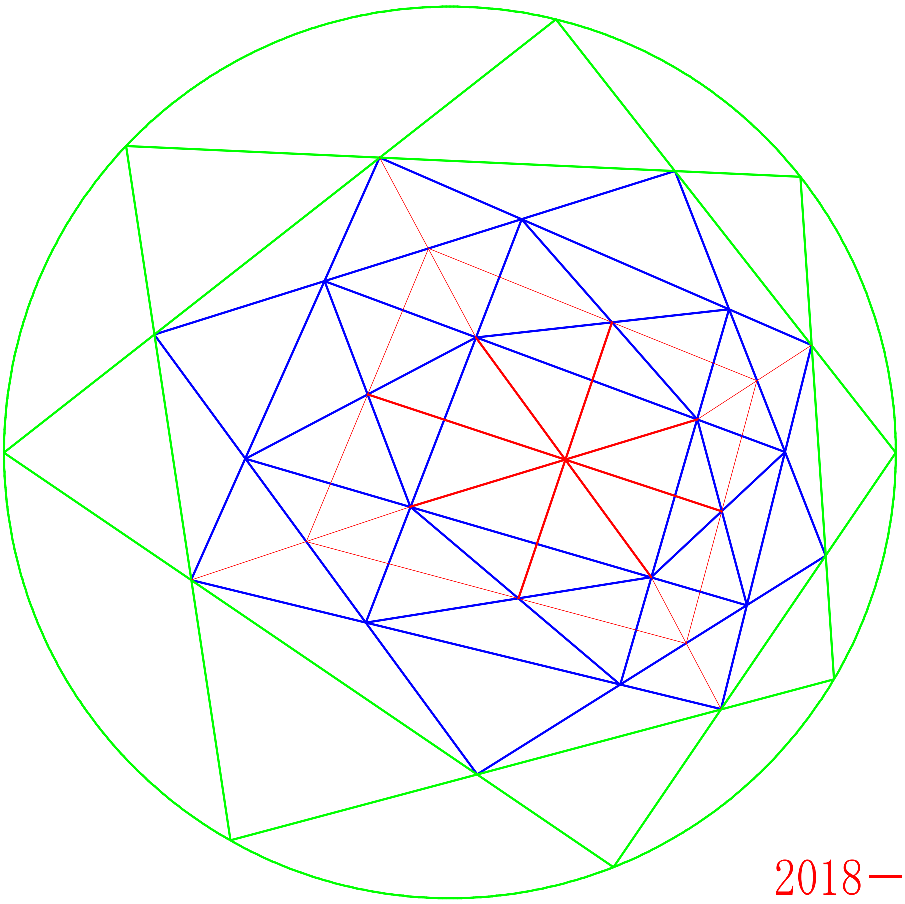
円周上任意の8点の定理

2018-8-17



蛭子井博孝

八角形ダイアモンド定理



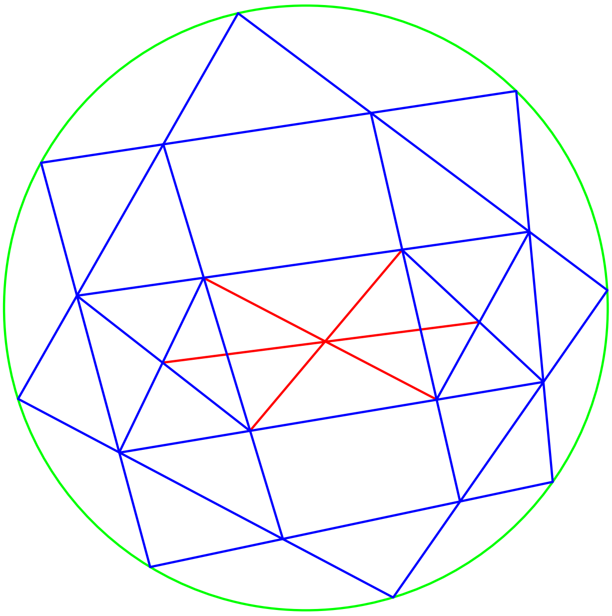
2018－9－10

蛭子井博孝

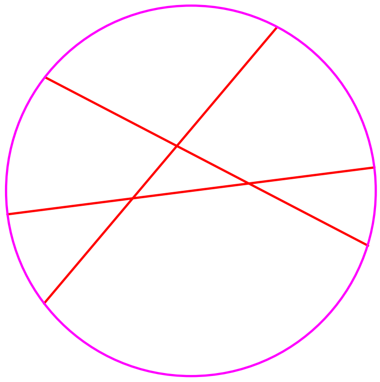
八角形ダイアモンド定理検証

八角形対角交点3×構造共点定理

第１段内接四角形交点3×構造非共点定理

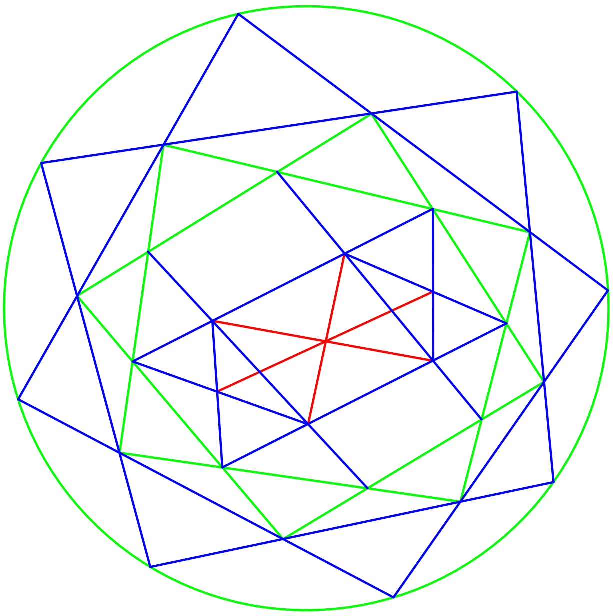


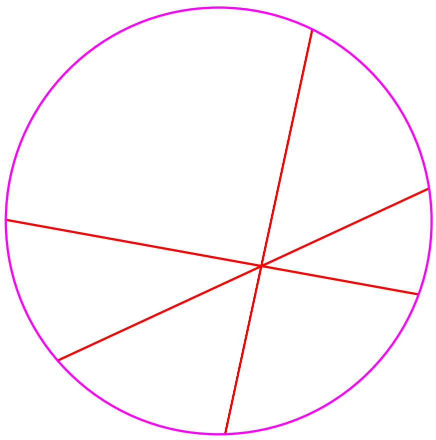
中央部１００倍で、非共点明らか



検証

中央部１００００倍でも、共点





第2段内接四角形交点3×構造共点定理

ダイアモンドの定理の研究

蛭子井　博孝　Hirotaka　EBISUI

概要: RED DIA Theorem をWEBに公開し、その後、以下のような研究したので発表する.Dia の定理と称する定理は、ICGG2014LOGO のシュタイナーの定理の発展研究で、円周上 2 つの三角形を条件としたものを、2 つの 4 角形、5 角形に拡張したものなどで、2 つの多角形の交点を結び、再び、内部に多角形を 2 つ創る.その内部に、共点構造が埋め込まれるという研究課題(構図の新たな発見)で、そのオープンプロブレムを兼ね、いろいろな構図を報告する。構図の共点性は、ズームツールで、拡大検証を行い、また、図の任意性を使い 2 つ以上作図し、その存在性を確かめる手法を用いている.

キーワード: 平面幾何学／共点定理／シュタイナーの定理／Dia の定理／多重内部構造／

1. はじめに

古典幾何学史上、垂心、重心の定理など, 3直線が一点で交わることは、証明問題として、論理思考の訓練になるもので、よく学習課題になる。時代を下ると、パップス、パスカルの定理、デザルグの定理など, 共線定理(見方を変えれば、同時に共点定理)が、発見され、幾何学の根本を問い直す基本定理と称されるように、重大なものが見つかってきた。しかし、これらが、幾何学の公理系となっていた時代は終わる。幾何学には、今回見いだされた、円上の三角形に視野を狭めて、2つを重ね合わせると、そこに、新たな公理的性質が見つかっている。この性質を、はじめ、星々の公理などといい、公表していた。ここでは、2つを重ねる図形を三角形だけでなく4, 5角形まで考察の対象にした。

そこにも、証明すべき定理と言うより、ひとつの公理的性質、重ねる意味において、配律を見いだしている。この配律を、2節で、下図を使い説明してゆく。

2.　3x2, 7, 4x2, 5x2角形の重ね合わせ多段定理

ダイアモンドの定理とは、3ページ1図などの総称である。

2.1. 3x2角形の重ね合わせ配置の種類

一般に2つの三角形の配置は、2つの対応する頂点を結ぶ3線が、1点で交わるに重なる共点配置とそうでない配置に分かれる。共点配置をデザルグ配置、非共点配置を非デザルグ配置 anchiデザルグ配置の2つの問題としてADE問題と称した、いまは、重ね合わせの多段構造から、x2問題と呼ぶことにする

2.2. 3X2角形の配律

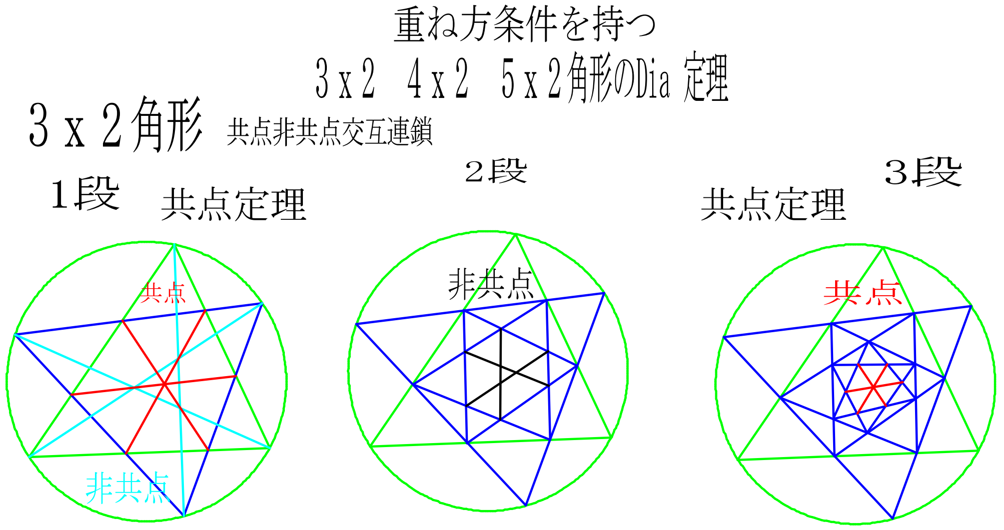


図1　3x2角形の配律

図１において　円周上の２つの三角形の配置で、共点でない配置を考える。このとき、三角形の交点を結ぶ、3線は、一点で交わるというシュタイナーの定理がある。今回のメイン成果は、この内部構造についてのものである

1ステップ。2つの三角形を重ねて出来た6交点を飛

び飛びに結び、内部に、2つの三角形をつくる。これを2段目配置と言うことにする。すると同様に、内部に、3段配置4段配置と無限内部3角形重ね合わせ構造が出来る。
2ステップ。格段において、シュタイナーの定理と同様の対応する交点を結ぶ3線を考えると、偶数段では非共点となり、奇数段では、共点をなる、無限交互連鎖が起こる．この配律を星々の公理を呼んでいた。ここで、もう一度振り返ると、はじめの2つの三角形は、非共点関係にあるときのみ、この交互性が出来るのである

2.2. 7角形の定理

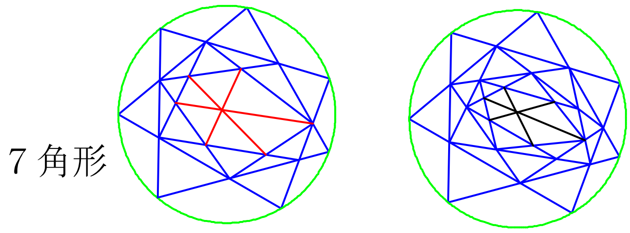


図2　7角形の定理

この図形系においては、1段(左)の中にシュタイナー結線構造とは、違う図にしたとき，共点が現れるという定理である。

2.3. 4X2の定理

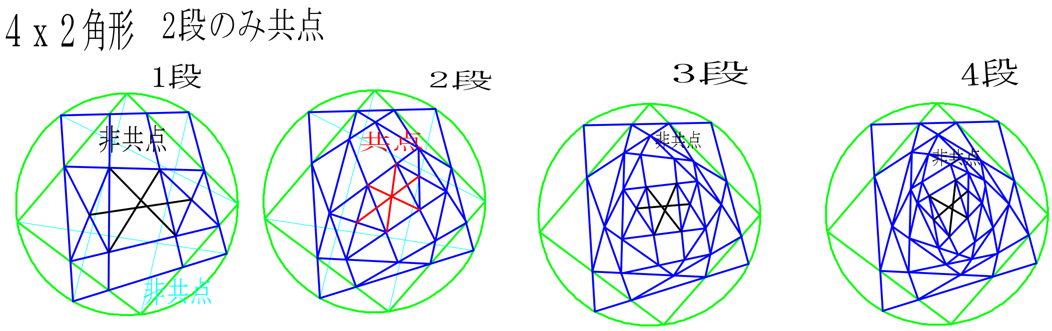


図3　4x2角形の配律

この図形系においては、図のような、共点が、２段のみ 現れるという定理である。ただし、無限内部連鎖については，研究出来ていない。

2.4. 5x2の定理

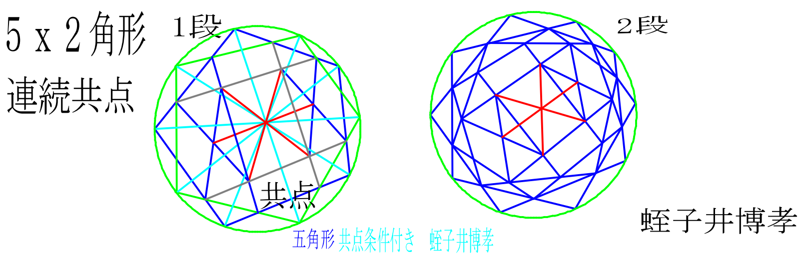


図4　5x2角形の配律

この図形系においては、１段が、共点配置で、図のような多段系に,2.3項とは、別の結線をすると．共点が出来るという定理である。

3　様々なダイアモンド定理

次のページの図５には、ダイアモンドの定理を呼べる様々な構図を示す。次ページ右下以外の中心部に共点構造を持つ．また　3x2角形の多段初期研究図を4ページに図6として掲載した．

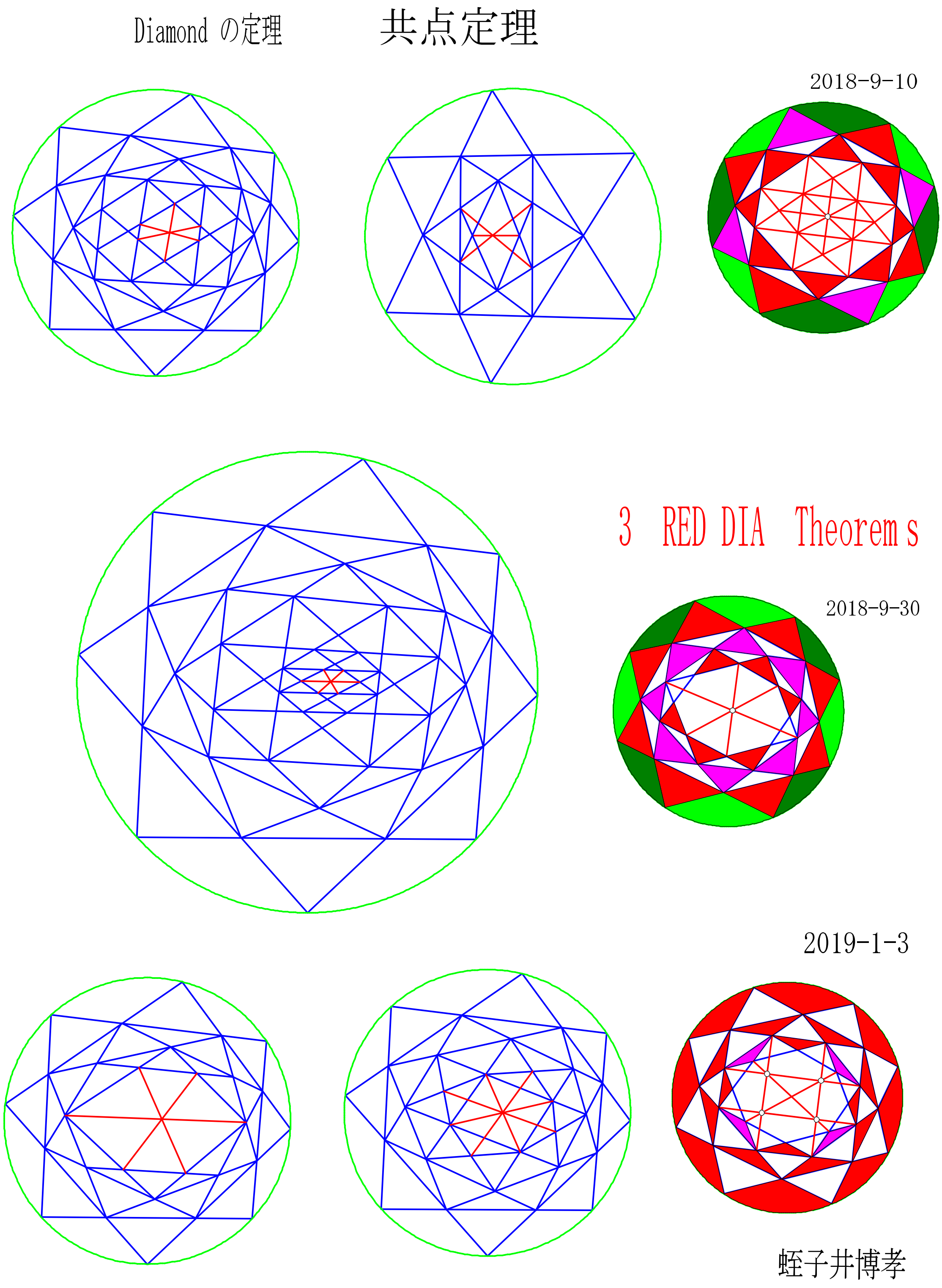


図5 様々なダイアモンド定理の研究図

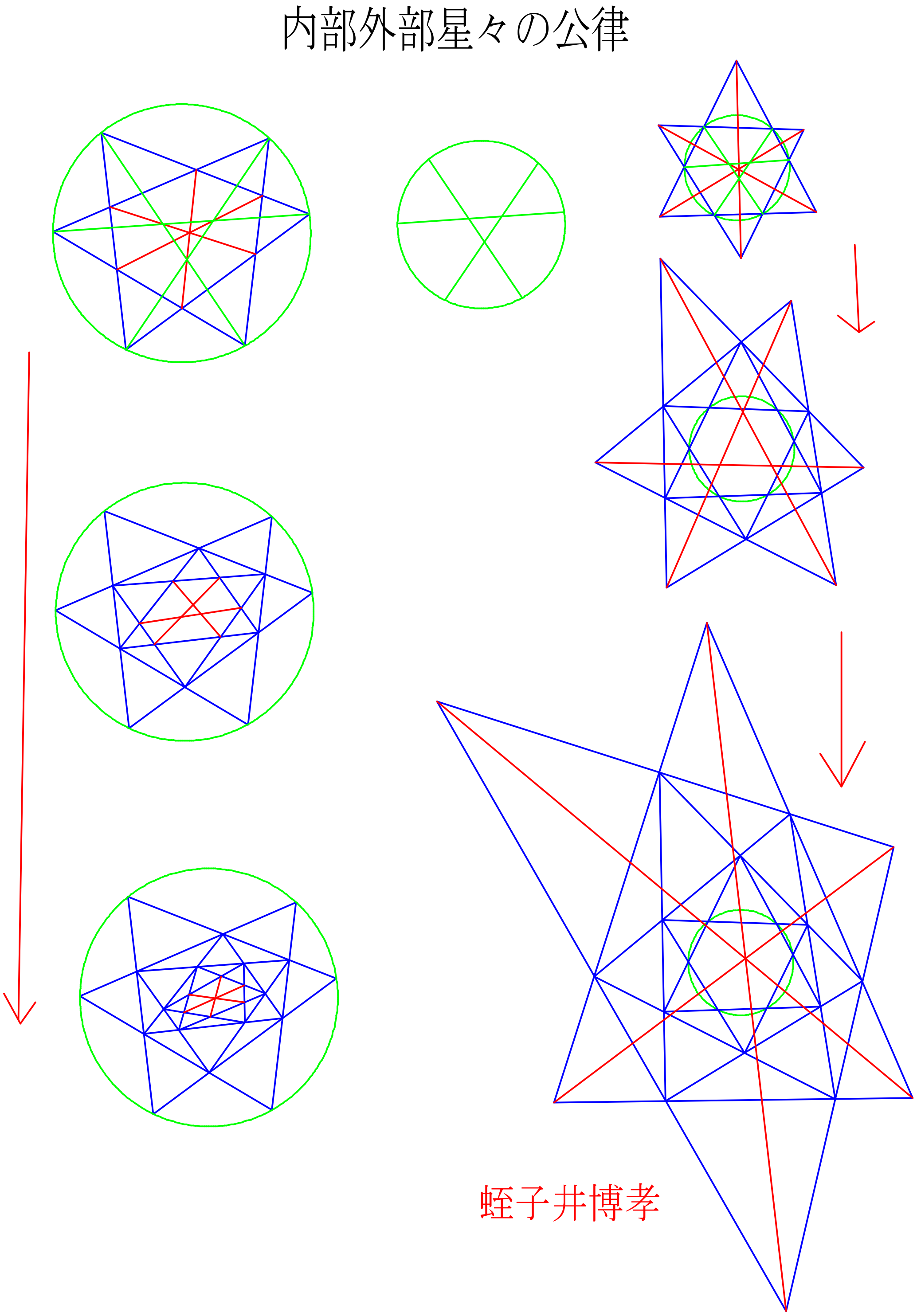


図6　X2の定理の初期多段構造研究図

4 まとめ

２節に共点になる構図を見つけたが，その証明は出来ていない。ただし、検証は、CADのズーム拡大機能で確認している。それと，２回以上の、初期配置を換えた図で確かめている。無限多段性や、結線構造について、まだまだ、考察することが残っているが、とりあえず、それは、3，4ページに，参考研究図として載せている。

著者紹介

えびすい　ひろたか　：　幾何数学研究センター
〒740-0012　山口県岩国市元町4丁目12-10
ebisuihirotaka@io.ocn.ne.jp

2円偶数8円を用いたバラの定理とミクロ共線定理について

蛭子井博孝　　Hirotaka EBISUI

概要:以前、著者は、2円偶数円の定理とバラの定理を発表したが、その両者を結び付ける構図を発見したので、ここに、報告する。2円偶数円の定理やバラの定理は、単発的定理でなく、それぞれ定理群をなしていることが、これまでの研究で分かっている。今回両者を結び付けて、成立する構図を見つけ、表題の構成構図で表せる共線定理を作図したので、言葉による証明でなく、論理構図ズーム拡大検証図として報告する。

キーワード:CAD・CADD／2円偶数円の定理／バラの定理／ミクロ、マクロの定理／共線定理

1. はじめに

2円偶数円の定理とバラの定理は参考文献[1], [2], [3]で示しておく。2節に、2円偶数円の定理とバラの共線定理の図を示す。

2.　2つの定理群

2. 1.　2円偶数円の定理の証明図

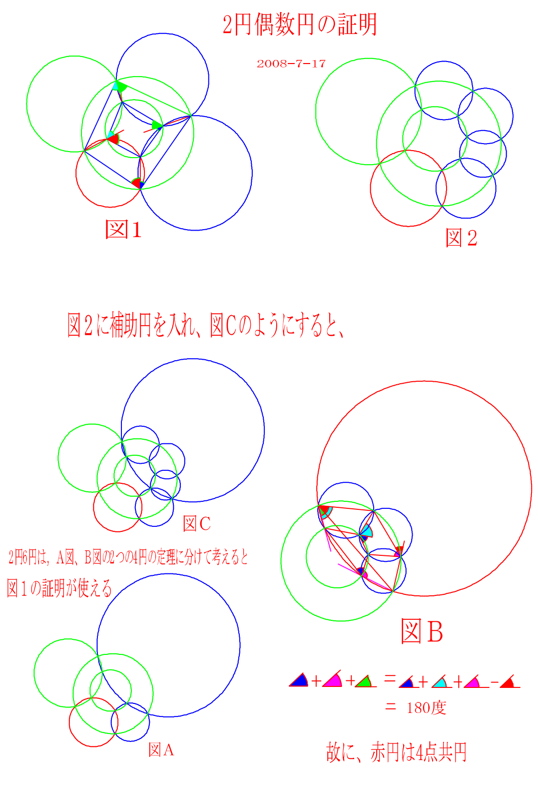


図1　2円偶数円証明図

2. 2　バラの定理

バラの定理は、2組の共線を持つ定理でその基本構造が、

皆4本の線の4交点の2点二組の交点と外部の2線の交点が共線になるものをいう。以下の図の赤線上の3点をどう構図しているか、確認してください。

2. 2. 1　赤バラ青バラの定理

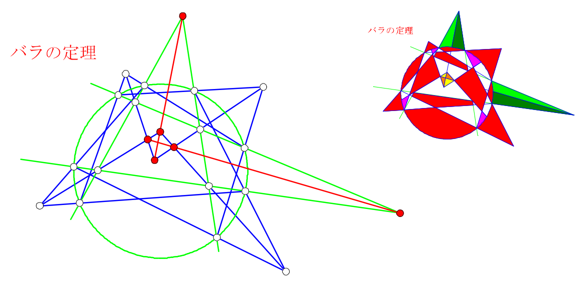


図2　赤バラの定理

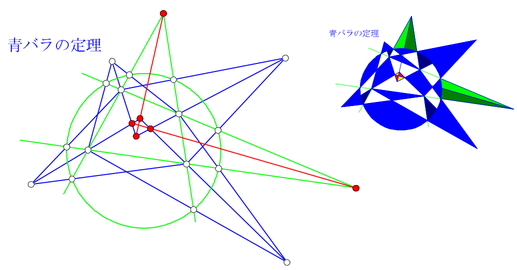


図3　青バラの定理

2. 2. 2　赤青ハーフミックスバラの定理

ミックス定理は、赤バラと青バラの結線構造を半々用いている

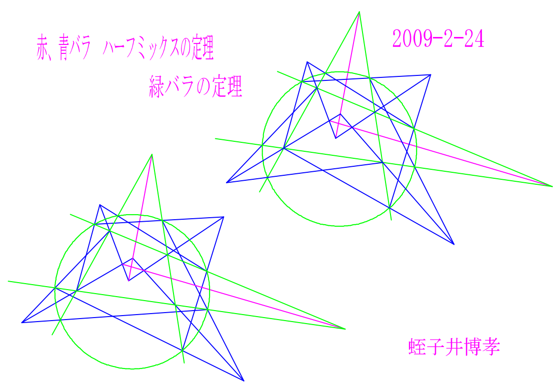
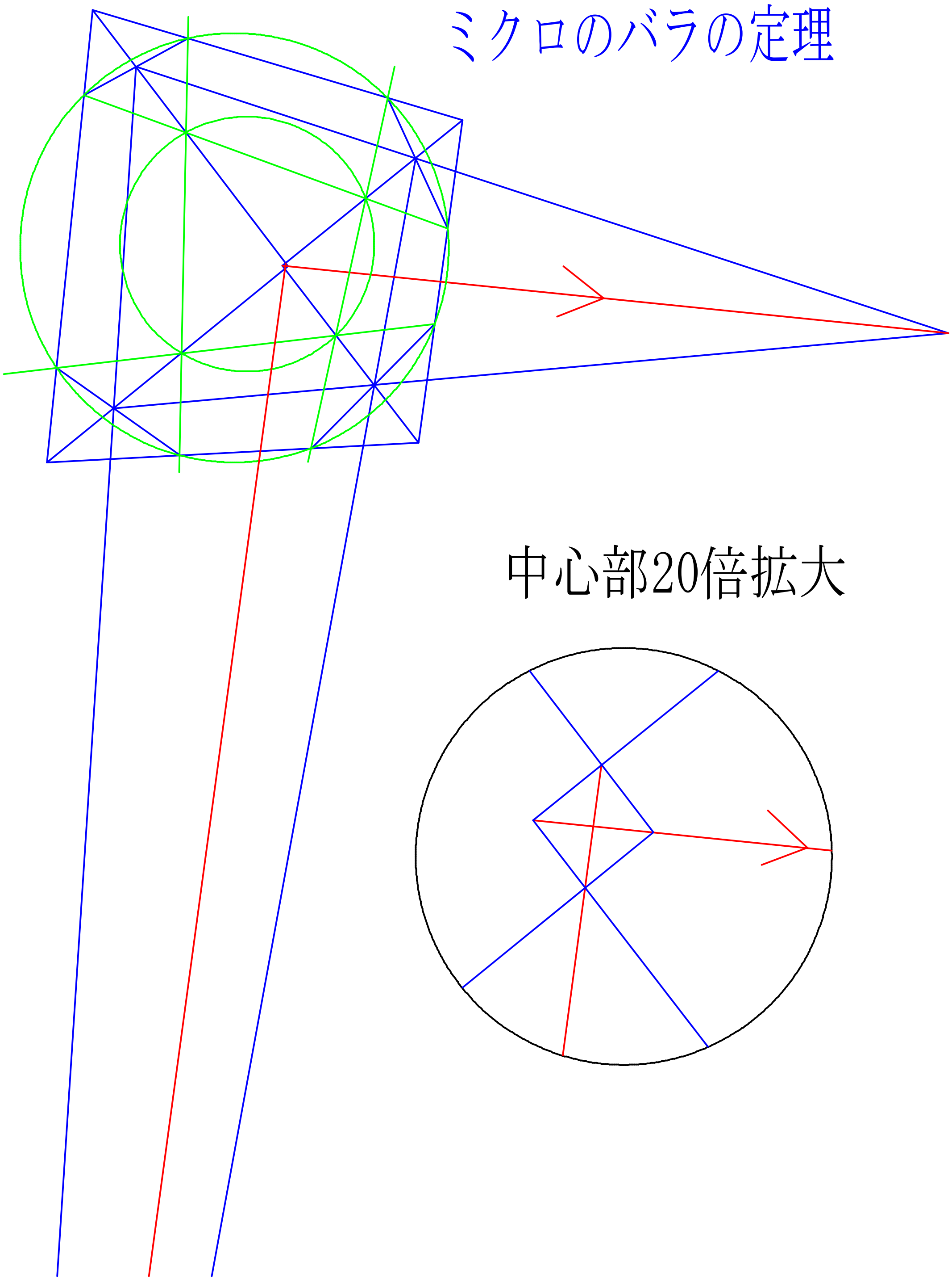


図4　ハーフミックスバラの定理

3.　2つのミクロの共線定理

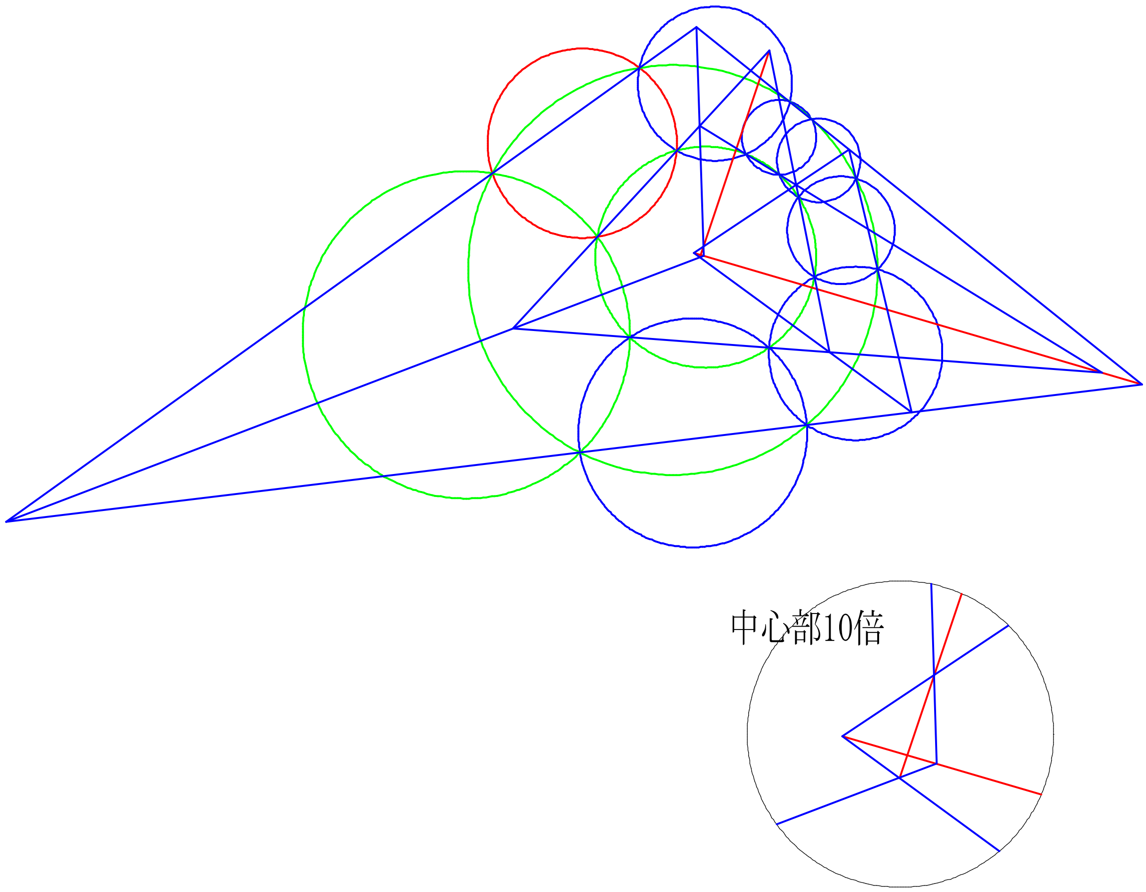
3.1.ミクロのバラの共線定理

2円の内部の円に内接する4角形を描く.その4辺の延長線が、外部の円と交わる点を結び4角形をつくる。4隅の四角形の対角線は、内部中心部に4交点を創り、その2個づつが、創る線が、図のように共点になる。言い換えると、赤線が共線である。中心部を拡大したものが、下図の円の中である。



3. 2　2円偶数8円のミクロのバラの定理

2円偶数8円のバラの定理　中心部10倍



4. まとめ

2節は、3節の定理を理解する上での、紹介の項であるが, 3節のミクロな図は、拡大しないと細部がわからないもので、

これらの共線定理はその成立図の検証にとどめて、何かこの平面構図を応用する機械部品を模索することが、証明するより大事なことと想われる。とにかくミクロの世界の点も、CADで、検証できることを報告したい。

参考文献

[1]　蛭子井博孝, “ バラの定理証明 ”, 69 回形の科学シンポジウム、東京芸大 (2010),6 月.

[2]　蛭子井博孝, “ 共点共線共円の定理の数表化について ”, 日本図学会秋季大会講演論文集 *(2017)*

[3]　蛭子井博孝、“ 2013 年度版, 幾何数学妙書”、自費出版

著者紹介

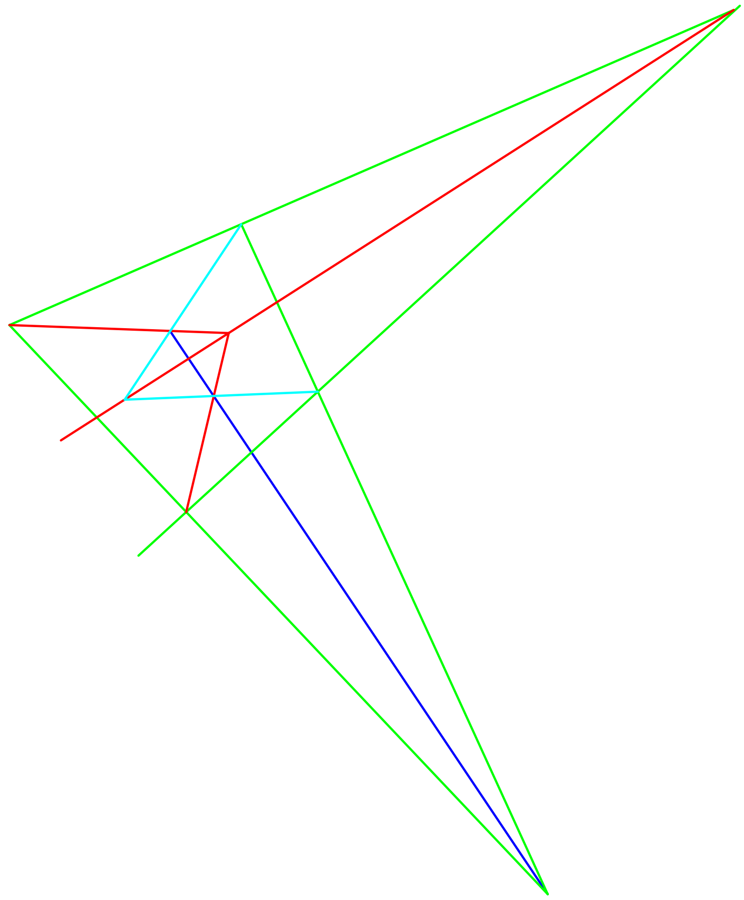
えびすい　ひろたか:　幾何数学研究センター

〒740-0012　山口県岩国市元町4丁目12－10

ebisuihirotaka@io.ocn.ne.jp

2020-1-15

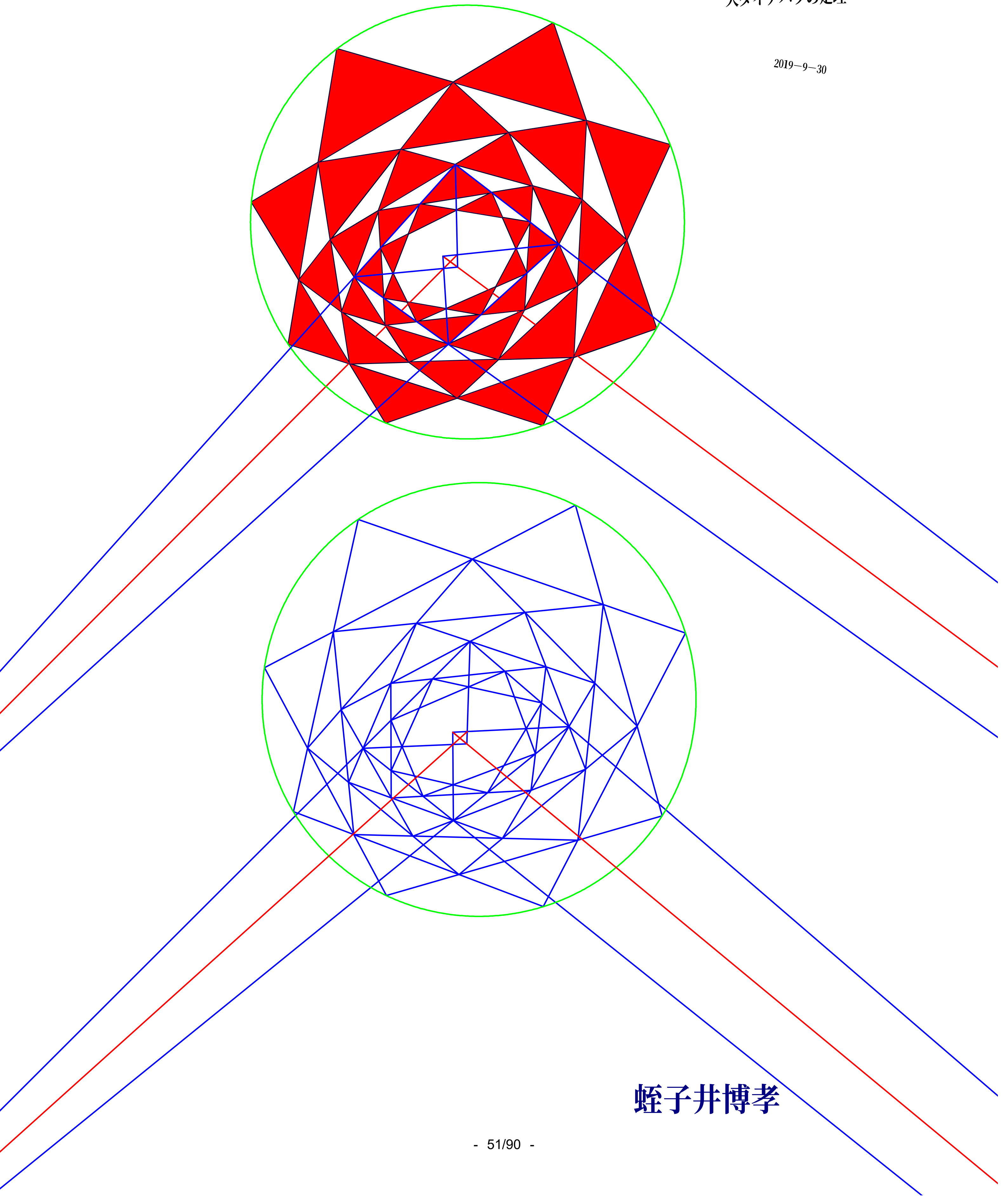
ダイアバラの定理



5段内挿ダイアバラの定理

大ダイアバラの定理

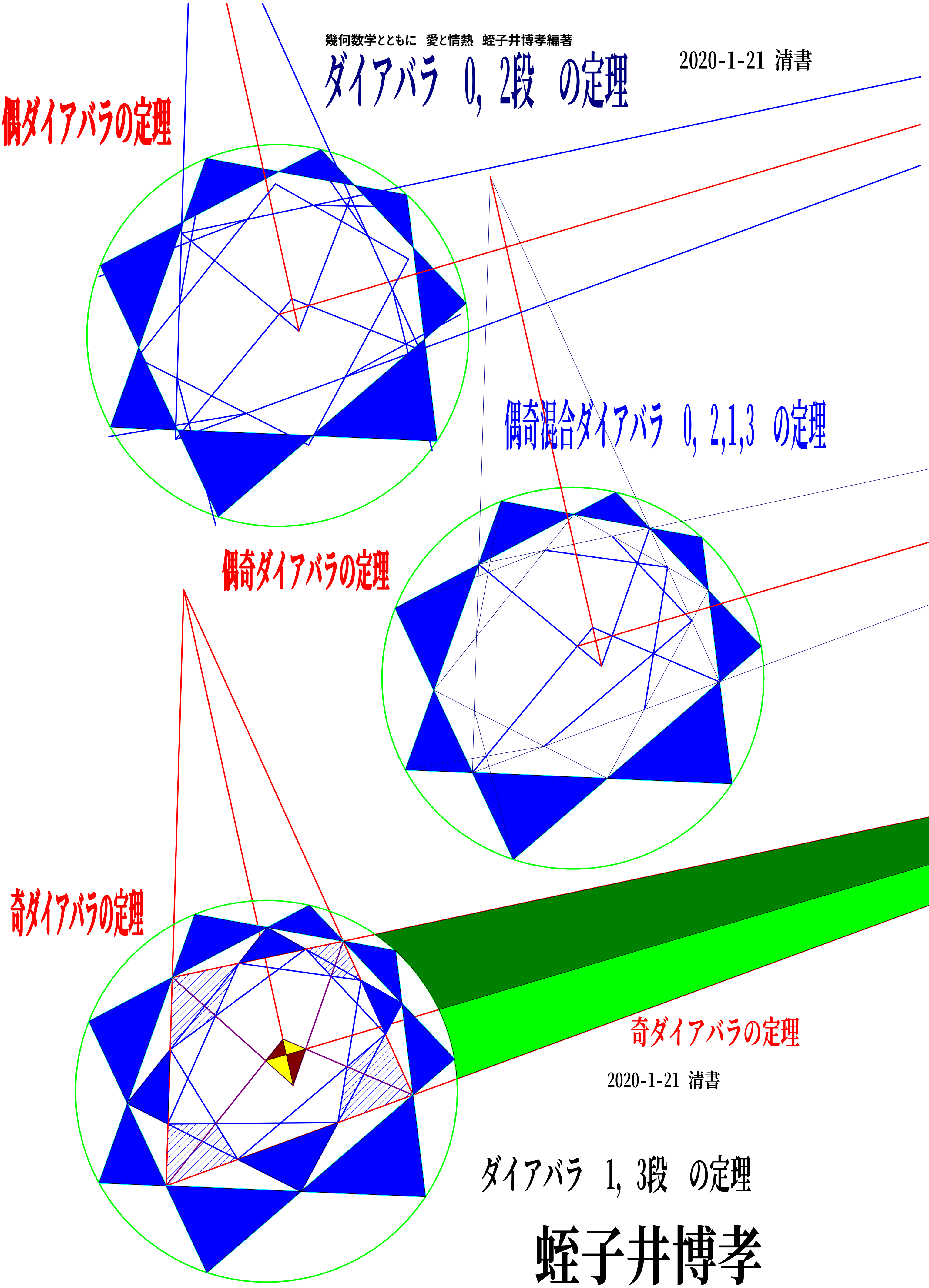
2019−9−30



蛭子井博孝

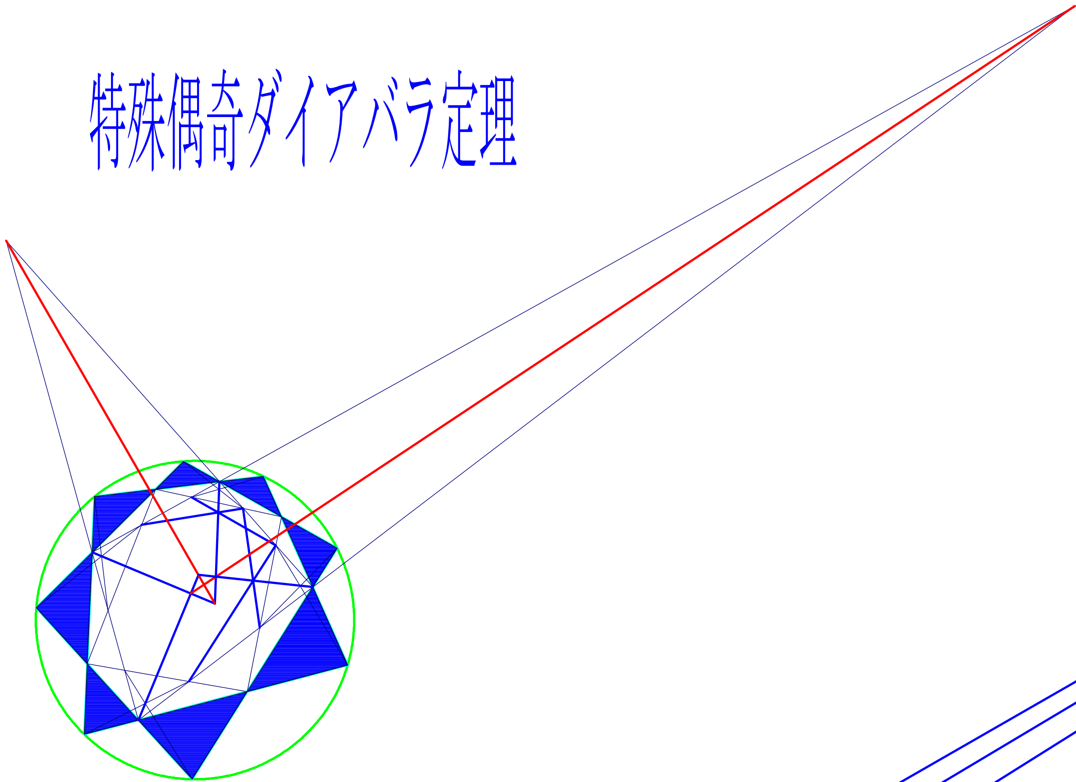
ダイアバラ　0, 2段　の定理

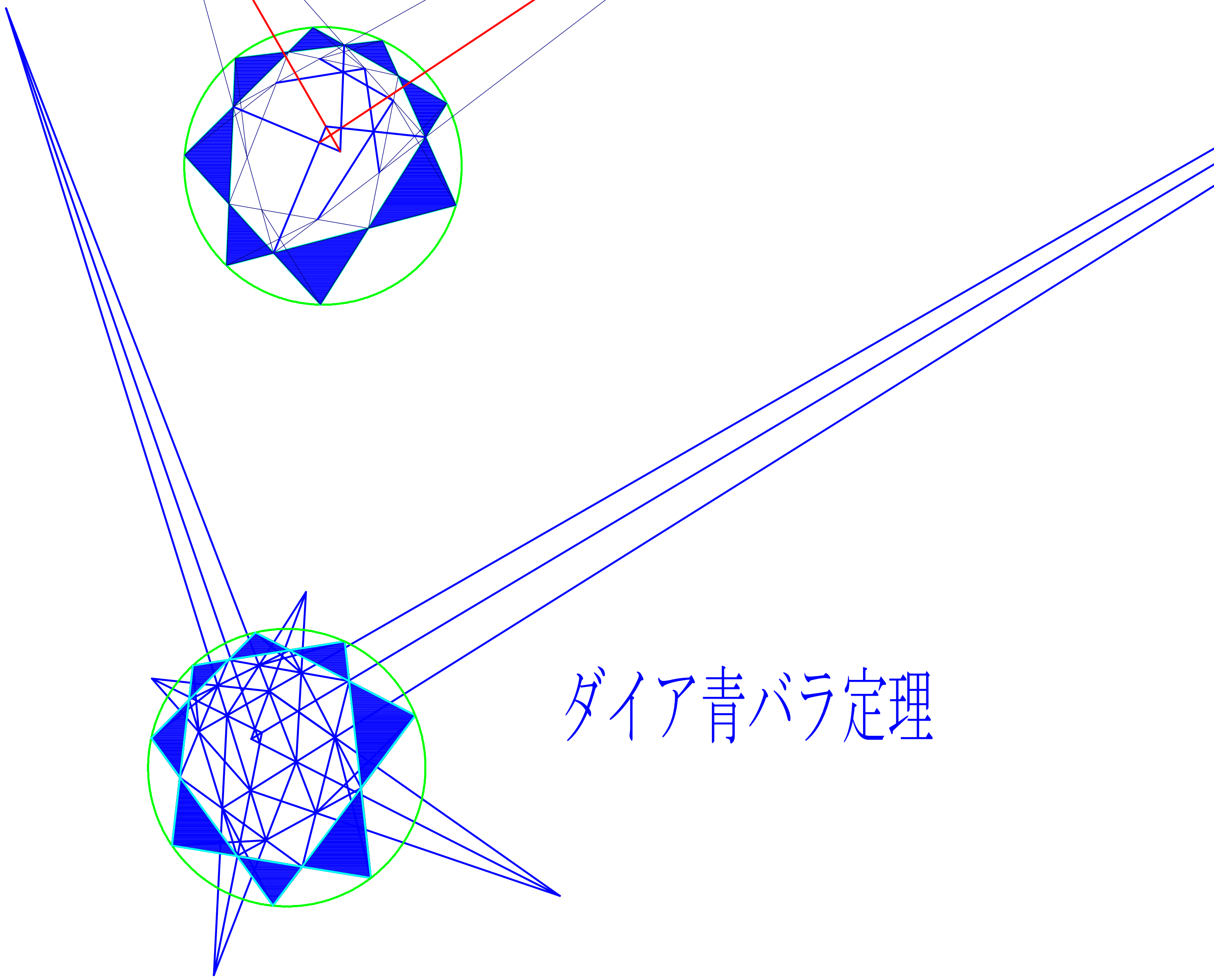
2020-1-21 清書



2020－2－7

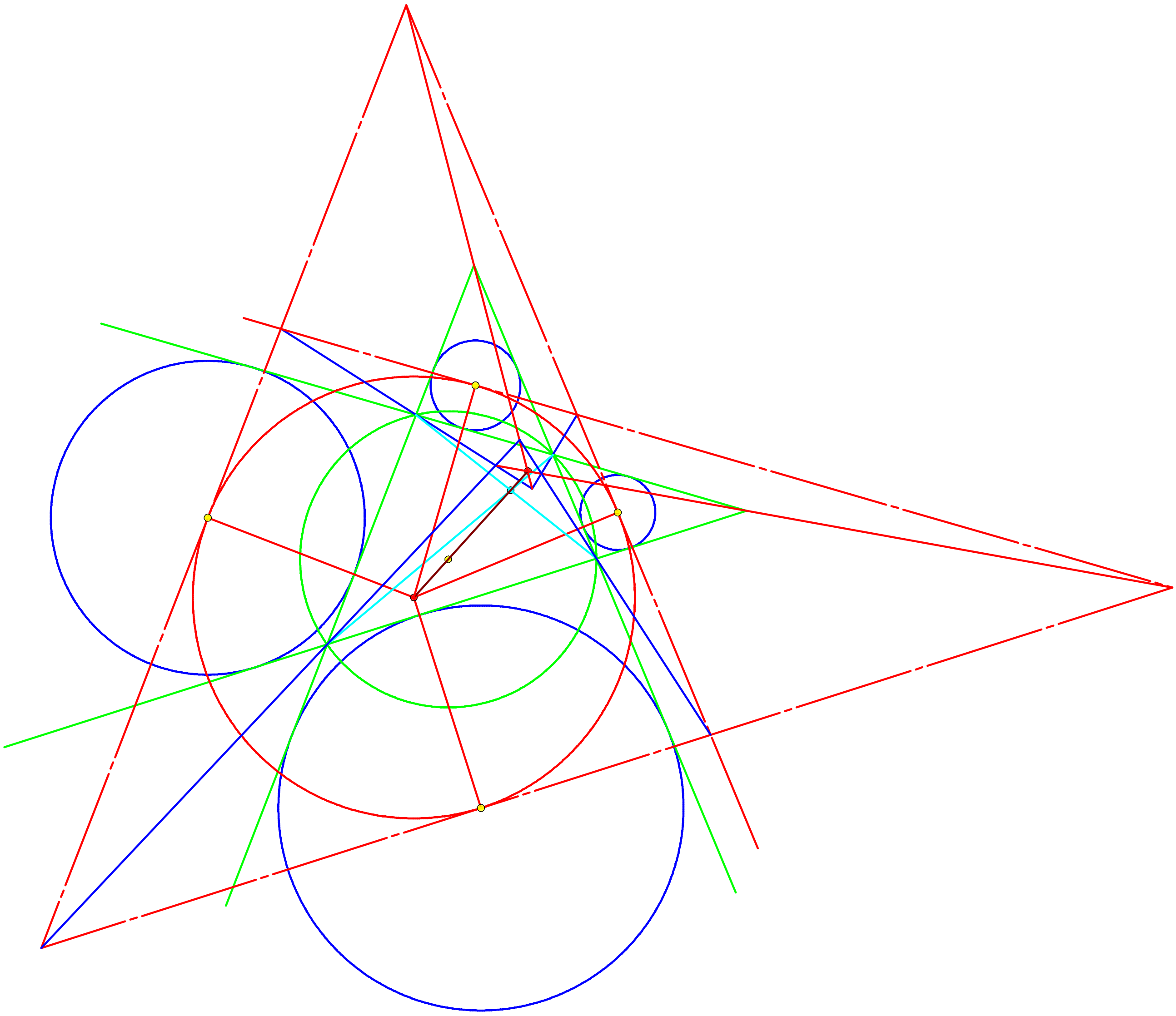
特殊偶奇ダイアバラ定理





ダイア青バラ定理

蛭子井博孝



四角形の傍接円のダイアバラの定理

蛭子井博孝

四角形の傍接円の中心の共円定理

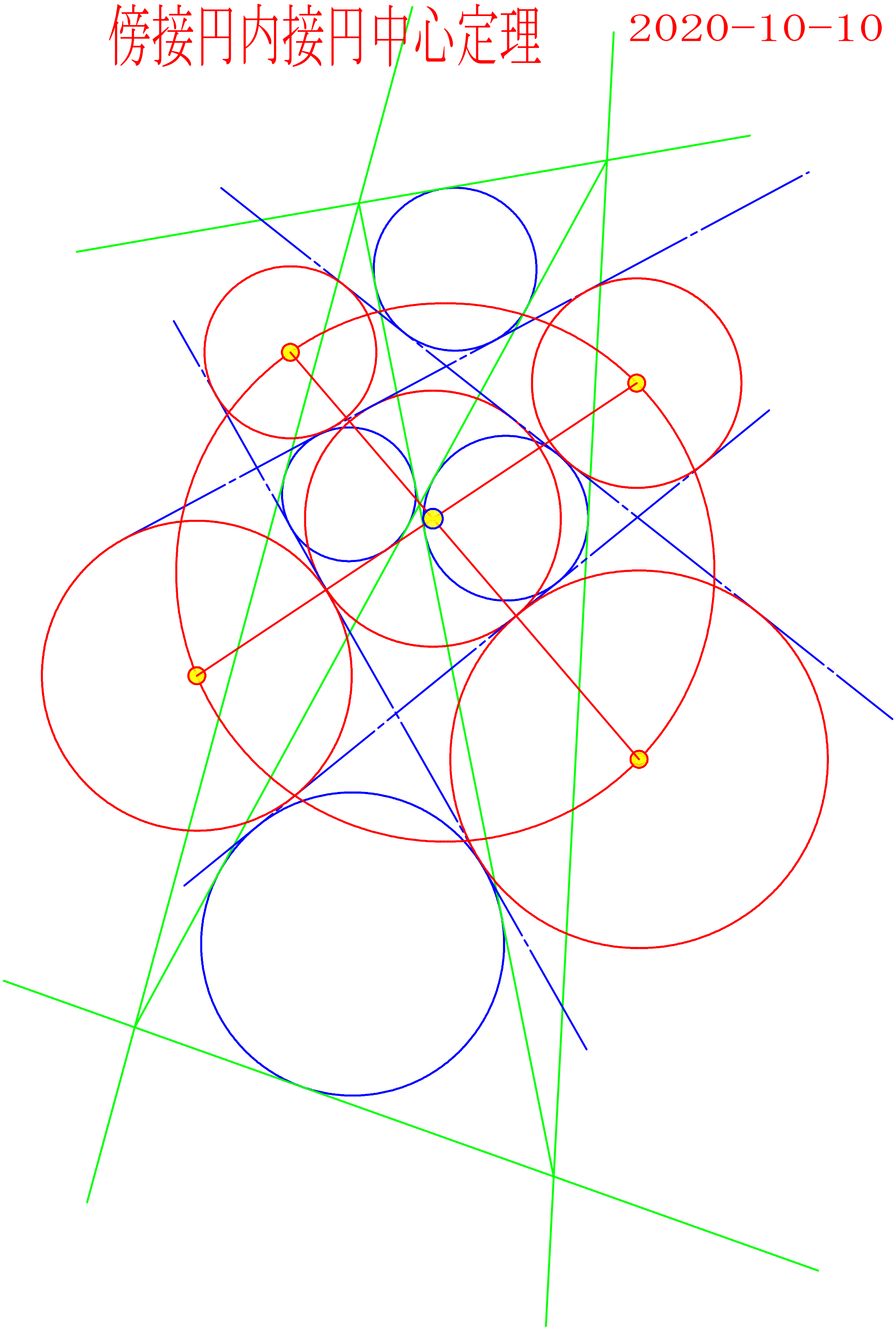
2020-3-25, 10-4

蛭子井博孝

四角形と内接円とその共通接線四角形に関する内接円の定理

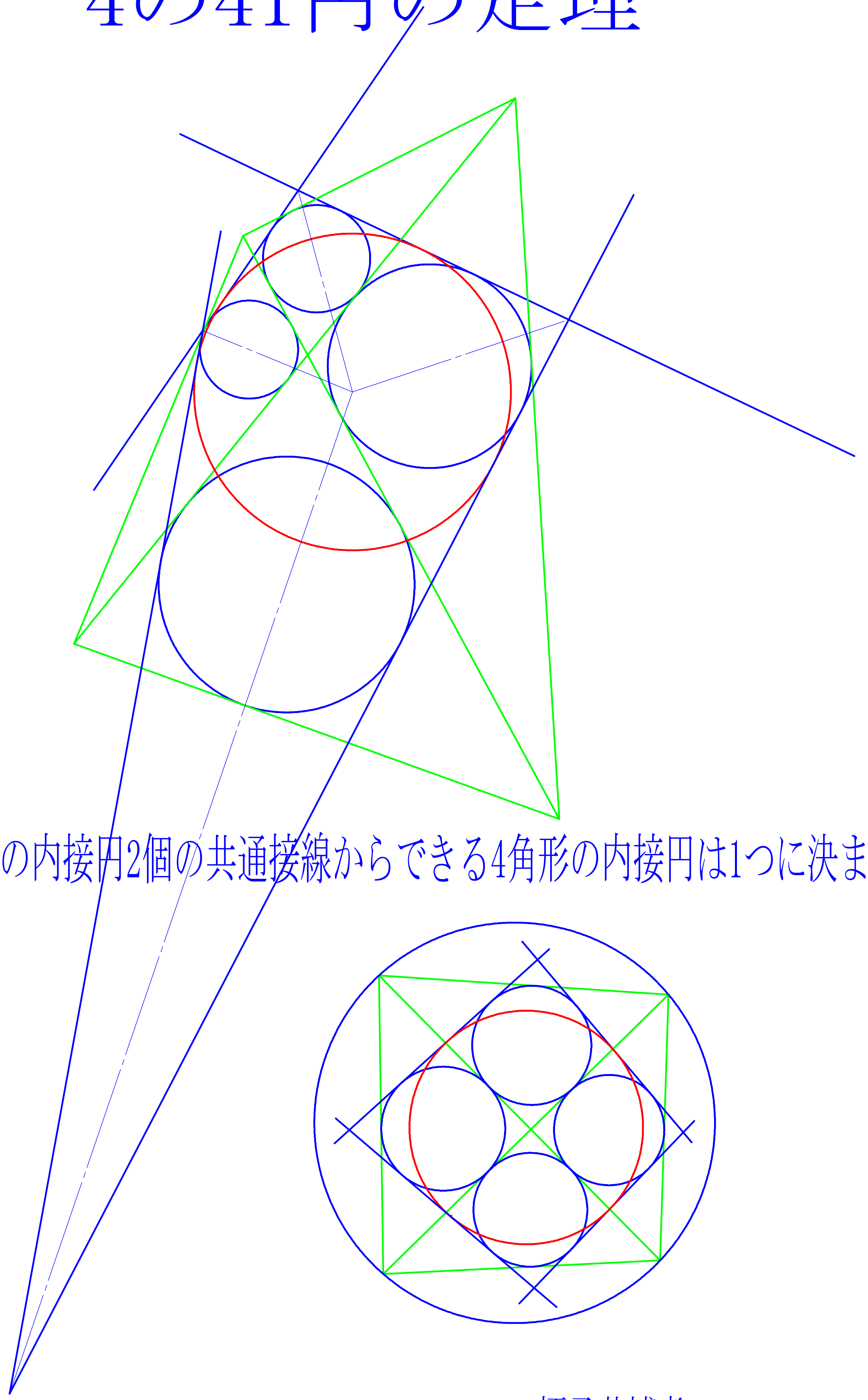
2020−3−31

傍接円内接円中心定理　2020−10−10



蛭子井博孝

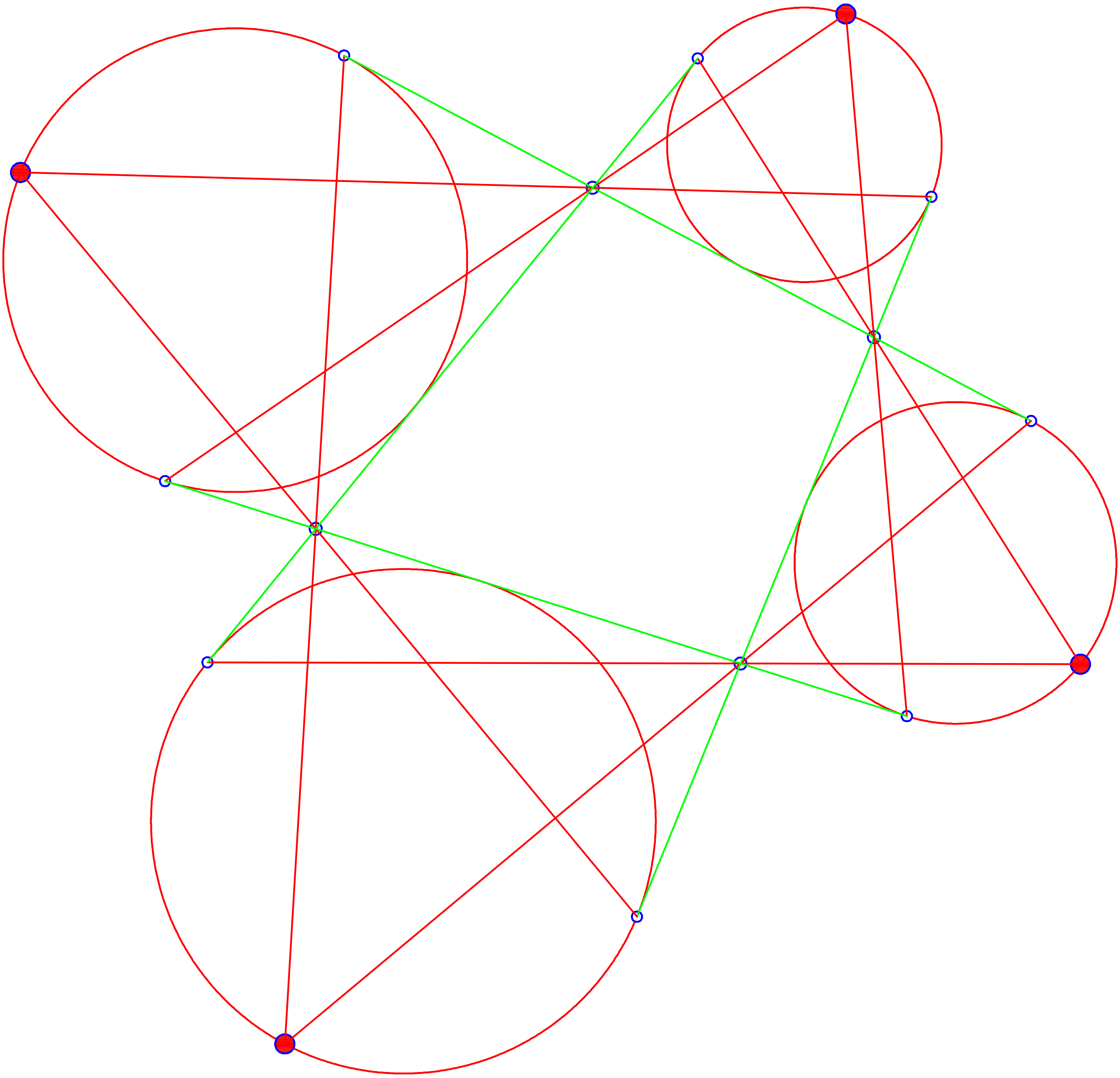
4の41円の定理



4角形の4つの内接円2個の共通接線からできる4角形の内接円は1つに決まる

蛭子井博孝 2020-10-14

蛭子井博孝の4辺系傍接円の定理　2020-11-15



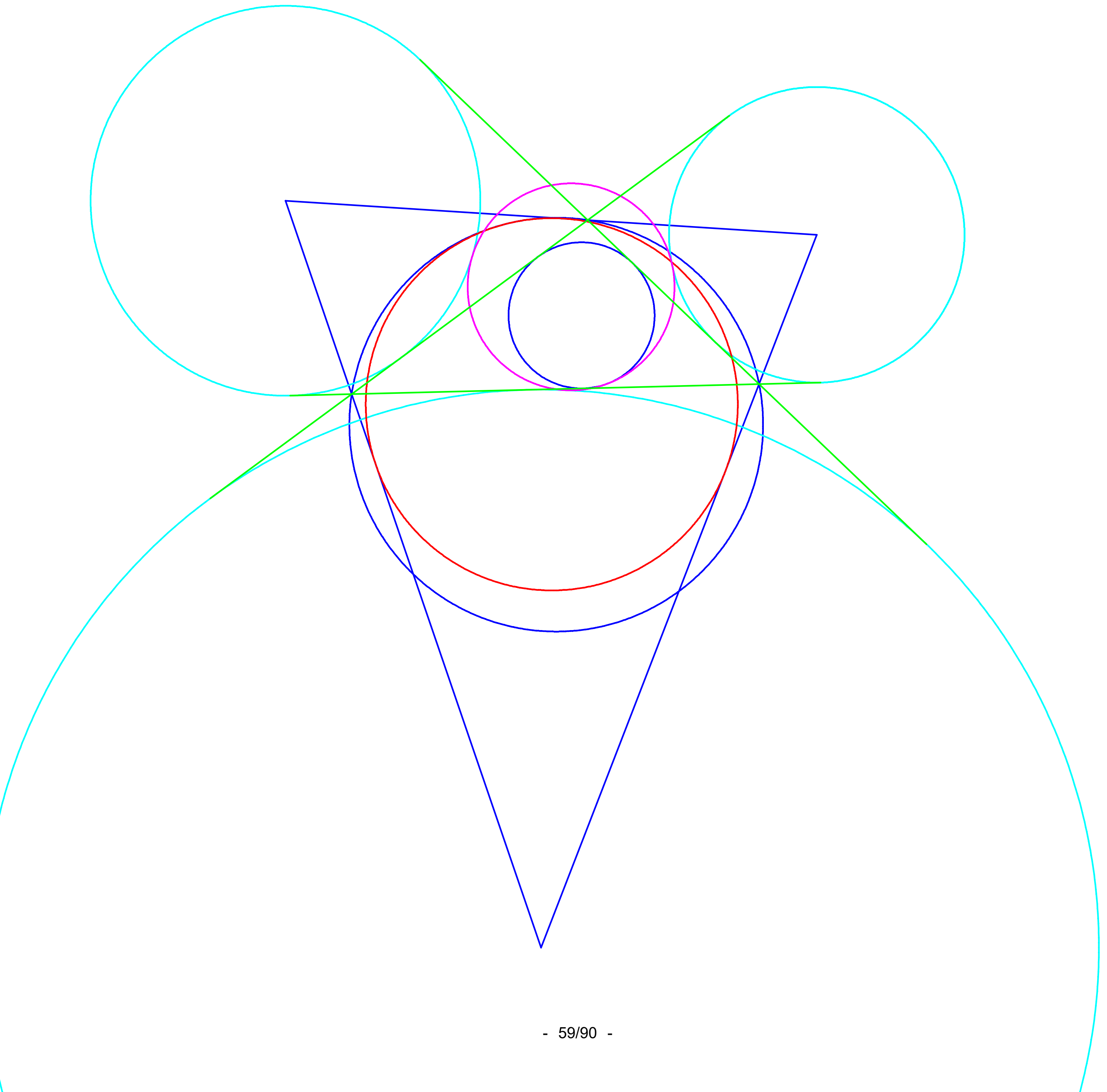
蛭子井博孝の傍接円の定理　2020-11-15

フォイエルバッハ円　内接円に外接する円

傍接円に内接し、内接円に外接する三角形の九点円

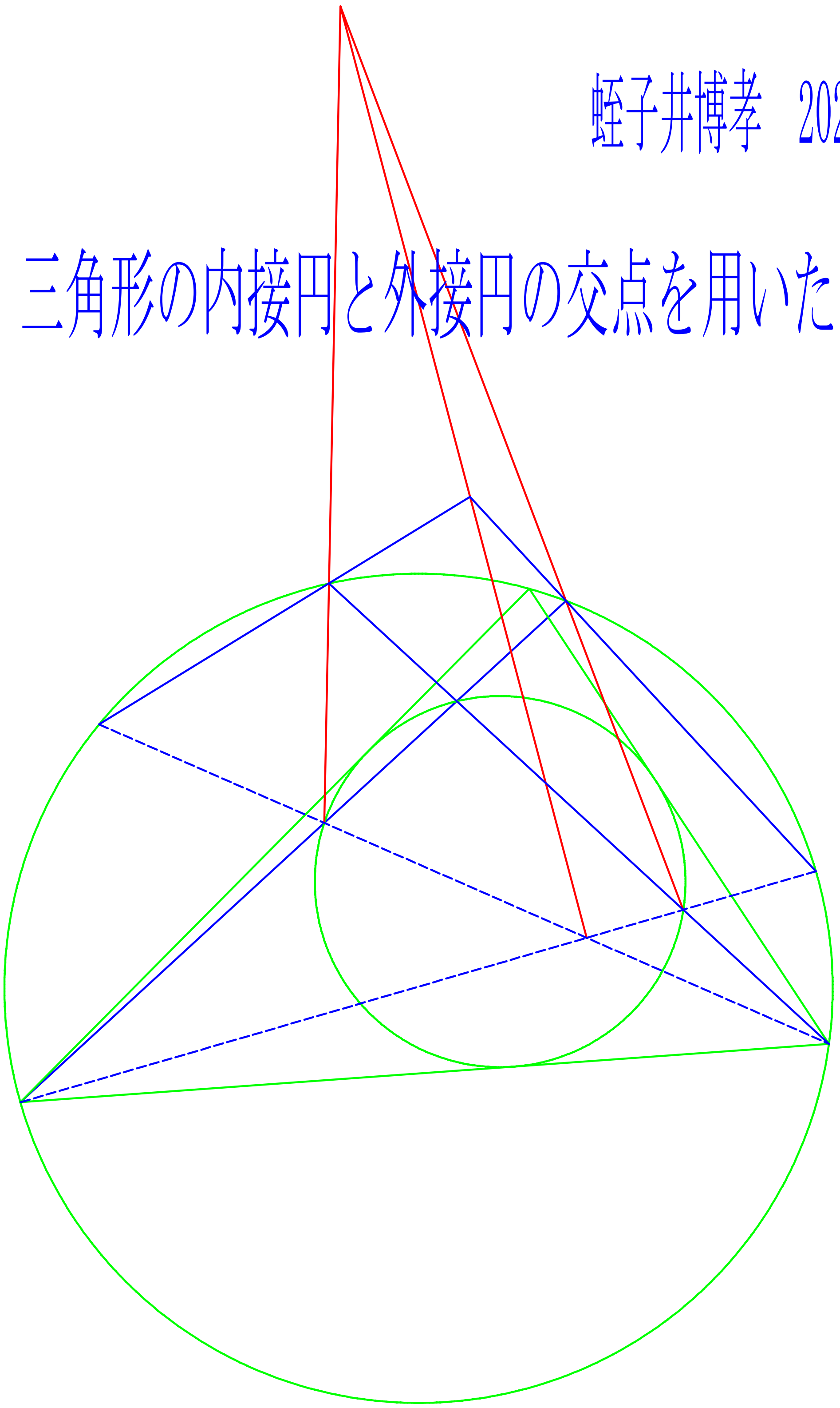
蛭子井博孝円　外接円に内接する円

傍接三角形に内接し，傍接三角形の9点円である外接円にも内接する円

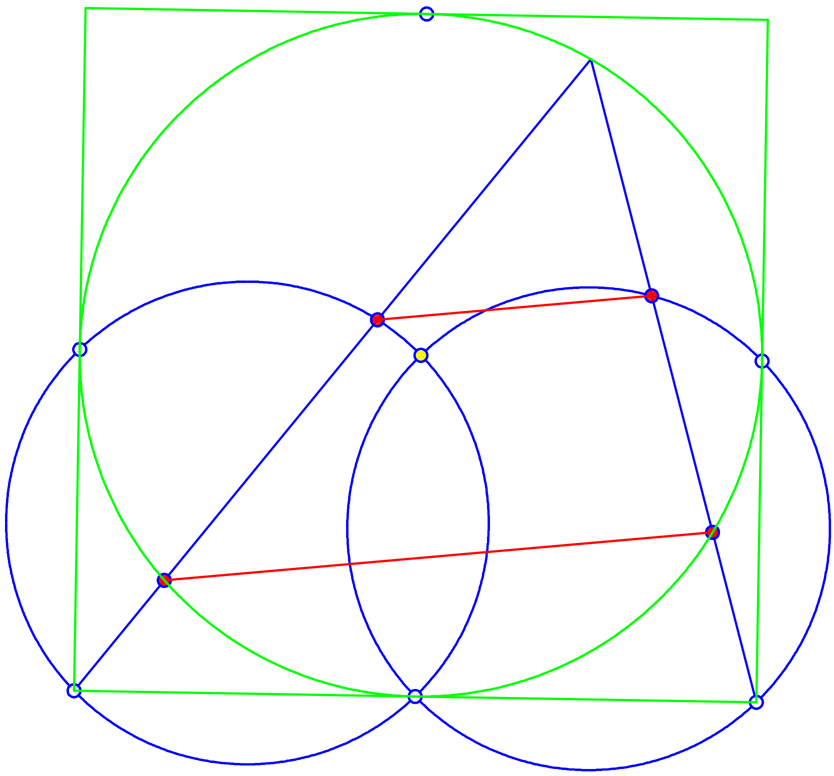


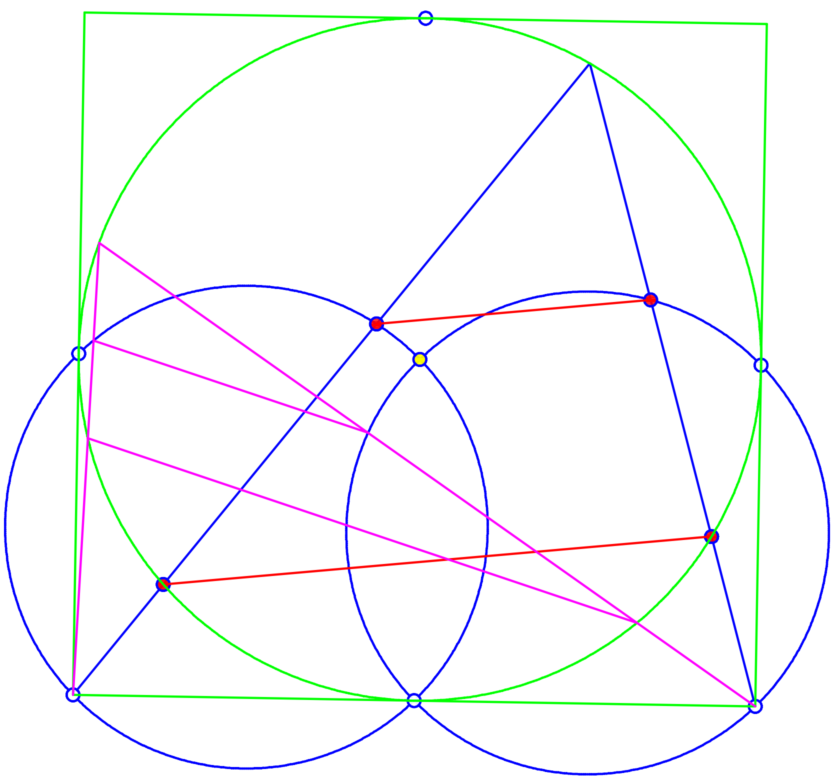
蛭子井博孝　2020/11/17清書

三角形の内接円と外接円の交点を用いた共点定理

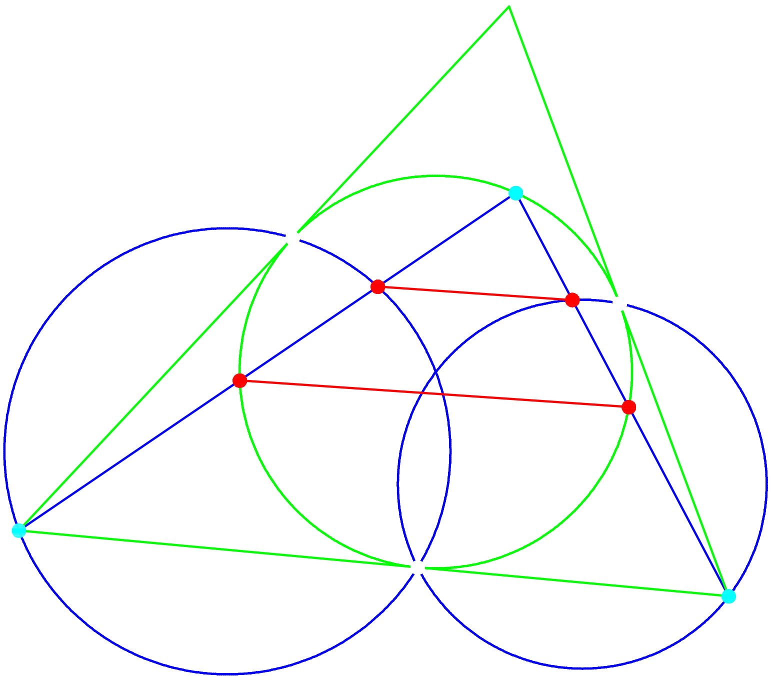


無有の定理



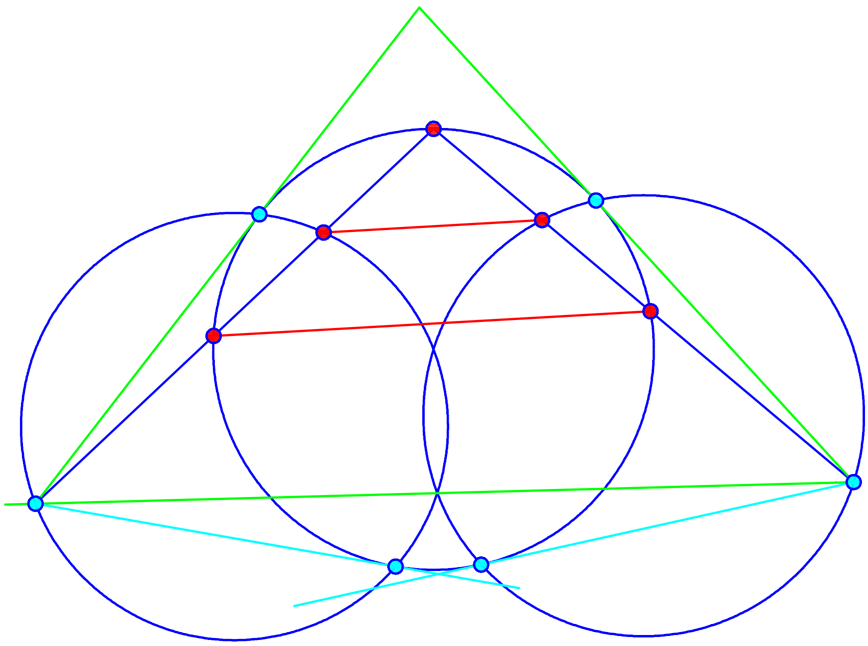


平行線ありき



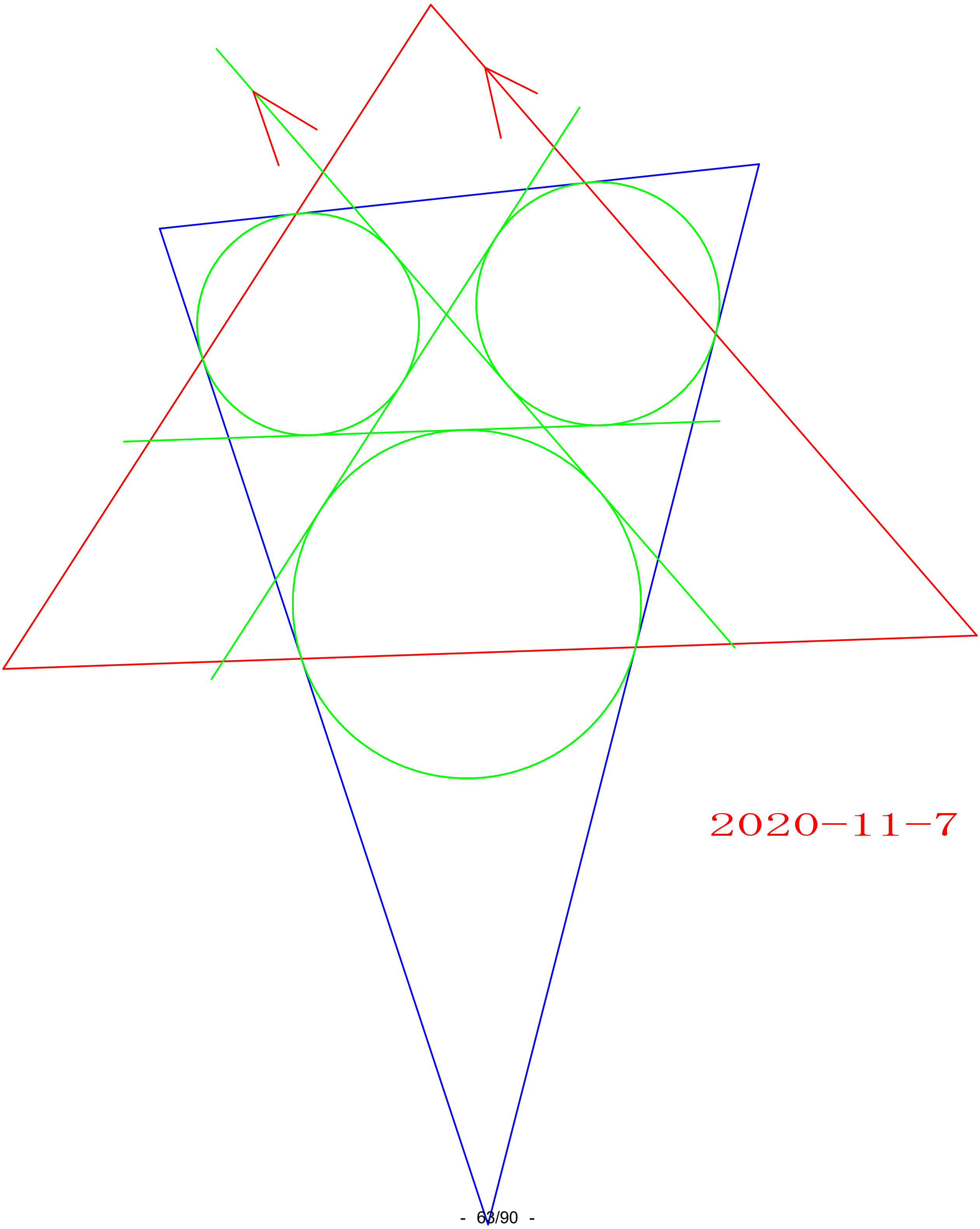
蛭子井博孝　2020-9-25

三角形と接点円の平行線定理



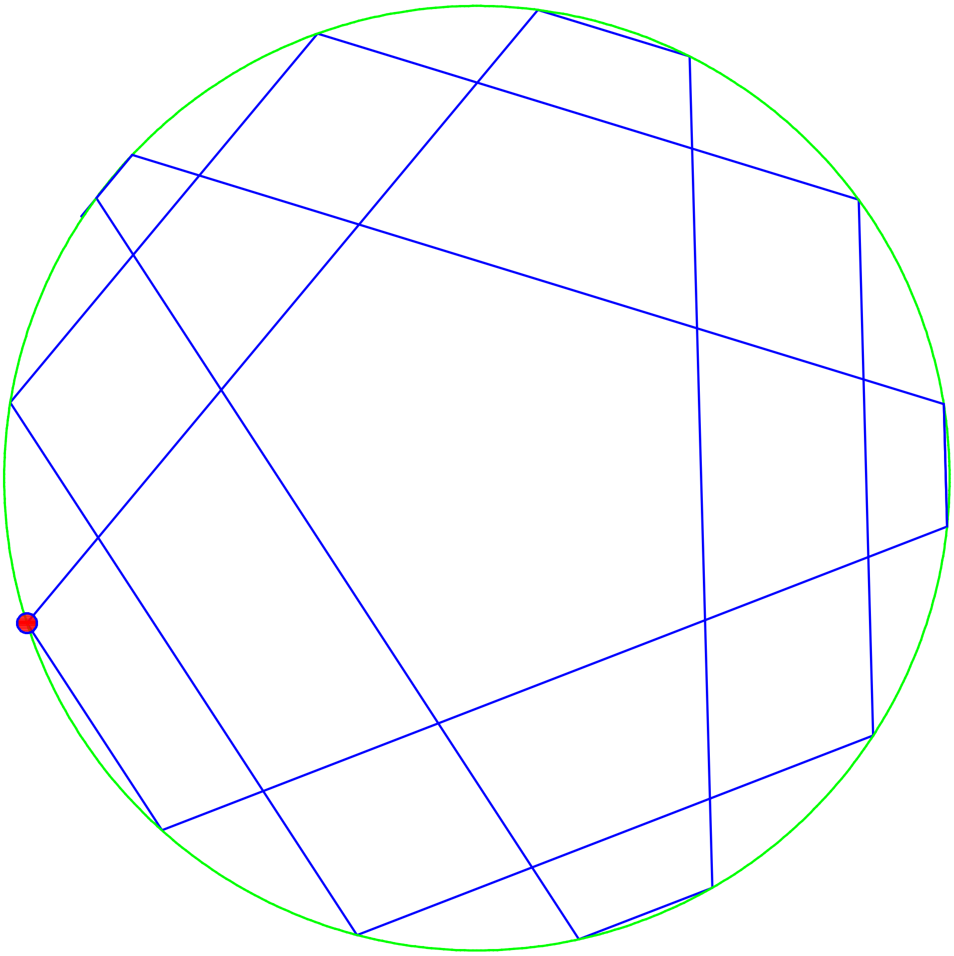
蛭子井博孝　2020-10-2

三傍接円の平行定理



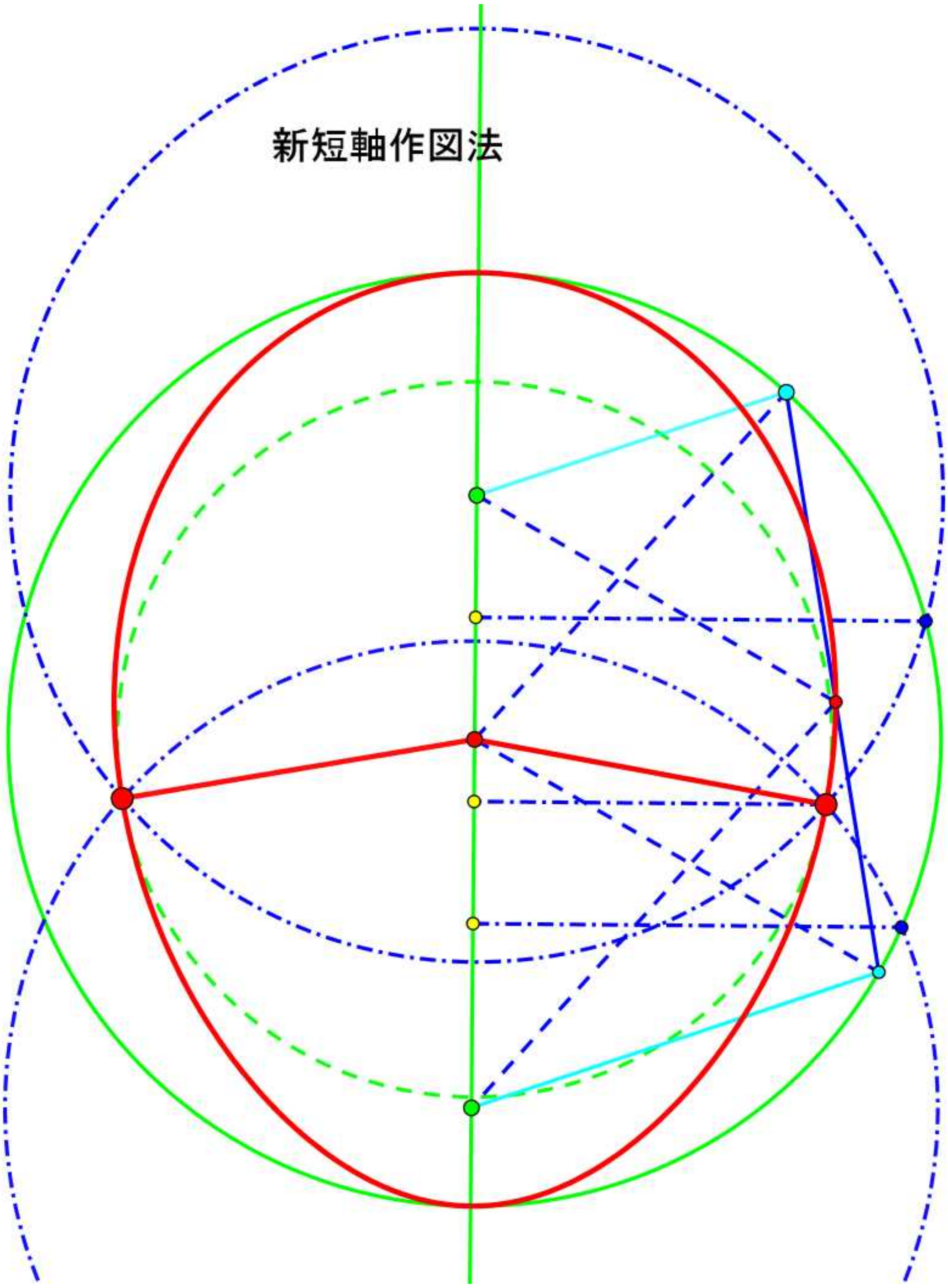
2020−11−7

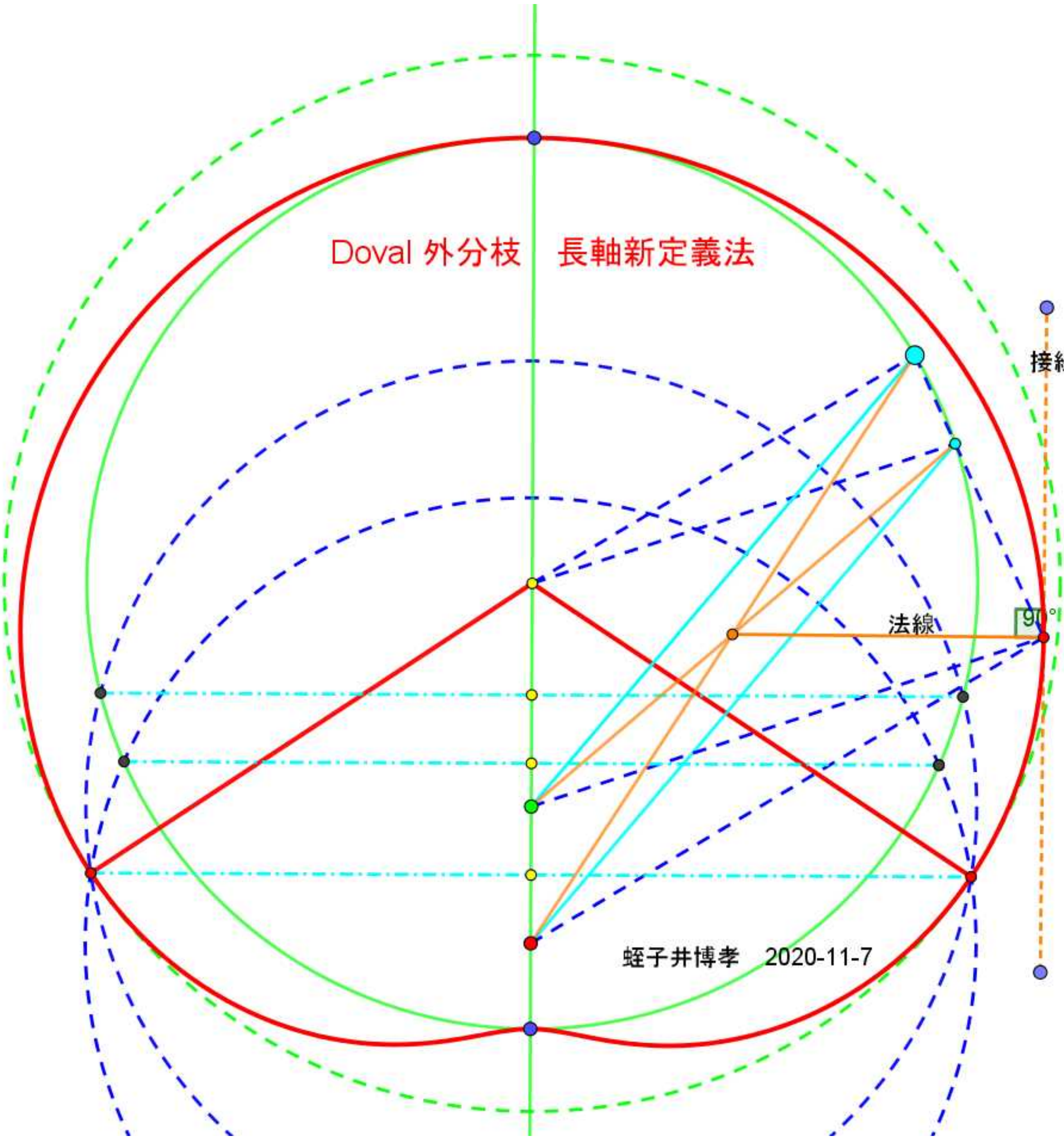
円と5角形　辺平行線円周循環閉鎖定理



蛭子井博孝　2020-10-1

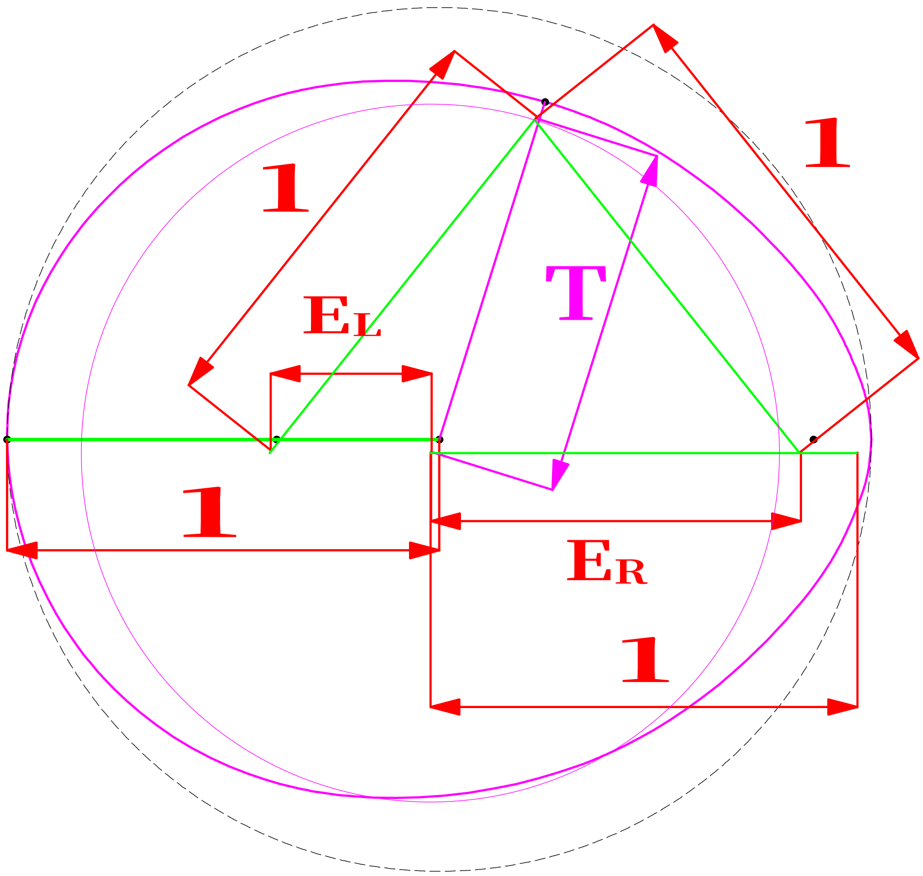
蛭子井博孝　2020-11-7




Doval 外分枝　長軸新定義法
接線
法線
90°
蛭子井博孝　2020-11-7

DOVAL　研究論文集

短軸の長さ　$T=\sqrt{1-E_L E_R}$



蛭子井博孝著

2007年7月吉日

デカルトの卵形線の短軸および卵形面*

蛭子井　博　孝**

1．序論

1．1　はじめに

卵形は，かなり以前から，様々な人が考察の対象にしていたのであろう。にわとりの卵は，確かに興味ある形をしている。そのような卵形の定式化[1),2)]や図形のユークリッド幾何的性質や微分幾何的性質[3)]（凸閉曲線の頂点の数など）は，その図式化や定式化の過程をたどれば，おもしろい考察材料となろう。

特に，デカルトの卵形線の定義は，図式的に様々に定義される。ここでは，それに卵形線の性質として，短軸という概念を付加できたので報告する。さらに，卵形線の平面から空間への拡張として，卵形面を卵形線の一般化として，定義し得たので報告する。これは，対称断面としての卵形線の考察から導出できる。

なお，この小論は，1994年6th ICECGDGの原稿を多少手直ししたものである。特に，序論の部分を手直し，卵形線の定義と短軸の定義との間の必然性を明らかにした。

1．2　卵形線の定義

デカルトの卵形線は，「定円とその内側にある定点と，からの距離が等しいときの楕円の接線作図法（図1)」を，図2のように発展させた楕円の拡張である。この定義の方法とその他の合せて3つの定義の方法を以下に述べる。その定義1と定義3は，小論[4)]に詳細が述べてある。

1．2．1　［定義1］

デカルトの卵形線は図3のように「**一定円とその円内の定点からの距離の比が一定（n/m）である曲線**」と定義される。さて，この定義では，図3のように，定円の内外に条件を満たす曲線ができるが，それらをそれぞれ，卵形線の内分枝，外分枝と呼ぶ。本論では内分枝のみについて考える。ここで，一定点，定円を固定して，比だけを$0<\frac{n}{m}<1$の条件で変化させると卵形線の大きさは変化し，図4のように$\frac{n}{m}=0$となる円と$\frac{n}{m}=1$となる楕円の間を埋めつくす曲線群となる[5)]。

しかし，これでは，定義にそった卵形線の長軸の長さが変化し，その曲線群全体に短軸を明確には，定義しにくい。なお，この定義は，ユークリッド幾何の範中で，先達の人がすでに知っている可能性もある。

1．2．2　［定義2］

次に，デカルトの卵形線は，双極座標[2)]を用いて

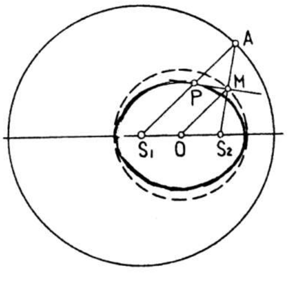


図1　楕円の接線

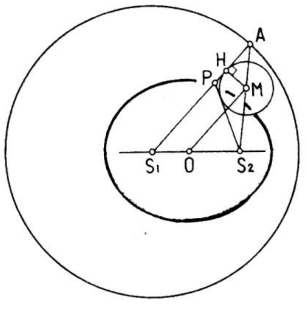


図2　図1の卵形線への拡張

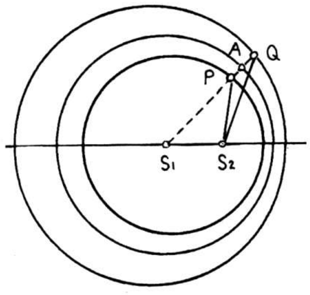


図3　卵形線　定義1

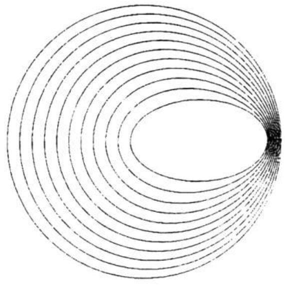


図4　円，楕円間の卵形線群

*平成7年1月9日受付
** 福山暁の星女子高校

$$mr_1+mr_2=kc \qquad (1)$$

と定義される。図5のように，双極間の距離 $S_1S_2=c$ および2つの動径 $S_1P=r_1$, $S_2P=r_2$ が(1)式を満たして変化するとき，Pは卵形線を描く。ここでm, n, kは $k>m>n>0$ を満たす任意定数とする。なお，外分枝については $mr_1-mr_2=kc$ で表される。

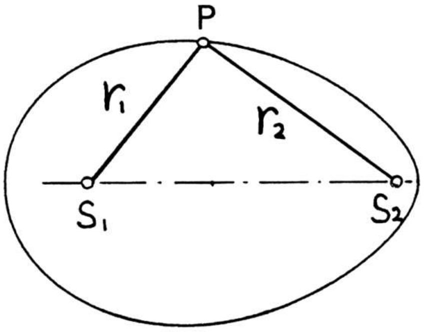


図5　卵形線　定義2

1．2．3　[定義3]

卵形線は，図6のように，一定円とその直径 ($2a$) 上に二定点（2極 or2 焦点と呼ぶ）を定めると，定まる。その作図方法を述べる。『円 O(中心；半径＝O;a) とその直径上の二定点 S_1, S_2 が与えられるとき，その二定点を通る平行線 ℓ_1, ℓ_2 を任意にひく。その2直線と定円の交点を N, N′, M, M′ とする。次に，S_1 を通り直線 OM と平行な直線を s とする。この s と直線 MN の交点を P とする。(ここで，パップスの定理より ON//S_2P)，動直線 ℓ_1 が，この関係を保ちつつ，1回転するとき，点 P は，デカルトの卵形線を描く。』ここで，定円 O の半径 a は，ℓ_1 が長軸と重なったとき，r_1, r_2 は，連立方程式

$$\begin{cases} mr_1+nr_2=kc \\ r_1-r_2=c \end{cases}$$

を満たし，解は $r_1=\dfrac{k+n}{m+n}c$ となり，故に $S_1S_2=c$,

$OS_1:OS_2=n:m$ より

$$\text{半径 } a=r_1-OS_1=\left(\frac{k+n}{m+n}\right)c-\left(\frac{n}{m+n}\right)c=\frac{k}{m+n}c$$

となる。ここで

$$e_L=\frac{OS_1}{a}=\left(\frac{nc}{m+n}\right)\Big/\left(\frac{kc}{m+n}\right)=\frac{n}{k} \quad (\text{左離心率})$$

$$e_R=\frac{OS_2}{a}=\left(\frac{mc}{m+n}\right)\Big/\left(\frac{kc}{m+n}\right)=\frac{m}{k} \quad (\text{右離心率})$$

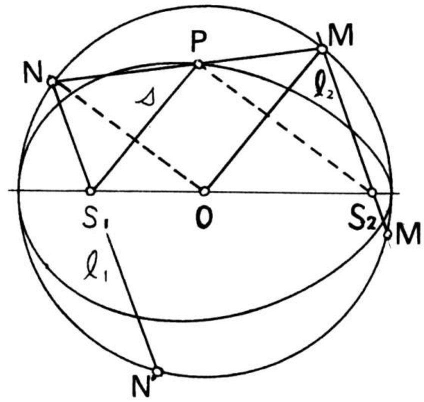


図6　卵形線　定義3

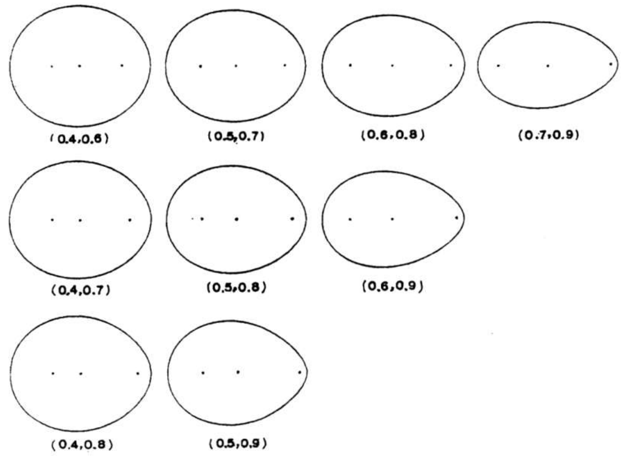


図7　卵形線の離心率による変化

が定義[5]できる。

この e_L, e_R を条件 $0\leqq e_L\leqq e_R\leqq 1$ の範囲で，変化さすと，図7のように様々な形の卵形が表される[5]。

1．2．4　3つの定義の関係

さて，3つの定義を双極座標で考えてみると

[定義1]

$R_0\to S_1S_2=c\to(n/m)$ ⇨ $mr_1+nr_2=mR_0$

変換 $\downarrow\ R_0=\dfrac{k}{m}c\ \uparrow\ c=\dfrac{m}{k}R_0$

[定義2]

$m\to n\to kc=K$ ⇨ $mr_1+nr_2=kc$

変換 $\uparrow\ a=\dfrac{kc}{m+n}\ \downarrow\ k=\dfrac{a(m+n)}{c}$

[定義3]

$a\to e_L:e_R=n:m$ ⇨ $mr_1+nr_2=a(m+n)$

卵形線上の点 P が満たす，パラメータを用いた双極座標式を導くには，図8を参照すれば明かになる。このとき，次の関係式を用いて式を導出した。

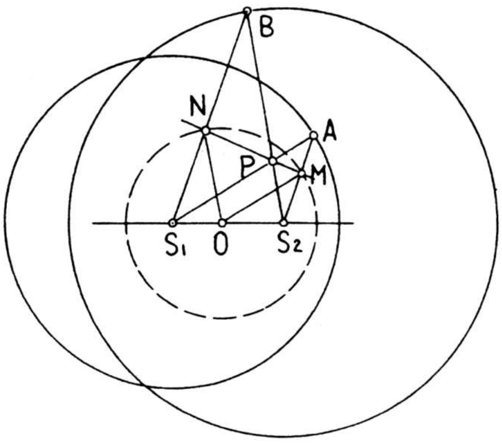


図8　定義1と3の関係

$$S_1P+\frac{n}{m}S_2P=S_1A \rightarrow mS_1P+nS_2P=mS_1A$$

また，各式の間の変換が，図式の↑，↓のようになることも，明らかである。

2．卵形線の短軸

2．1　短軸の定義とその位置

前節1.2.3.で考察したように，長軸がaで規格化されると，次の短軸概念が付加され意味をもつ。

2．1．1　［定義］

卵形線の短軸と言えば，長軸に垂直で，最も長い卵形線上の2点を結ぶ部分図9で定義することも考えられるが，それは，巾であって，楕円の一般化としては，図10のように，**「短軸は，長軸の中点と卵形線上の点Pを結ぶ線分のうち，最も短いもの」**と定義する。

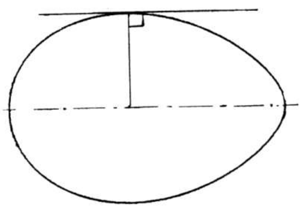


図9　卵形線の巾

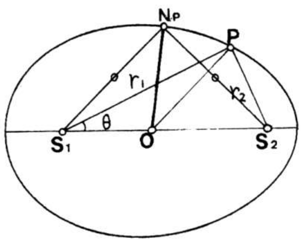


図10　短軸の定義

2．1．2　短軸の位置とその導出

$mr_1+nr_2=kc$で定義されているとき，長軸（対称軸）の中点を原点Oとし，長軸方向をx軸，垂直方向をy軸とする。このとき，極間をcとすると，極の座標は，$S_1O:OS_2=n:m$より，焦点$S_1=\left(\frac{-nc}{m+n},\ 0\right)$，焦点$S_2=\left(\frac{mc}{m+n},\ 0\right)$である。卵形線上の1点Pを(X, Y)，$\angle PS_1O=\theta$，$S_1P=r_1$とすると，線分の長さの2乗($OP^2$)は

$$OP^2=X^2+Y^2=\left(r_1\cos\theta-\frac{nc}{m+n}\right)^2+(r_1\sin\theta)^2$$

ここで $\begin{cases} r_2^2=r_1^2+c^2-2r_1c\cos\theta \\ mr_1+nr_2=kc \end{cases}$

まずr_2を消去して，次にθを消去すると

$$OP^2=r_1^2-\frac{2nc}{m+n}r_1\cos\theta+\left(\frac{nc}{m+n}\right)^2$$
$$=\frac{m}{n}\left(r_1-\frac{kc}{m+n}\right)^2+\frac{(k^2-mn)}{(m+n)^2}c^2$$

となる。

上式は，r_1の2次式より，線分OPは，$r_1=\frac{kc}{m+n}$のとき，最小値$\sqrt{(k^2-mn)c^2/(m+n)^2}$となり，これは，1.2.3の$a=\frac{kc}{m+n}$，$e_L=\frac{n}{k}$，$e_R=\frac{m}{k}$を用いて変形すれば，$a\sqrt{1-e_Le_R}$となる。ところで$\frac{kc}{m+n}$は，卵形線の定義式$mr_1+nr_2=kc$における$r_1=r_2$のときの$r_1=\frac{kc}{m+n}$と一致する。ゆえに，短軸の位置として，**「卵形線の短軸は，焦点S_1，S_2から等距離にある卵形線上の点（近点と呼ぶ）と，中心を結ぶ線分である。」**と定義できる。長さは，$a\sqrt{1-e_Le_R}$である。

2．2　卵形線の短軸の性質

2．2．1　卵形線の短軸が近点(Np)における卵形線の法線上にあること

図11におけるように，図6に更に，補助線S_1M，S_2Nを引き，S_1MとS_2Nの交点Tを求めると，直線PTは,Pにおける卵形線の法線である[4),6),8)]

ところで，点PがN_p点，つまり$r_1=r_2$であるとき図11は，図12のようになる。つまり，$S_1S_2/\!/MN$となり，四角形S_1S_2MNが平行四辺形より，P,T,Oが一直線上にある。つまり，N_pOは，点N_pにおける卵形線の法線上にある。

2．2．2　短軸上の端点（近点）が微分幾何学的頂点でないこと

［理由］卵形線の頂点[7)]は，図13のような作図で求める。つまり，図13のように，図6のe_ℓが$\ell_1\perp$

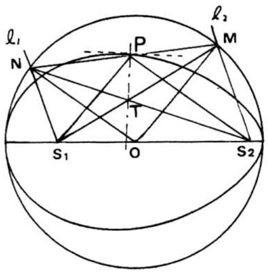


図11　卵形線の法線

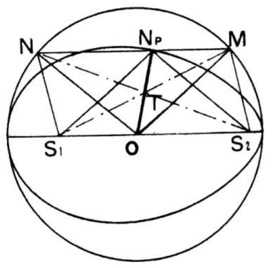


図12　短軸と法線

S_1S_2のときであり，このとき，Pは，頂点Vとなる。ここで$e_L \neq e_R$のとき，MNは,S_1S_2と平行でない。ゆえに，$V \neq N_p$となる。故に,N_pは,卵形線の頂点ではない。

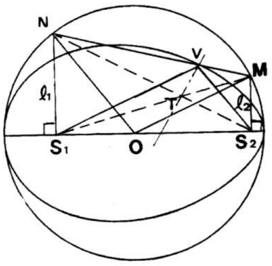


図13　卵形線の頂点

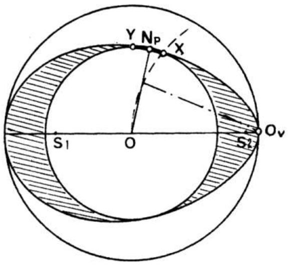


図14　同心円間の卵形線

2．2．3　短軸と長軸による卵形線のもとめ方

Oを中心とし，短軸の長さ$a\sqrt{1-e_Le_R}$を半径とする円（短軸補助円）は，2.1節の定義および2.2.1節の性質より，卵形線に内接する円であり，長軸補助円は，卵形線に外接する円である。ゆえに，図14のように，二つの同心円の間に，卵形線は存在する。

逆に，**『二つの同心円と内側の円周上の接点（近点）を与えると卵形線が定まる』**この近点は，図14のように，短軸補助円上の太線円弧XY上にとることが，できる。ここでXは,短軸補助円と，円$(O_v;\ O_vO)$との交点である。

3．卵形面について

3．1　定義

卵形面は，卵形線の対称軸を回転軸として描けば，簡単に得られる。しかし，それでは卵形面の性質としては，対称軸および断面の卵形線の性質としてのものしか得られない。それで，次のように，卵形面を定義し，卵形線を拡張した。

［卵形面の定義］

1．空間に任意の異なる4点（A, B, C, V）をとる。（同一平面上にない）
2．そのうちの3点（A, B, C）を含む平面（αとする）を定める。
3．三角形ABCの外接円の中心をO_1とする。またこの外接円をC_1とする。
4．4点（A,B,C,V）の外接球の直径がVUとなるように点Uをとる。
5．点V,Uにおける外接球の接平面と，平面αとの交線をそれぞれ，ℓ_v，ℓ_uとする。
6．ΔABCの外接円の中心O_1を通り，平面αに垂直な直線上に任意の動点Mをとる。
7．動点Mを中心とし，円C_1を含む動球面（β_m）が一つ定まる。
8．ここで，直線ℓ_uを含み，動球面β_mに接する平面（π_u）を一つ定める。この接平面π_uに平行でしかも，直線ℓ_vを含む平面（π_v）が一つ定まる。
9．この平面π_vと動球面β_mとの交円（C_m）が一つ定まる。
10．9の交円C_mは，点Mを動かすとき，6から9を繰り返すと，空間内を動く。その軌跡は，卵形面を描く。

これを4点（A, B, C, V）が定める卵形面という。

ここで，図15のように，直線ℓ_vに垂直で，外接円の中心O_1を通る平面γを定める。この平面γと，直線ℓ_u,外接円C_1，直線ℓ_vとの交線を順にO_o, S_1, S_2, S_3とすると，卵形面と平面γの交線は，その4点を等距離円[7]の中心，3焦点として定まる卵形線である。

また，卵形面と平面αとの交線は円である。

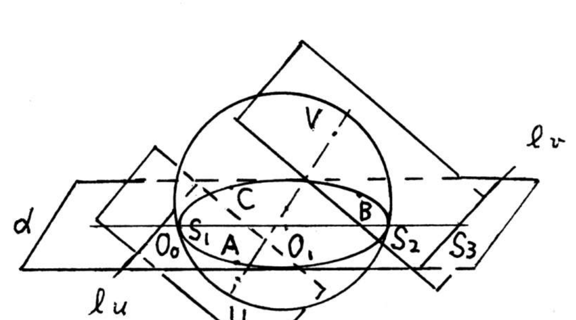


図15　卵形面定義の補助図

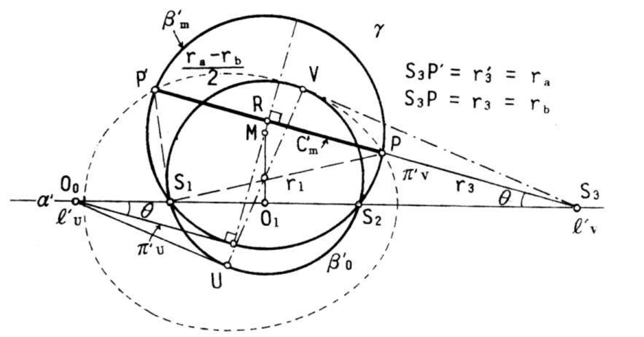


図16　卵形面補助立面図

3．2　卵形面を表す式

定義の立面図，図16において座標を次のようにとる。点S_1を原点，平面αをxy平面，平面γをxz平面とすると，また，$S_1P=r_1, \angle PS_3S_2=\theta$ とし $S_3P=r_3$ とすると，焦点S_1, S_3を用いる双極座標を用いる定義式[4)]より

$$nr_3+kr_1=\frac{m(k^2-n^2)}{m^2-n^2}c \tag{2}$$

$$r_1^2=r_3^2+\overline{S_1S_3}^{\,2}-2r_3\overline{S_1S_3}\cos\theta \tag{3}$$

(2),(3) に $\overline{S_1S_3}=\dfrac{k^2-n^2}{m^2-n^2}c$ を代入して，r_3について解く

$$r_3^2+\frac{2(mn-k^2\cos\theta)c}{m^2-n^2}r_3+\frac{(k^2-m^2)(k^2-n^2)}{(m^2-n^2)^2}c^2=0$$

r_3の2次方程式の解をr_a, r_bとすると

$$\left(\frac{r_a-r_b}{2}\right)^2=\left(\frac{mn-k^2\cos\theta}{m^2-n^2}\right)^2c^2-\frac{(k^2-m^2)(k^2-n^2)}{(m^2-n^2)^2}c^2$$

ゆえに，点Rを中心，半径$(r_a-r_b)/2$の交円C_m上の点Q(x，y，z)は

$$\begin{cases} x=\dfrac{c}{m^2-n^2}\Big\{k^2-n^2-(k^2\cos\theta-mn)\cos\theta \\ \quad +\sqrt{(k^2\cos\theta-mn)^2-(k^2-m^2)(k^2-n^2)}\cdot\cos\varphi\cos\theta\Big\} \\ y=\dfrac{c}{m^2-n^2}\sqrt{(k^2\cos\theta-mn)^2-(k^2-m^2)(k^2-n^2)}\,\sin\varphi \\ z=\dfrac{c}{m^2-n^2}\Big\{k^2\cos\theta-mn \\ \quad -\sqrt{(k^2\cos\theta-mn)^2-(k^2-m^2)(k^2-n^2)}\,\cos\varphi\Big\}\sin\theta \end{cases}$$

ここで$\varphi=0\sim2\pi$　θは

$$-\cos^{-1}\left(\frac{mn+\sqrt{(k^2-m^2)(k^2-n^2)}}{k^2}\right)\leqq\theta\leqq\cos^{-1}\left(\frac{mn+\sqrt{(k^2-m^2)(k^2-n^2)}}{k^2}\right)$$

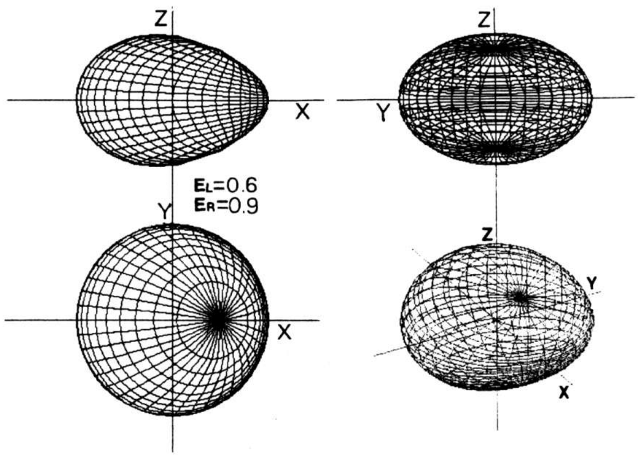


図17　卵形面のワイヤーフレーム図

この点$Q(x(\varphi,\theta), y(\varphi,\theta), z(\varphi,\theta))$が，前節に定義した**卵形面の媒介変数表示**である。

3．3　卵形面のワイヤフレーム図形

上式を用いて，卵形面のワイヤーフレーム図形の立面図（卵形線），平面図（円），側面図および見取図を図17に表す。

4．結び

以上，卵形線の短軸および卵形線の以下の性質がわかった。

1．卵形線の中心と近点を結ぶ線分が短軸である。
1．短軸は，近点における卵形線の法線上にある。
1．近点は，焦点から等距離にある点である。
1．近点は，卵形線の頂点ではない。
1．短軸の長さは，$a\sqrt{1-e_Le_R}$（楕円$a\sqrt{1-e^2}$）である。
1．短軸の傾きαは$\cos\alpha=(e_R-e_L)/(2\sqrt{1-e_Le_R})$である。
1．卵形線は，2つの同心円（長軸補助円と短軸補助円の間に存在する。

また，卵形面の定義を構成幾何学的に述べ，さらに式と図で表現できた。その性質として，2つの対称面（円と卵形線）もつことが解った。さらに，卵形面は，空間4次凸曲面であることがいえる。

以上，デカルトの卵形線を構成幾何学的に考察し，その短軸を発見し，また，空間への拡張を定義し得た。

これらの卵形線の追求が，楕円がそうであるように，数理物理学や天文学等に応用できることを期待した。

参考文献

1）デカルト著，河野伊三郎訳；“デカルトの幾何学” 白林社，1949年

2）ロックウッド著，松井政太郎訳；“カーブ”；みすず書房，1964年

3）窪田忠彦著，“微分幾何学”；岩波全書，P.201～P.234,1967年

4）蛭子井博孝；“デカルトの卵形線の二・三の性質”；図学研究，12, P.35～P.49,1973年

5）蛭子井博孝；“デカルトの卵形線に関する考察(計算機援用作図による比較検討)”；“図学研究，37，P.9～14,1985年

6）蛭子井博孝；“デカルトの卵形線に関する考察(その幾何学的構図)”；図学研究，49，P.9～14，1990年

7）蛭子井博孝；“デカルトの卵形線の曲率円”；図学研究，19，P.7～11,1976年

8）栗田 稔，“いろいろな曲線”；共立出版，P.91,1969年

付 記

小論4）に述べているように，本文中(2)式について，卵形線が，$mr_1+nr_2=kc$ で与えられるとき

$$S_1S_2=c,\ S_1S_3=\frac{k^2-n^2}{m^2-n^2}c,\ S_2S_3=\frac{k^2-m^2}{m^2-n^2}c$$

とする。その一直線上の3点 S_1, S_2, S_3 を3焦点（極）として，その2つの点

S_1, S_3 を極とする双極座標の定義式は，

$$nr_3+kr_1=m\frac{k^2-n^2}{m^2-n^2}c$$

S_2, S_3 を極とする双極座標の定義式は，

$$-kr_2+mr_3=n\frac{k^2-m^2}{m^2-n^2}c$$ と表される。

つまり，r_1, r_2 あるいは，r_2, r_3 あるいは r_3, r_1 のどれでも同じ卵形線を表す。

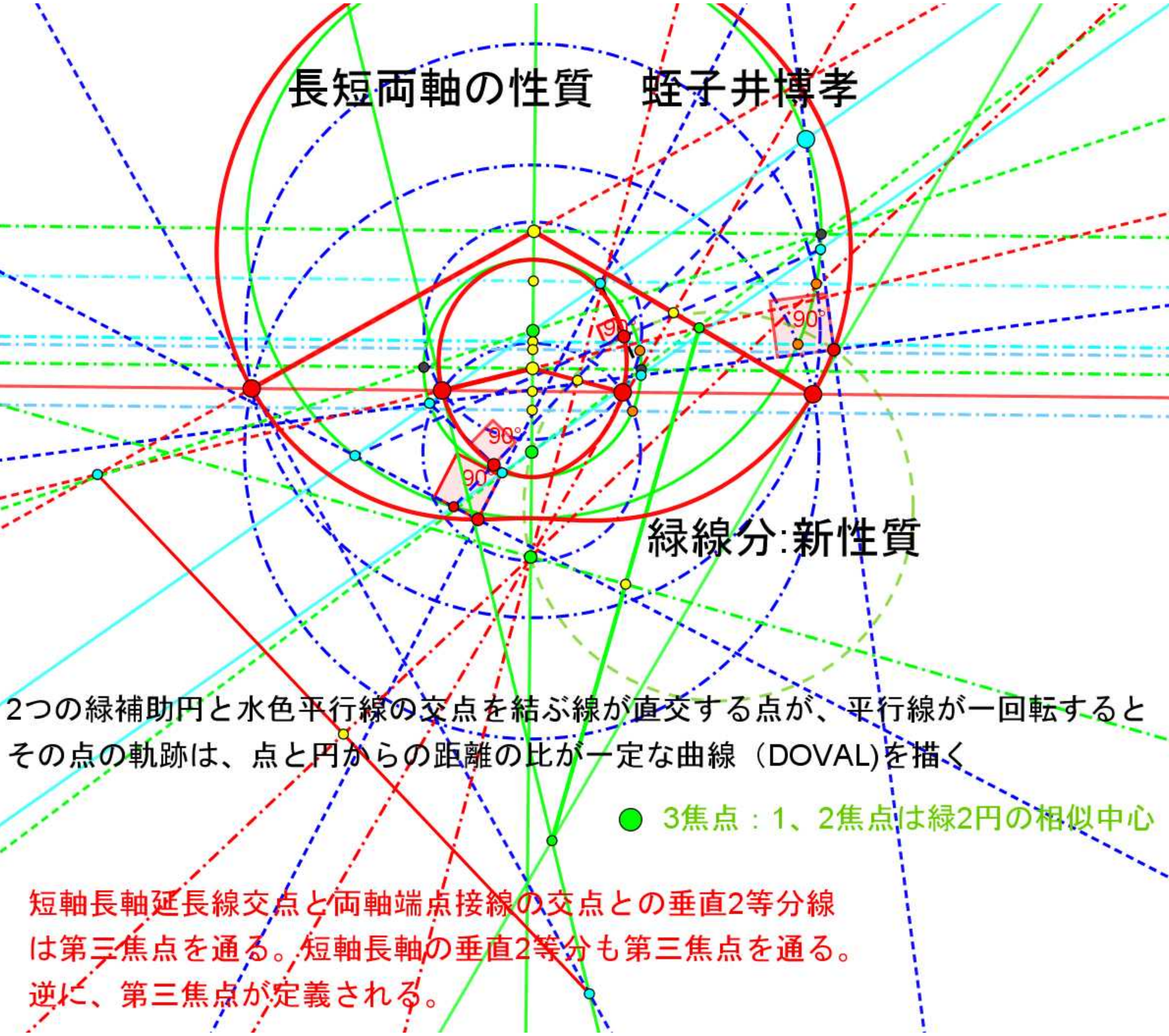
Minor Axis of the Oval of Descartes and Ovaliod

Ebisui, HIROTAKA

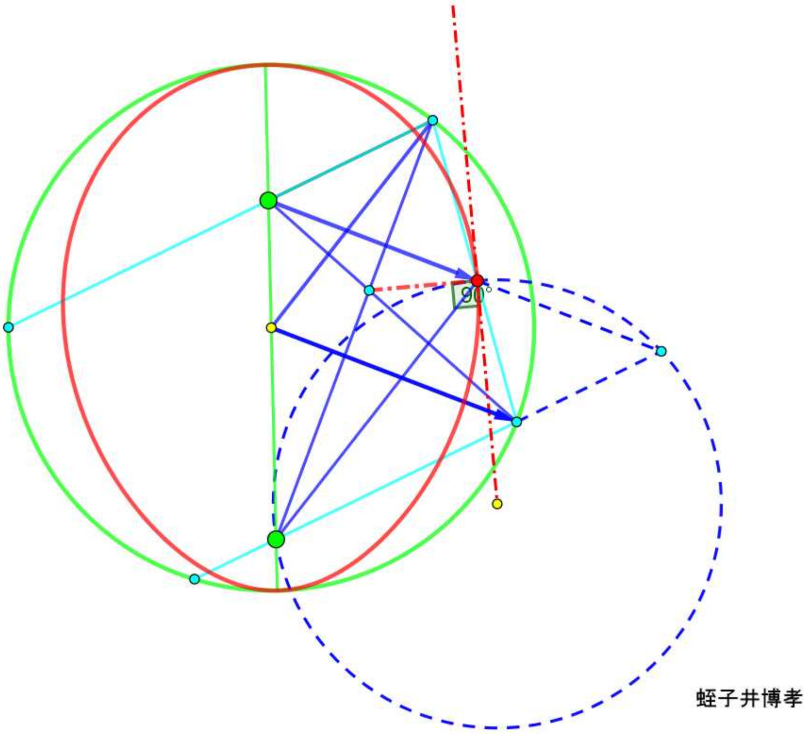
Descartes' oval is defined as $mr_1+nr_2=kc$ by using bipolar coordinates. Where, if $m=n$, it is ellipse. According to this definition and a number of the properties, it can be said that the Descartes' oval is essential extension of ellipse.

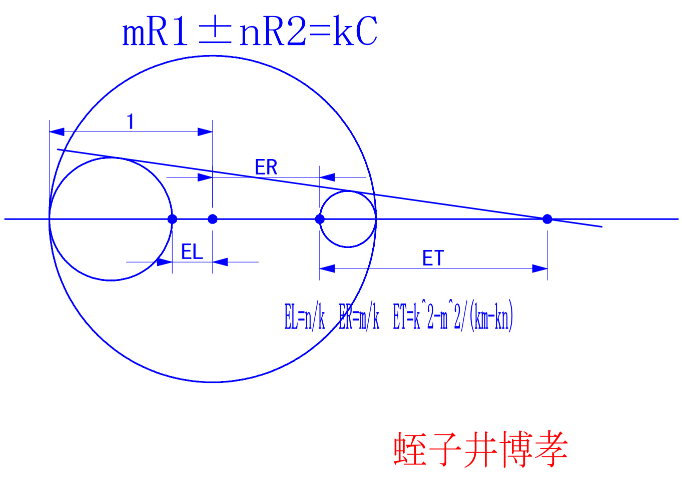
This time, the minor axis of oval that has the similar properties to those of the minor axis of ellipse is found. This minor axis is the segment connecting the middle point O of the major axis (the axis of symmetry) of oval and the point Np on the oval, which is at the shortest distance from the point O. The length of this minor axis is expressed by $a\sqrt{1-e_Le_R}$, where a is a half of the length of the major axis, and e_L and e_R are left and right eccentricities, respectively. As for this minor axis, its proof and a number of the properties are discussed.

Next, the method of defining ovaloid which is convex, closed curved surface in space by extending the oval on plane is found, therefore, it is reported. This ovaloid has, as the contours of the orthographic projection from three directions, circle, Descartes' oval and a fourth order curve like ellipse. Further, the parametric expression of this ovaloid is derived. In this way, the new properties of oval are able to be added, therefore, it is reported.

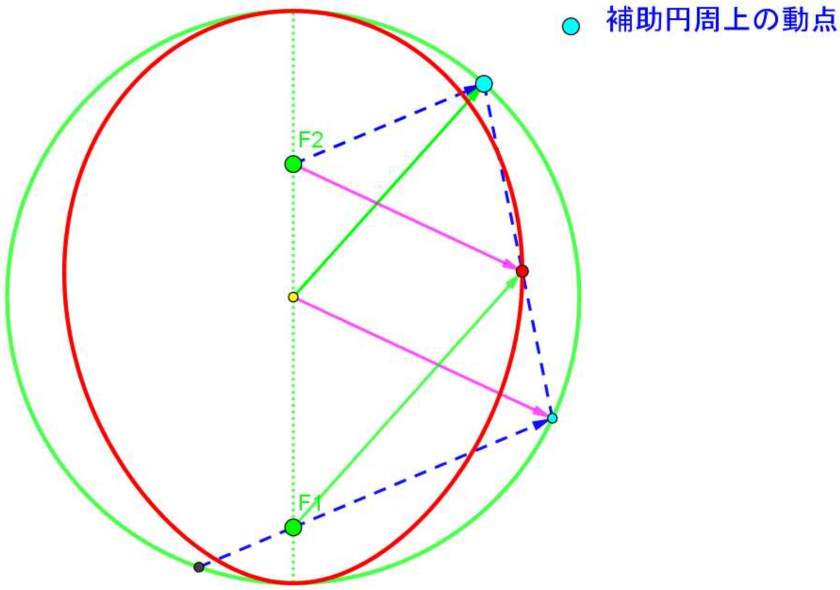

長短両軸の性質　蛭子井博孝
90°
90°
90°
90°
緑線分:新性質
2つの緑補助円と水色平行線の交点を結ぶ線が直交する点が、平行線が一回転すると
その点の軌跡は、点と円からの距離の比が一定な曲線（DOVAL)を描く
3焦点：1、2焦点は緑2円の相似中心
短軸長軸延長線交点と両軸端点接線の交点との垂直2等分線
は第三焦点を通る。短軸長軸の垂直2等分も第三焦点を通る。
逆に、第三焦点が定義される。

Dovalの接線の作図法

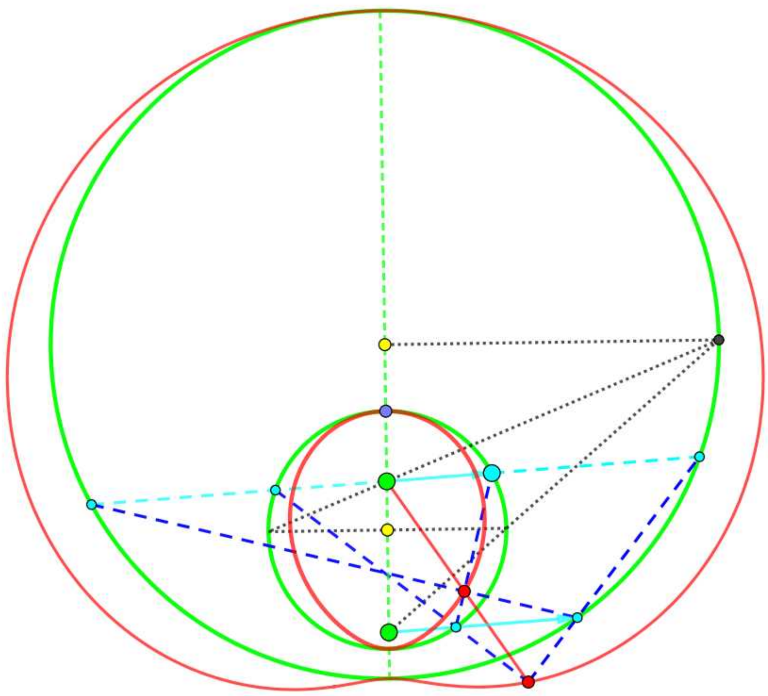


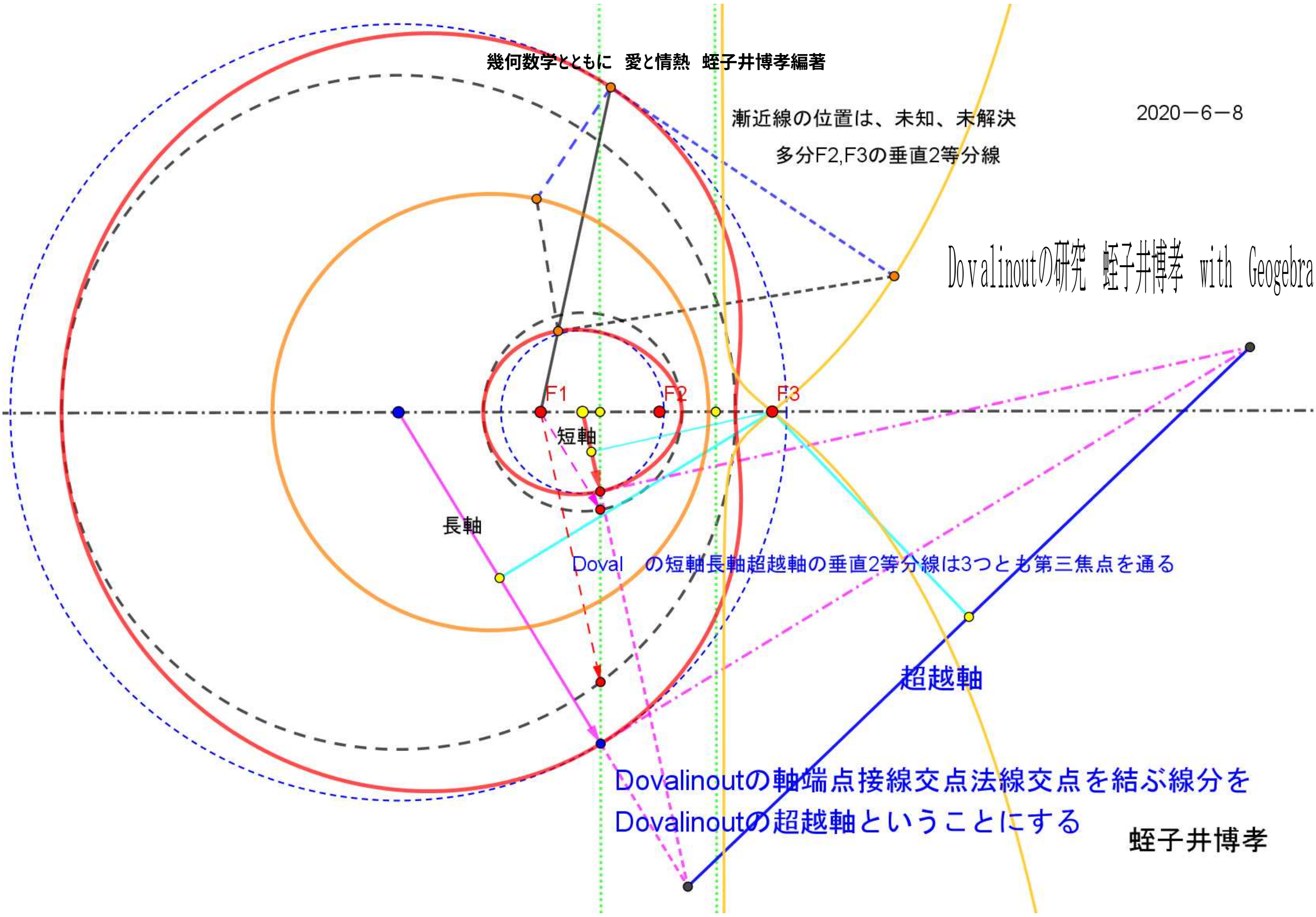


円と中心線上2定点(焦点F1,F2)によるDOVALの内分枝（Ovalin)の作図法定義

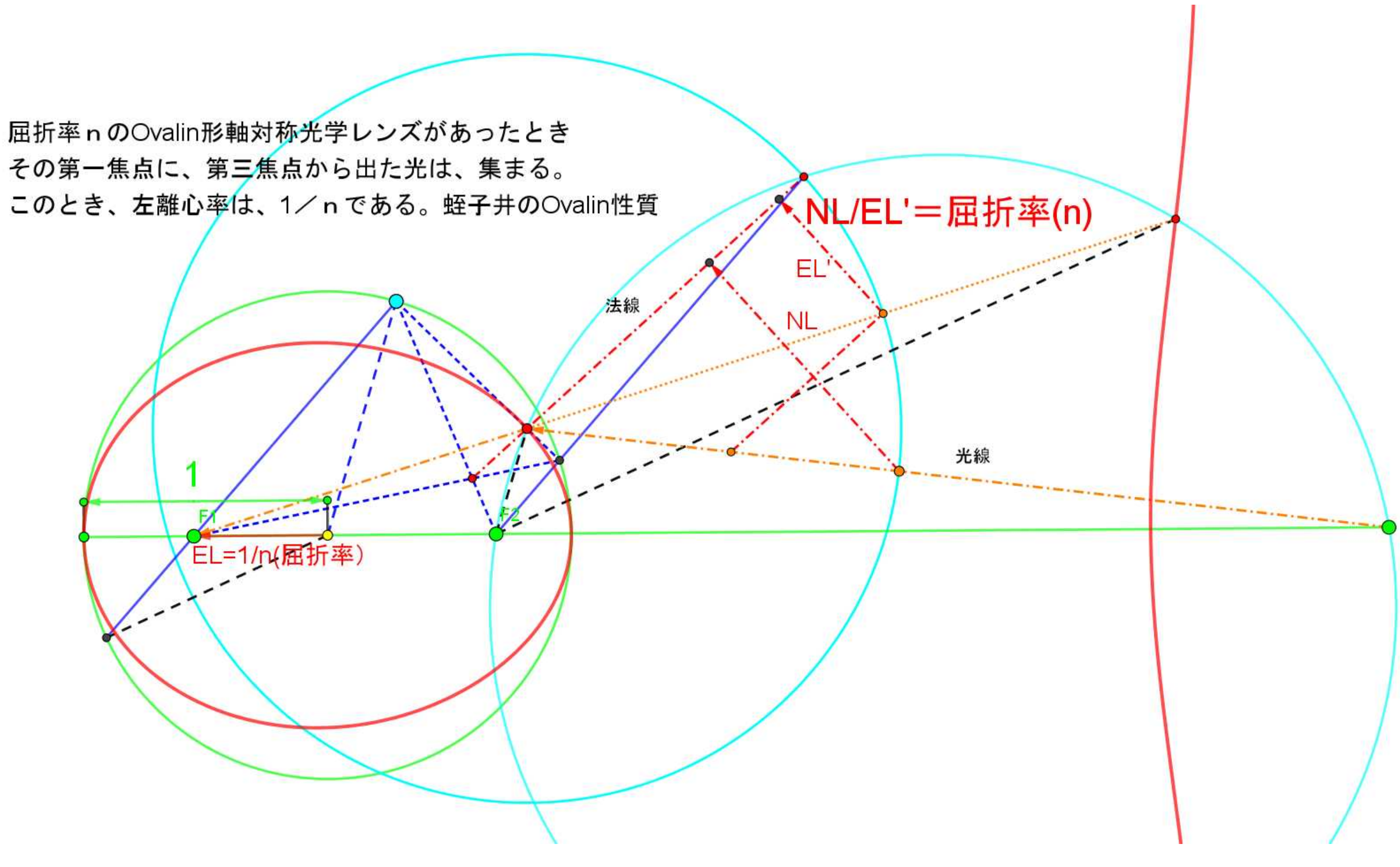


一方を内包する2つの補助円によるDOVALの定義作図法



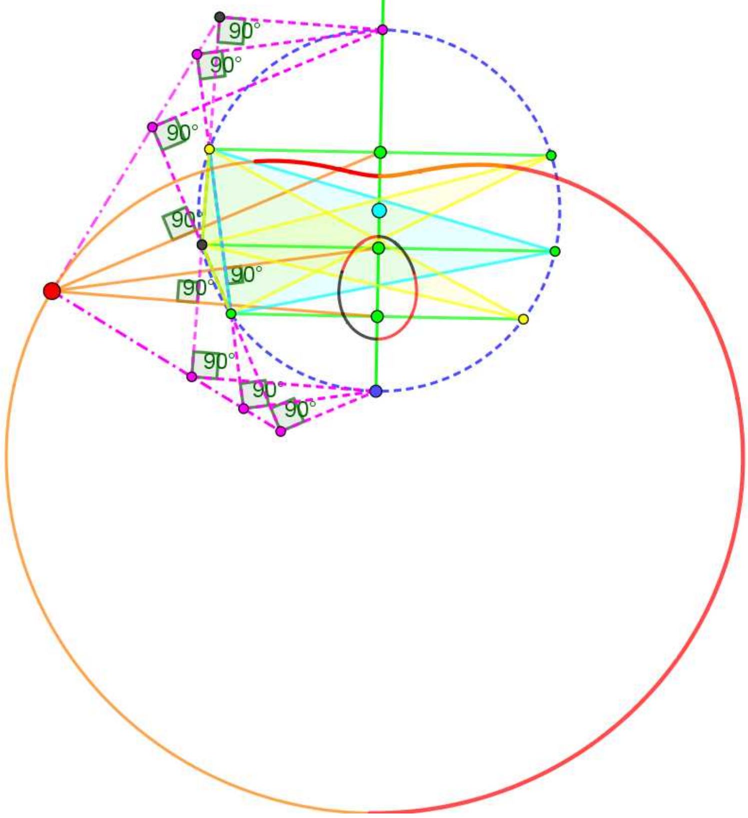


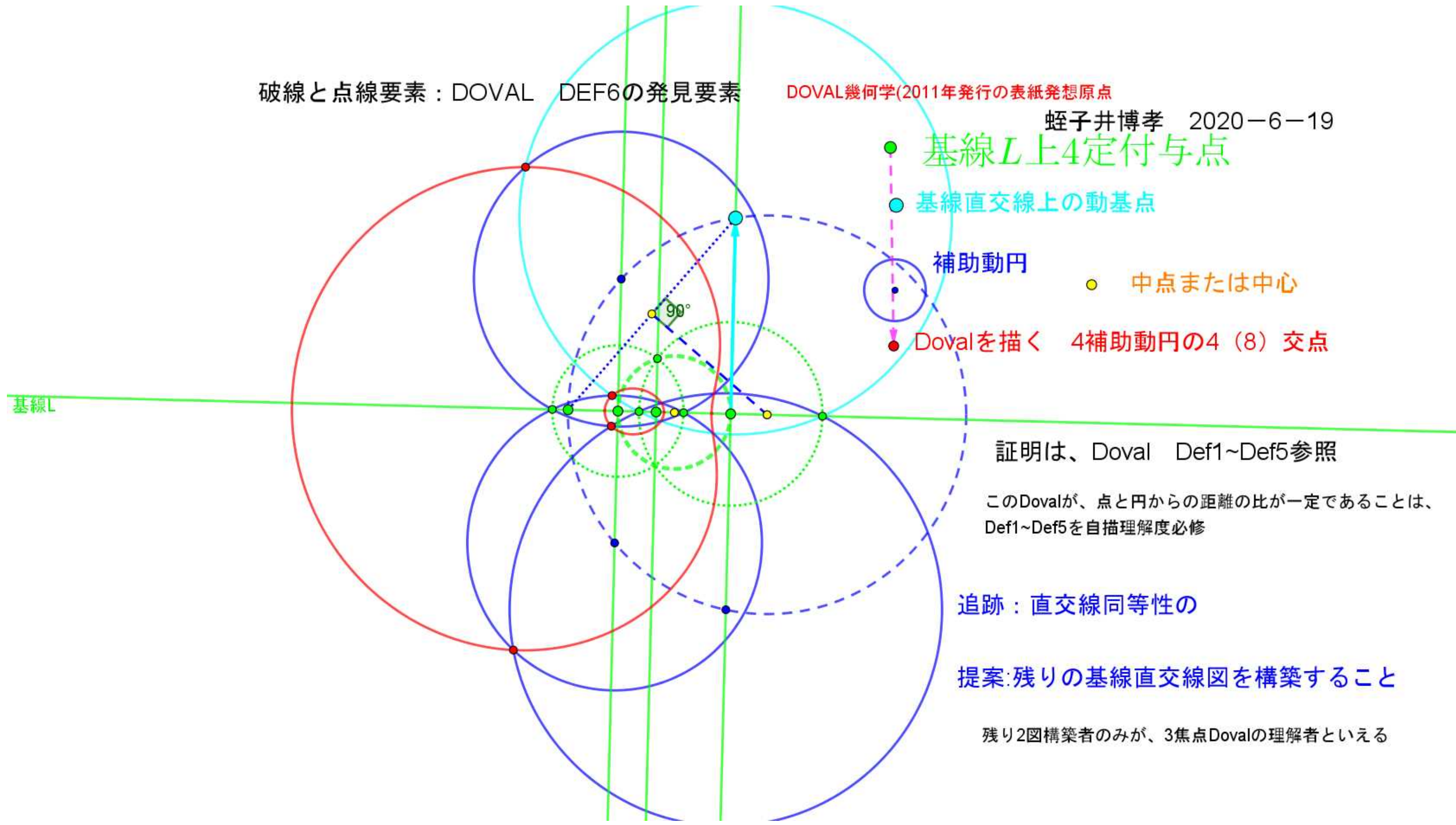
幾何数学とともに 愛と情熱 蛭子井博孝編著
漸近線の位置は、未知、未解決
多分F2,F3の垂直2等分線
2020－6－8
Dovalinoutの研究 蛭子井博孝 with Geogebra
F1
F2
F3
短軸
長軸
Doval の短軸長軸超越軸の垂直2等分線は3つとも第三焦点を通る
超越軸
Dovalinoutの軸端点接線交点法線交点を結ぶ線分を
Dovalinoutの超越軸ということにする
蛭子井博孝

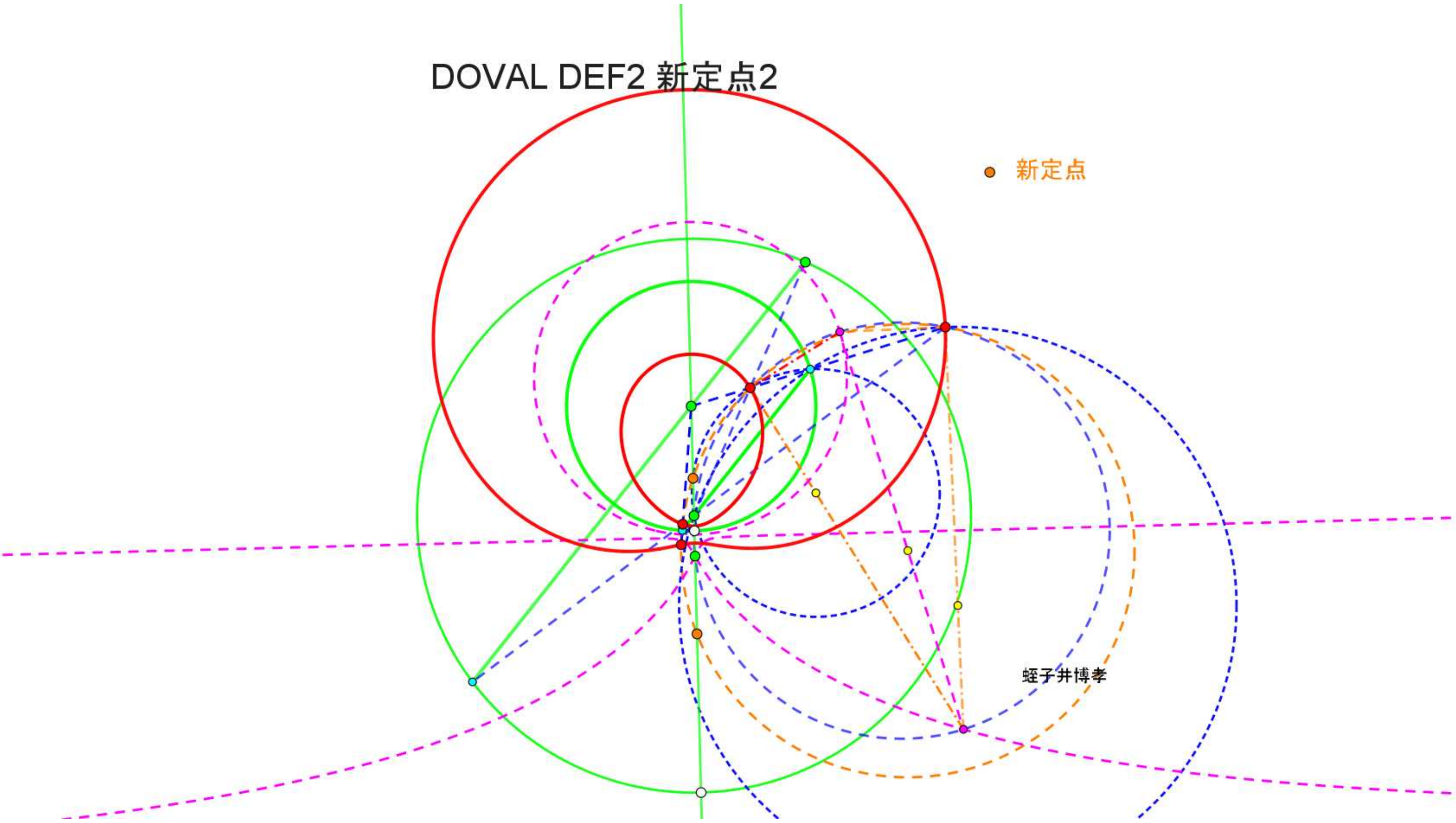


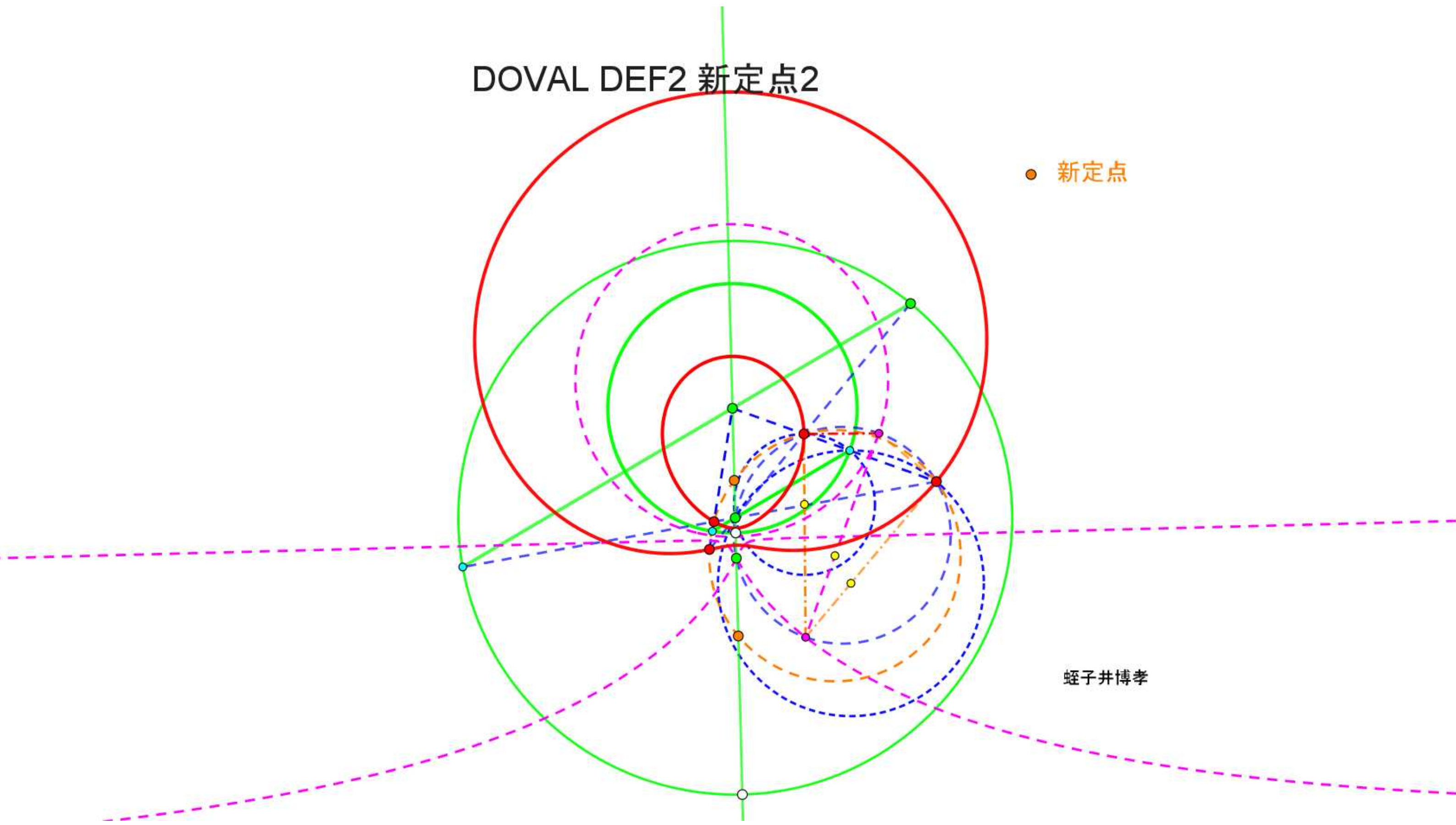
屈折率ｎのOvalin形軸対称光学レンズがあったとき
その第一焦点に、第三焦点から出た光は、集まる。
このとき、左離心率は、1／ｎである。蛭子井のOvalin性質
NL/EL'＝屈折率(n)
EL'
NL
法線
光線
1
EL=1/n(屈折率)

直線上に4点を固定し直線上に動中心を取る円が,直線に垂直な3点を通る線と交わり
8個の三角形を創るとき
三角形に対する直径両端に関するシムソン線の交点
と,三角形の直径に関する直極点は、一致し、Dovalの8分割部分を創る



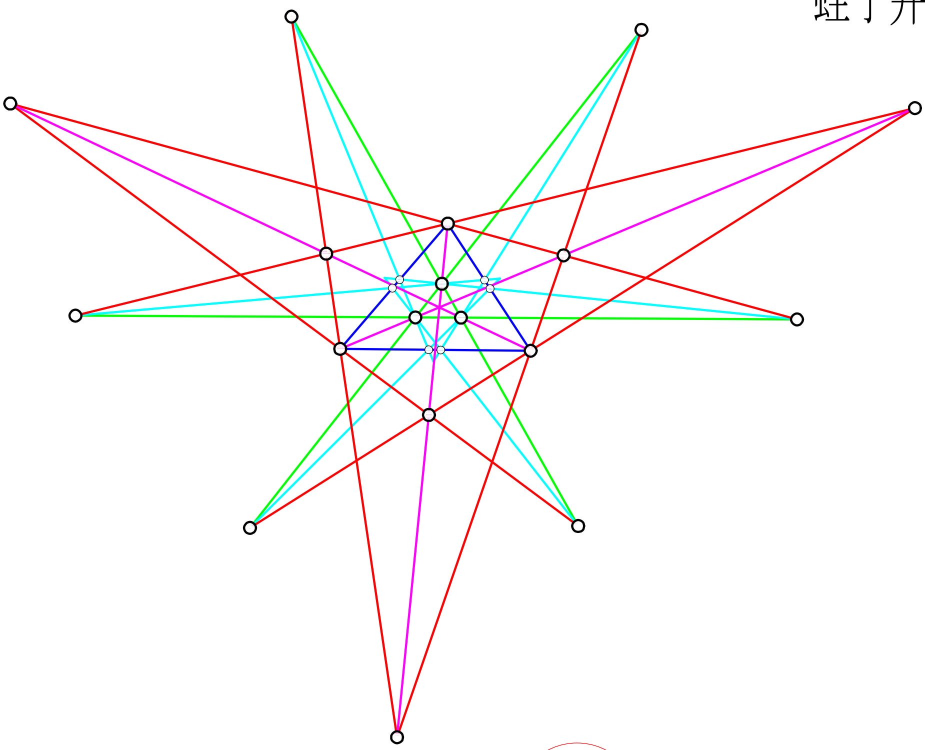


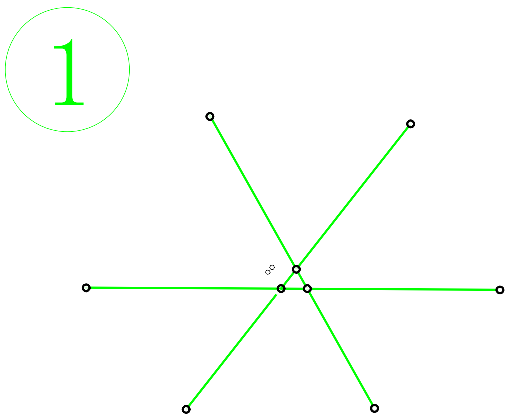

DOVAL DEF2 新定点2
新定点
蛭子井博孝

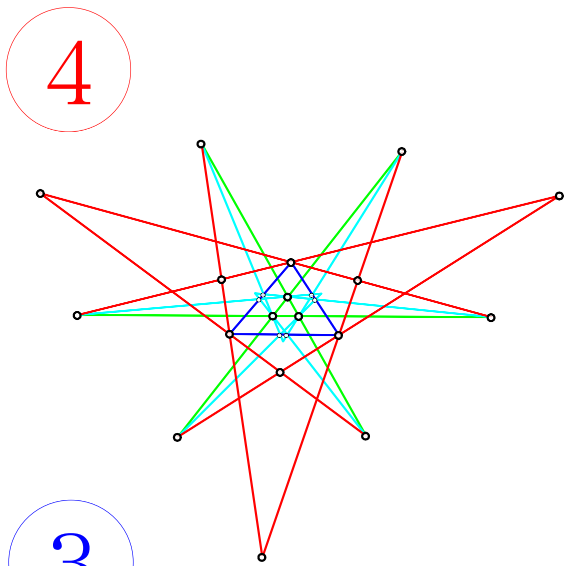

DOVAL DEF2 新定点2
新定点
蛭子井博孝

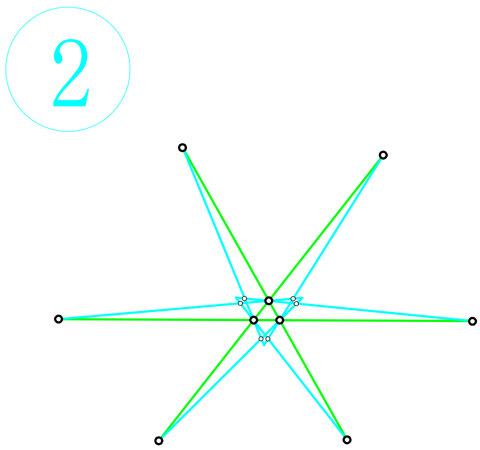
HexagonTheorem

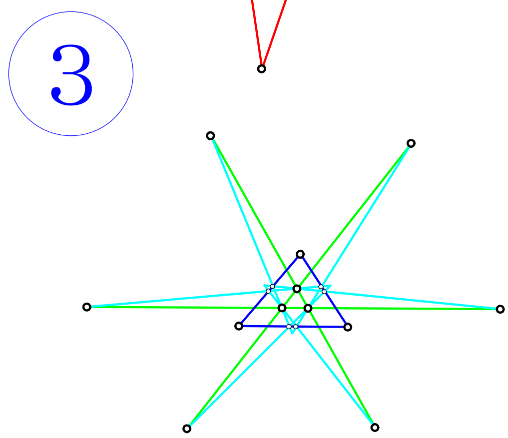
蛭子井博孝－5-0



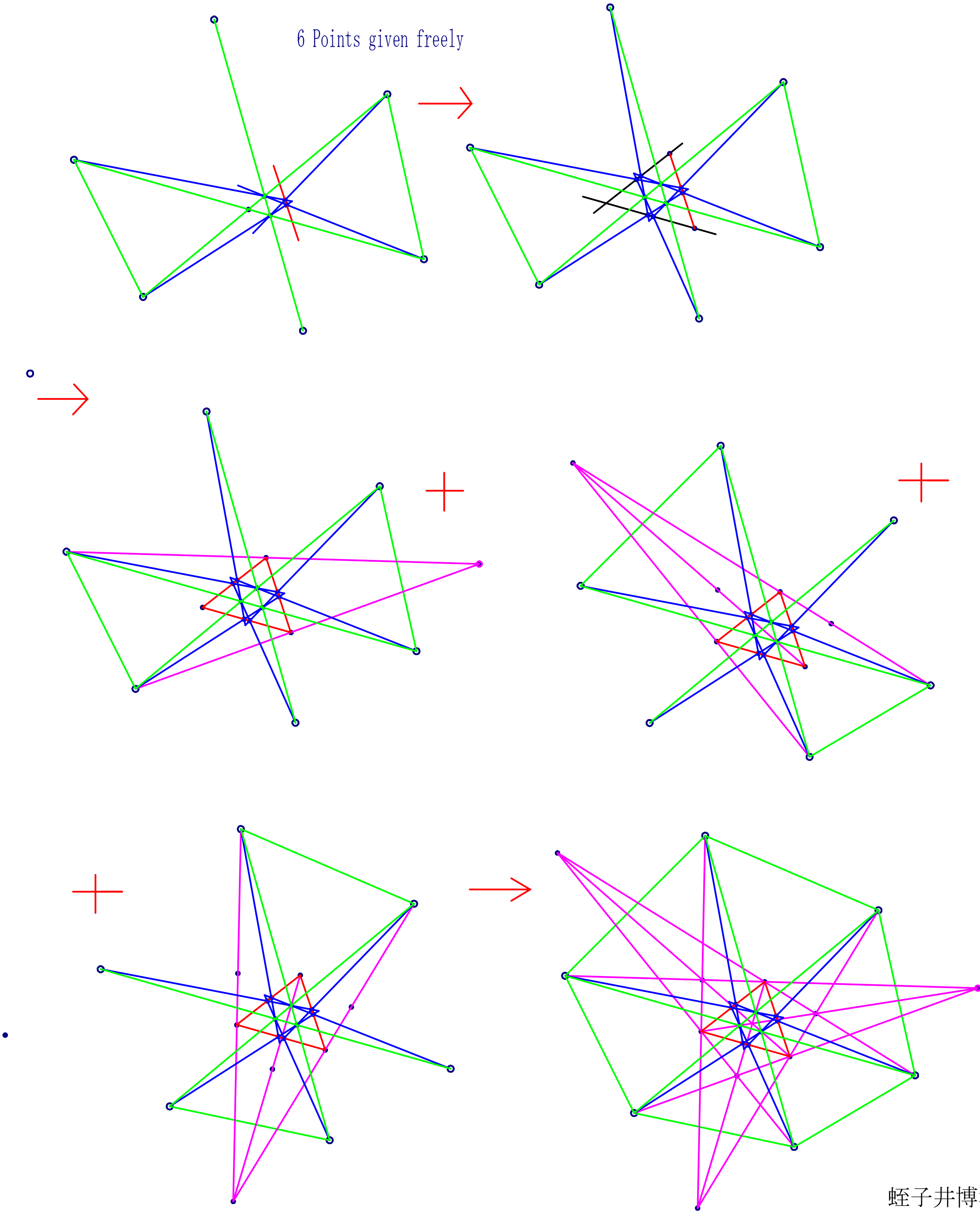








解説　ヘキサゴンの定理　構成分解図



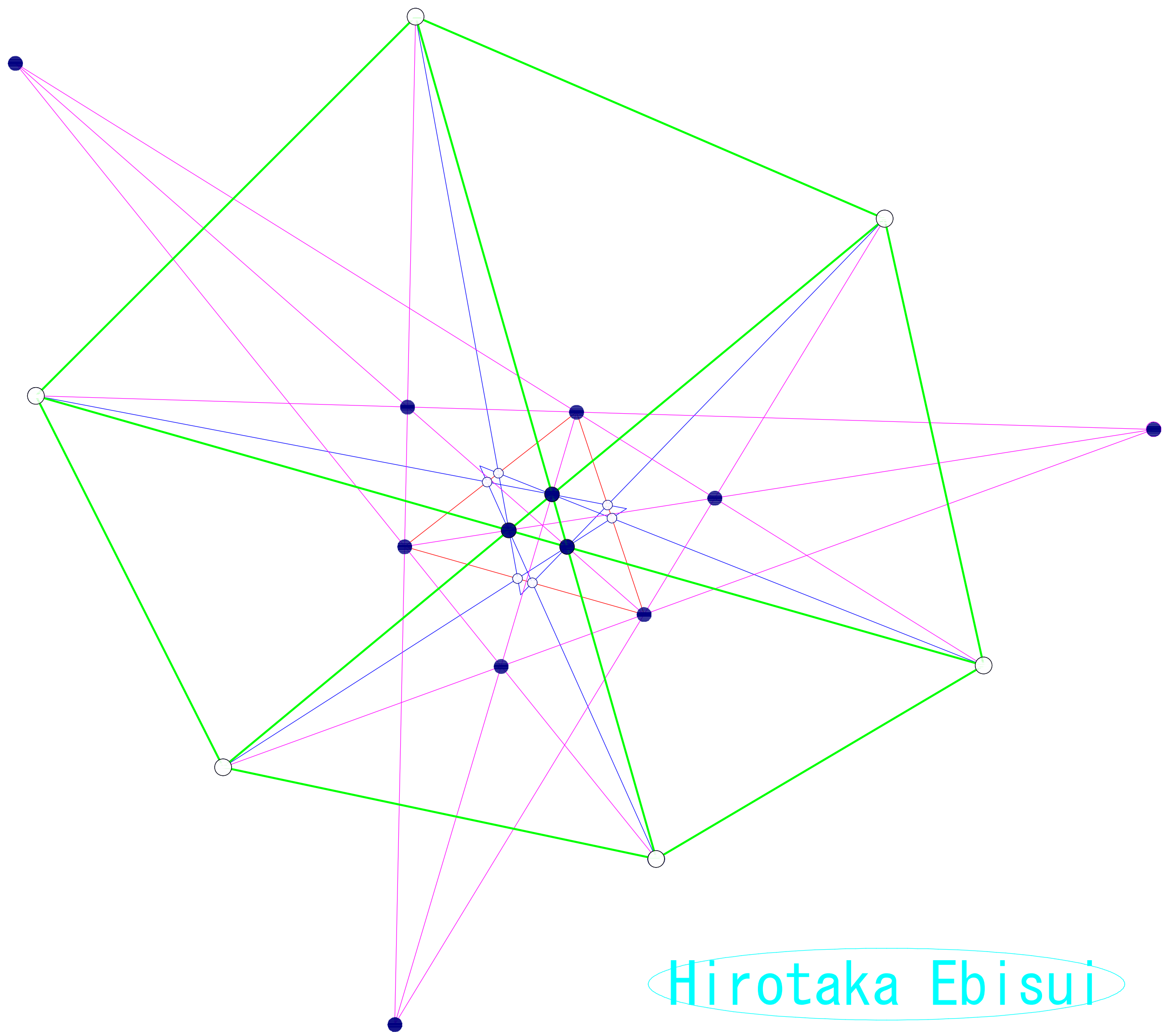
蛭子井博孝

Collinear NOTE no.9

ICGG K-JH

HEXAGON THEOREM

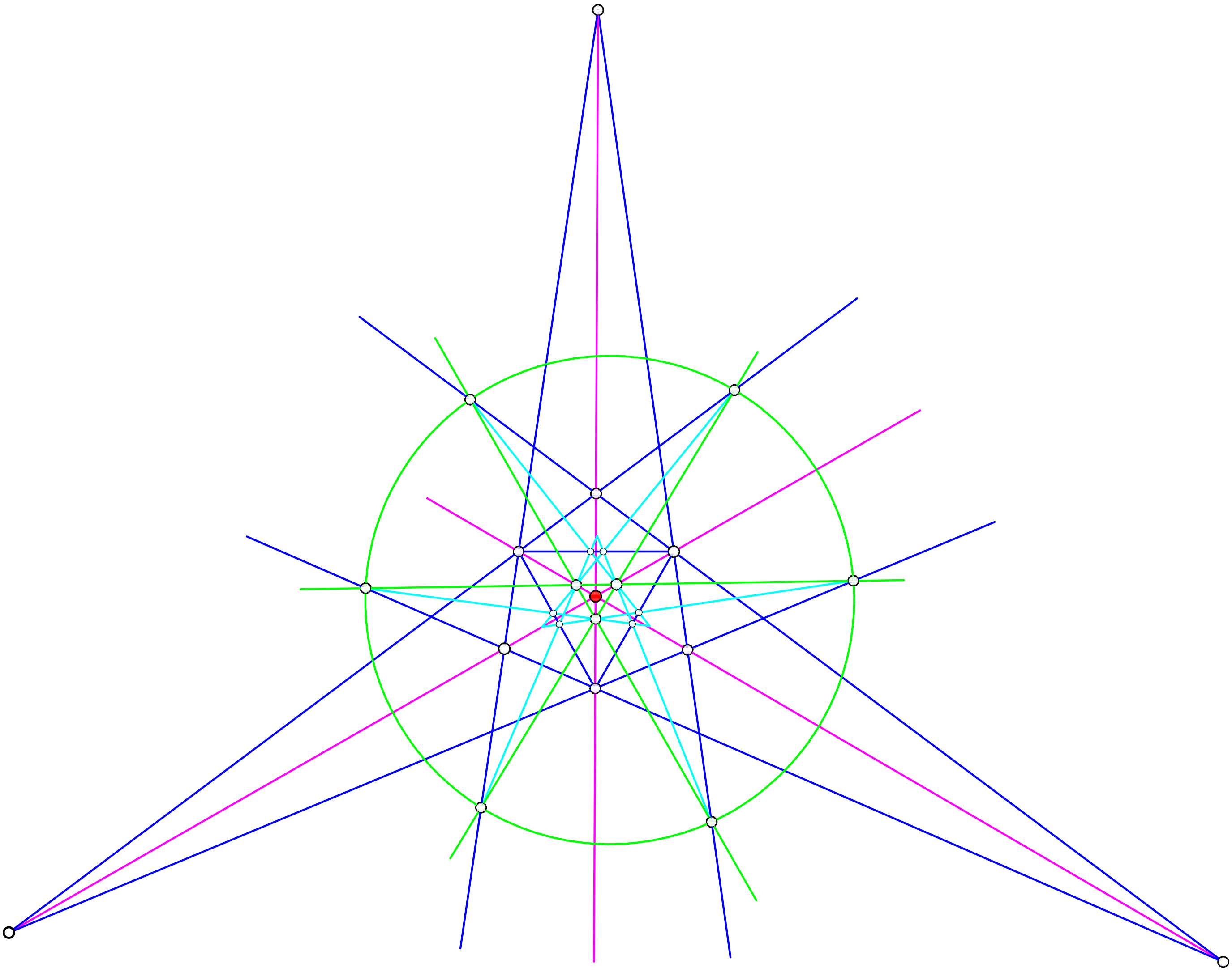
6 Points given freely



Hirotaka Ebisui

6’.HEXAGON 5 ten teiri

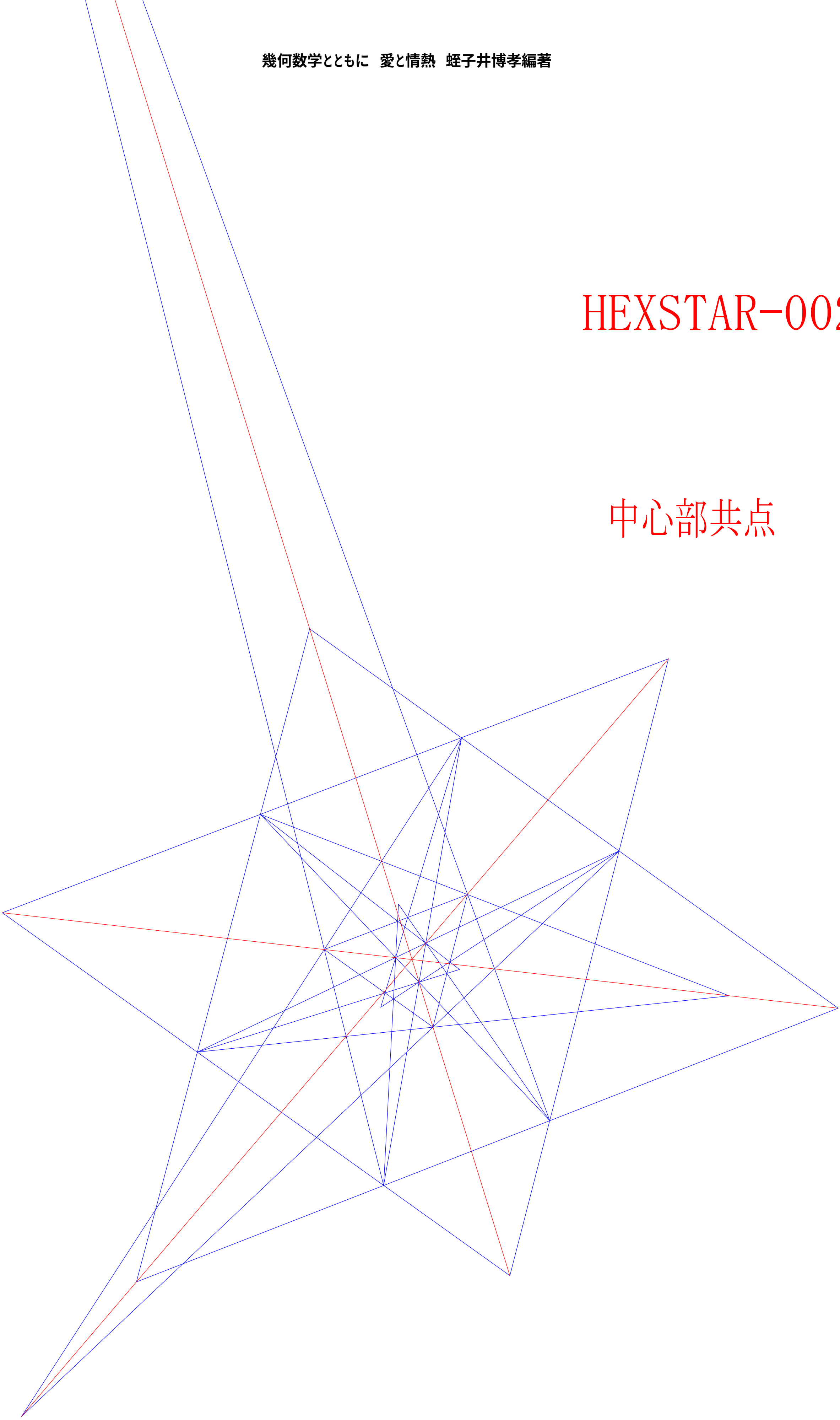
2011-9-6



蛭子井博孝

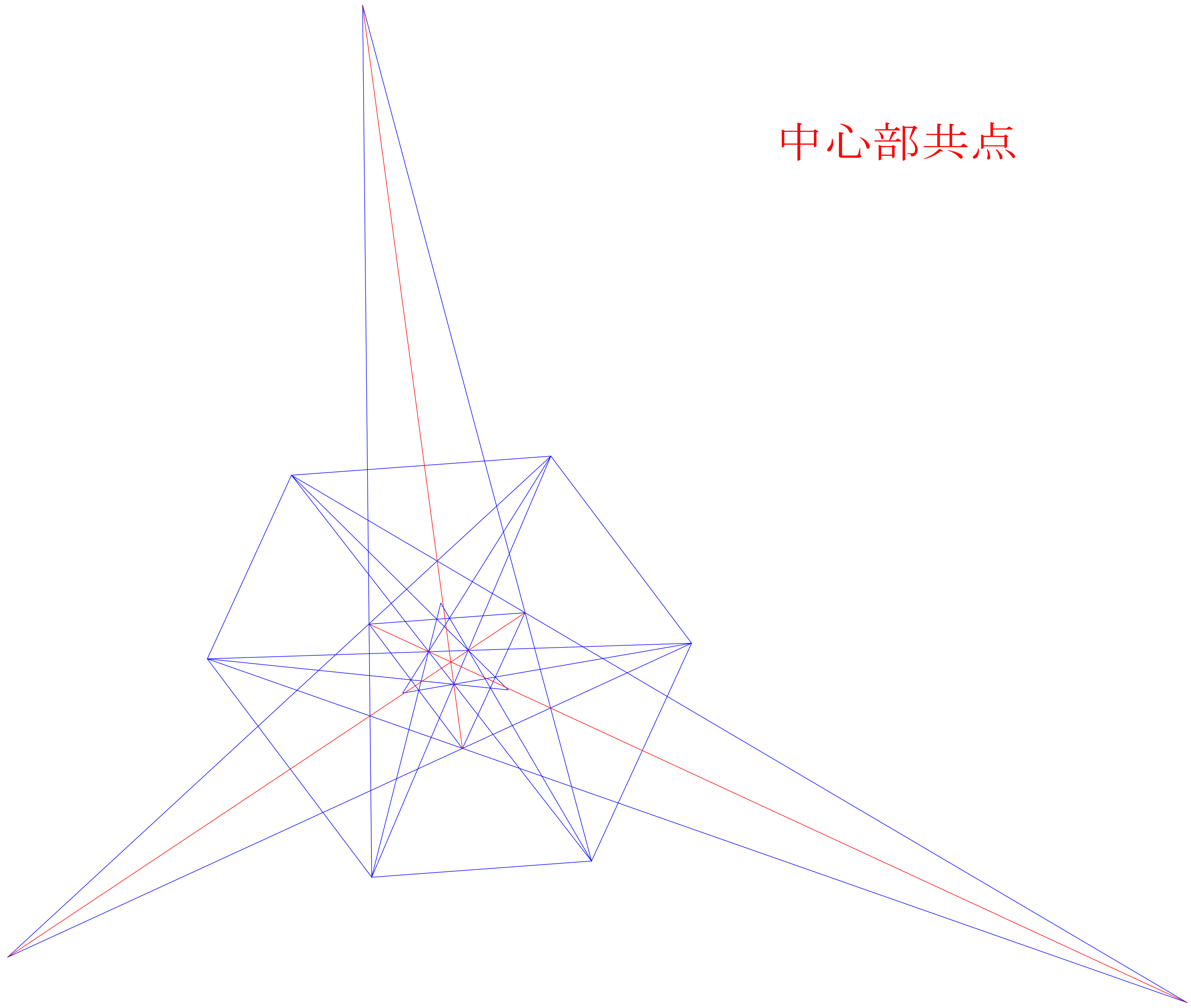
HEXSTAR-002

中心部共点

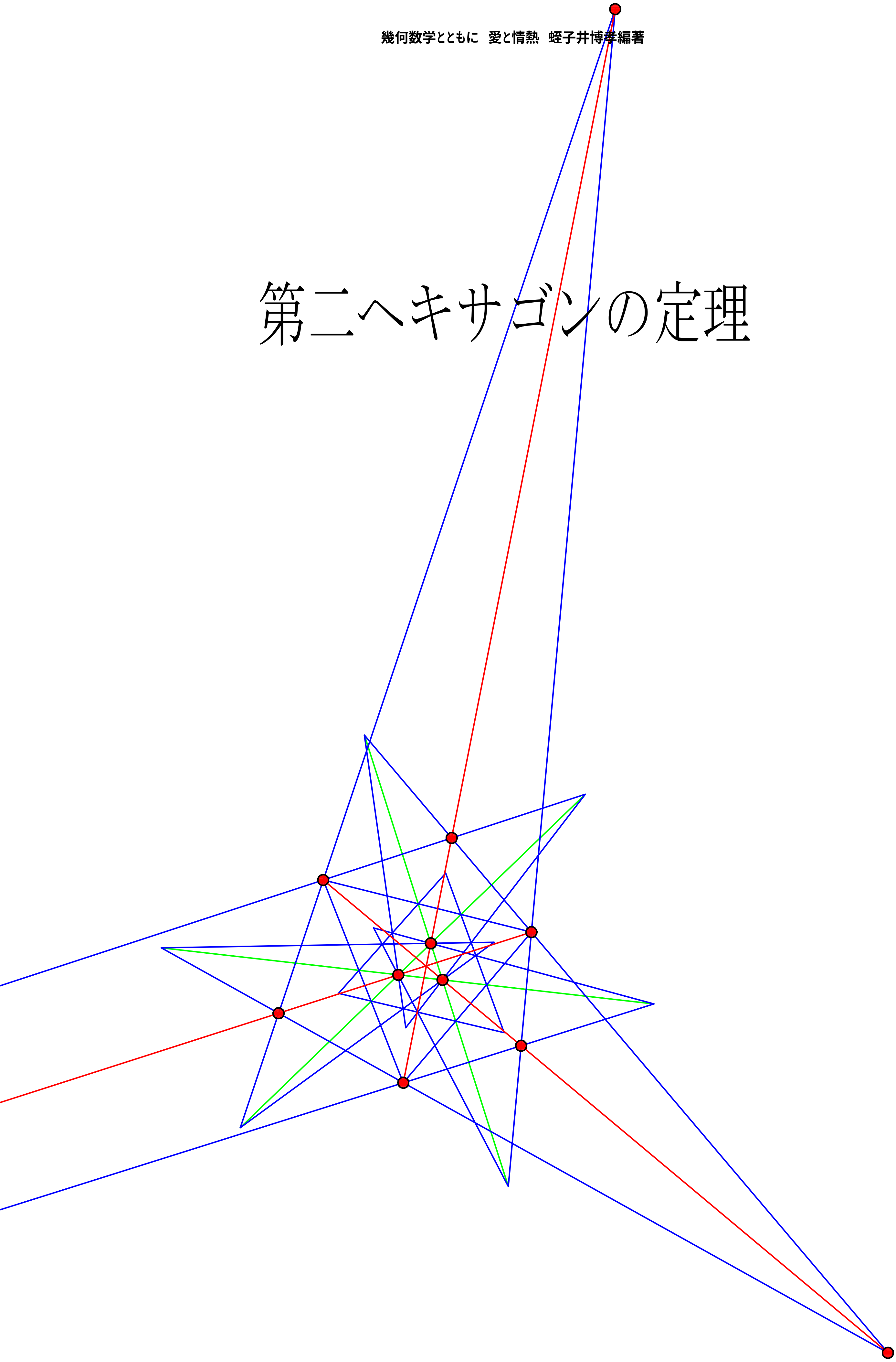


HEXSTAR-003

中心部共点

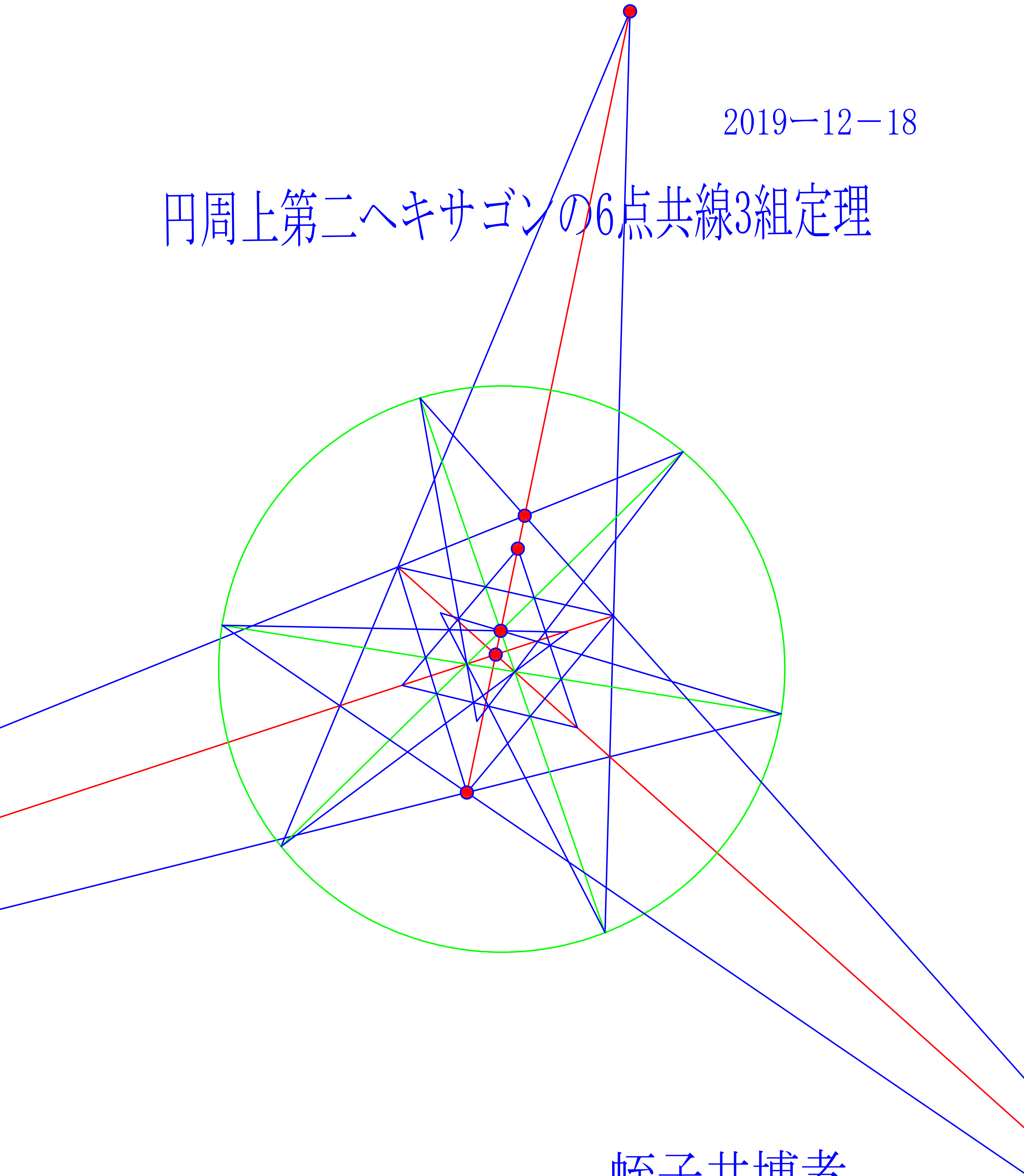


第二ヘキサゴンの定理



2019ー12ー18

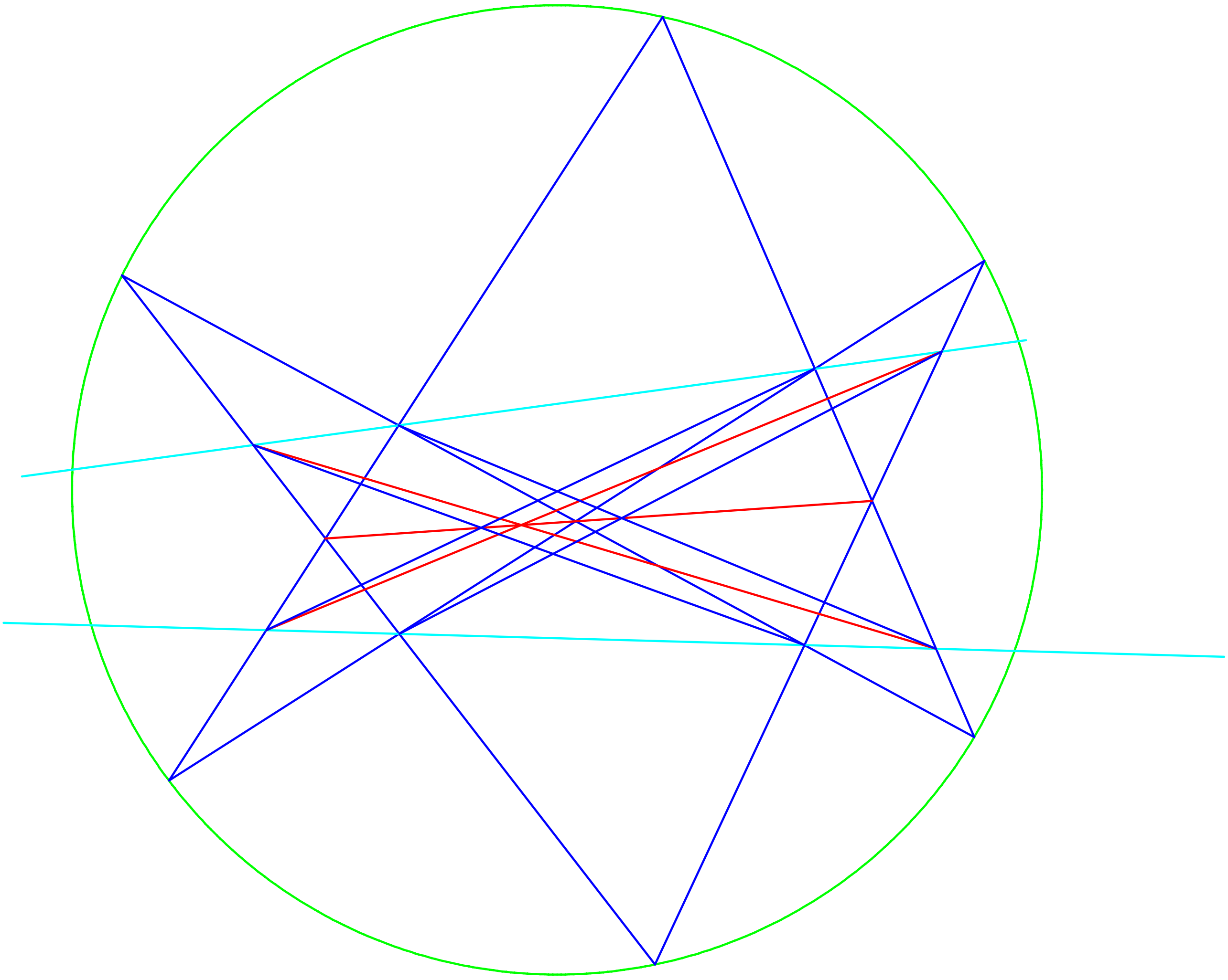
円周上第二ヘキサゴンの6点共線3組定理

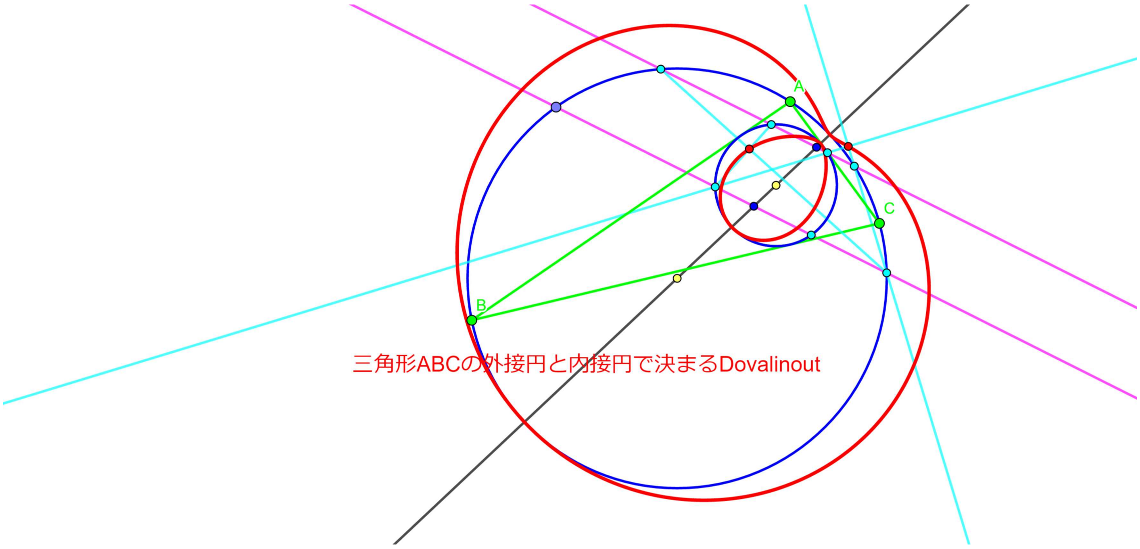


蛭子井博孝

パスカルパップス蛭子井博孝の六点共線定理

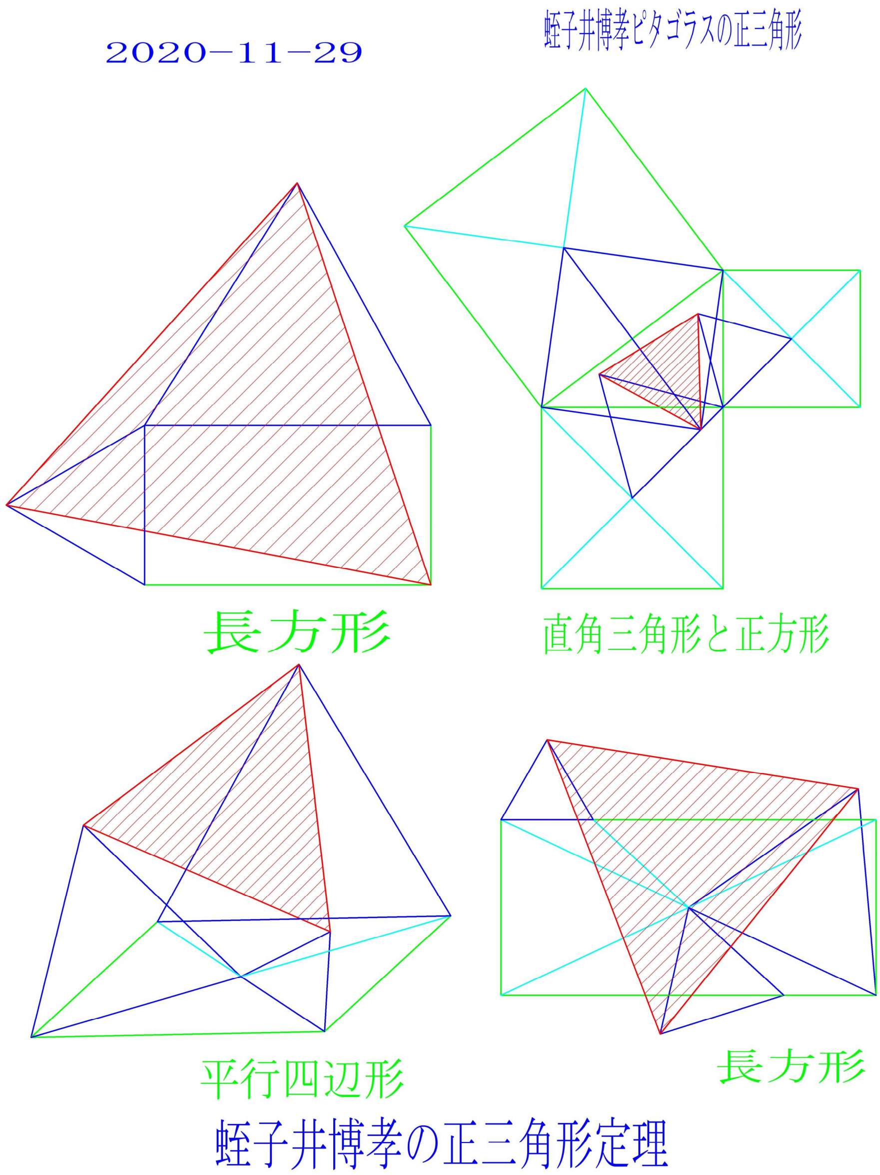
2020-12-5





幾何数学ととも
発行日　2020 年 12 月10日
編著　　蛭子井博孝
発行者　蛭子井博孝
発行所　　幾何数学研究センター
連絡先　090 − 4800 − 9285
http://hirotaka-ebisui.com
http://ebisui-hirotaka.com/
http://ebisuihirotaka.com/
印刷製本　幾何数学研究センター

。


2020-11-29
蛭子井博孝ピタゴラスの正三角形
長方形
直角三角形と正方形
平行四辺形
長方形
蛭子井博孝の正三角形定理