

# 共点共線共円定理の数表化について

蛭子井 博孝 *Hiroataka EBISUI*

概要: 共線共点定理は数多くあり、幾何数学の基本的な命題として、古くから研究され、人の名や、本質の性質を表す名がついてきた。だがそれだけでは、定理の構成造は、明らかでない。そこで、今回は、共線の点の数や、共点の線の数を用いて共線共点定理図を分析し、数表化してみて、その違いや複雑さを考察した。これにより、定理が新種かどうか、わかり、分類項目も、見つかるだろう。

キーワード : 平面幾何学 / 共点共線共円定理 / 共点共線共円分析 / バラの定理

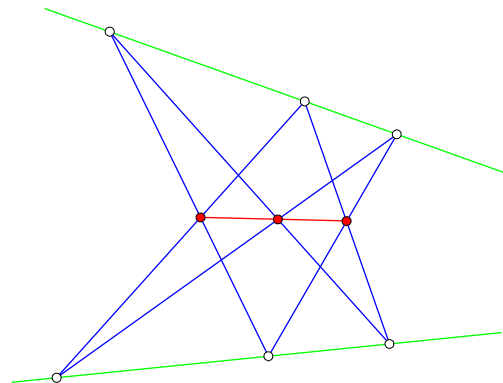
## 1. はじめに

三角形の重心垂心に見られる3線が共点である定理や、パプスやパスカルに見られる共線定理などは、古典幾何学において、重要な位置を占めている。さらに、シュタイナーや、シムソンの定理など、射影幾何学、ユークリッド幾何学において、興味ある定理が発見されている。これらは、その証明問題としての価値ばかりでなく、その構造的に、単純性や、簡潔性があるものである。蛭子井発見の共点共線定理は、参考文献[1]~[8]にもあるが、今回 新しく見つけたものとバラの定理に関して、交点の数表化である共点共線共円分析を試みた。一点を何本の線が通るか、そんな点が何個あるか、一線上に、何点あるか、そんな線が何本あるか等を表にした。その点、線の並びと構成を表で確かめてもらいたい。

## 2. 歴史上の定理の共点共線共円分析

はじめに述べた4つの既存の定理の共点共線共円分析を行った。共点共線共円分析表のつくりかたは、図と表が、実際に、合っていることを、図表1~図表4で確かめてもらいたい。

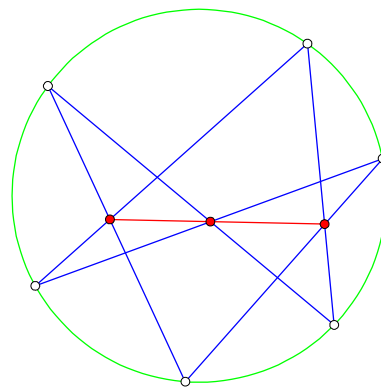
### 2.1 パプスの定理の共点共線(共円)分析



共点線数	点の数	累計	共線点数	線の数	累計
3	9	27	3	9	27

図表 2-1 1:1 型 1 共線 タイプ

### 2.2 パスカルの定理の共点共線共円分析

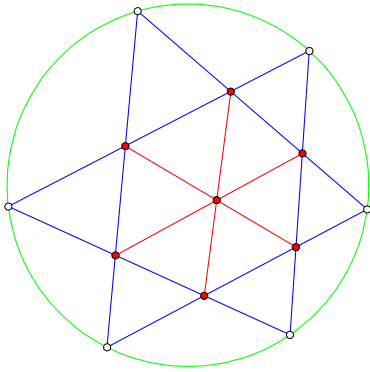


共点円数	共点線数	点の数	累計
1	2	6	18
	3	3	27
共円点数	共線点数	円(線)の数	累計
6	1	1	6
	3	(7)	27

図表 2-2 2:2 型 1 共線 タイプ

\*図表 1 を図表 2,3,4 では縦に 2 段にしている。  
 同じ構造の上の 2 定理が、2 直線を円に置き換え  
 たけで、表が複雑になっていることがわかる

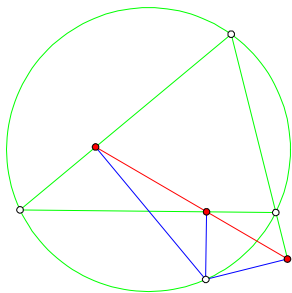
2.3 シュタイナーの定理の共点共線共円分析



共点線数	共点円数	点の数	累計
2	1	6	18
3		7	39
共円点数	共線点数	円(線)の数	累計
6		1	6
4		(6)	30
3		(3)	39

図表 2-3 2:3 型 1 共点 タイプ

2.4 シムソンの定理の共点共線共円分析



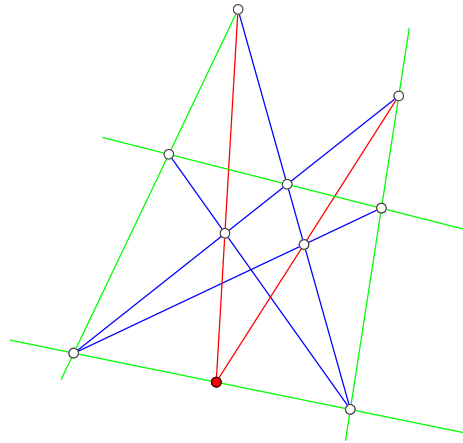
共点円数	共点線数	点の数	累計
1	2	3	9
1	3	1	13
	3	3	22

共円点数	共線点数	円(線)の数	累計
4		1	4
	3	(4)	16
	2	(3)	22

図表 2-4 3:3 型 1 共線 タイプ

3. 新定理の共点共線(共円)分析

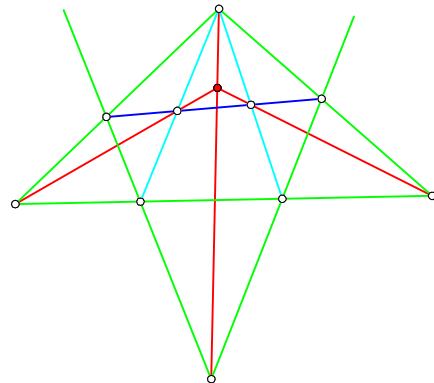
3.1 4 辺系边上共点定理



共点線数	点の数	累計	共線点数	線の数	累計
4	2	8	4	2	8
3	8	32	3	8	32

図表 3-1 2:2 型 1 共点 タイプ

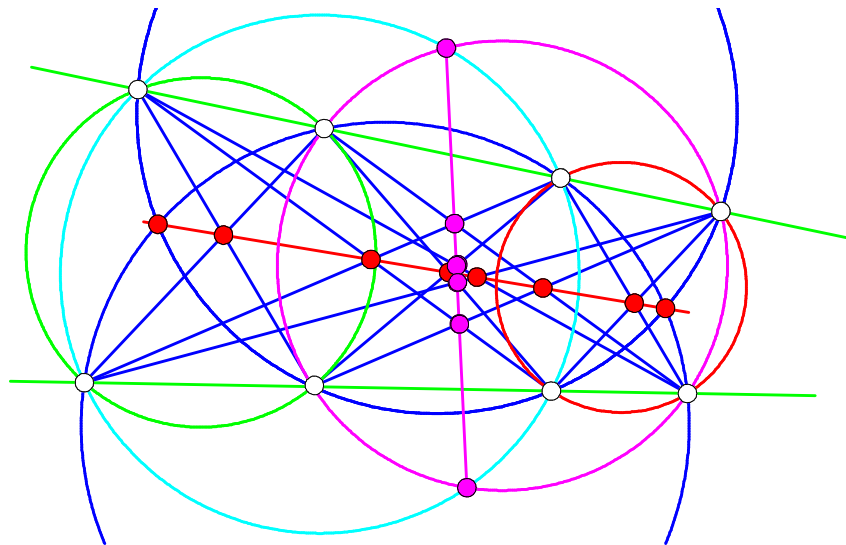
3.2 五角形翼の定理



共点線数	点の数	累計	共線点数	線の数	累計
5	1	5	4	2	8
3	10	35	3	9	35

図表 3-2 2:2 型 1 共点 タイプ

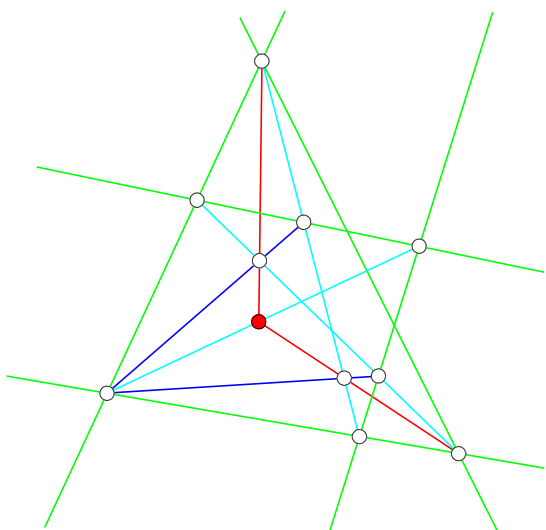
### 3.3 共線と共円の定理



共点円数	共点線数	点の数	累計	共円点数	共線点数	円(線)の数	累計
3	4	8	56	6		4	24
2	1	4	68	4		2	32
	3	10	98		8	(1)	40
					6	(1)	46
					4	(10)	86
					3	(4)	98

図表 3-3 3:6 型 2 共線 2 共円 タイプ

### 3.4 4+1 線の共点の定理



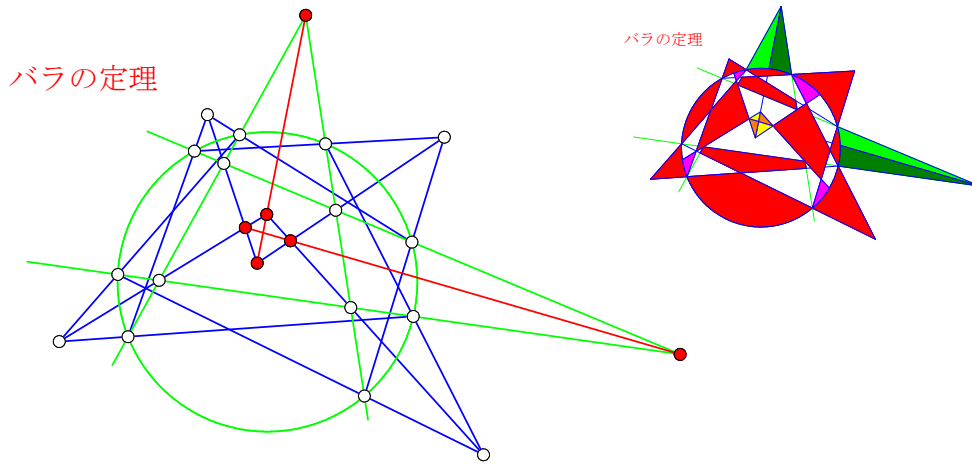
共点線数	点の数	累計	共線点数	線の数	累計
5	1	5	4	2	8
4	2	13	3	9	35
3	8	37	2	1	37

図表 3-4 3:3 型 1 共点 タイプ

\*3 節では、近作の定理について、共点共線共円分析を行った。各定理の累計が一致し、点作図(ぼち)の付方が正しいことがわかった。これで、定理図として使えるだろう。

## 4 バラの定理数種の分析

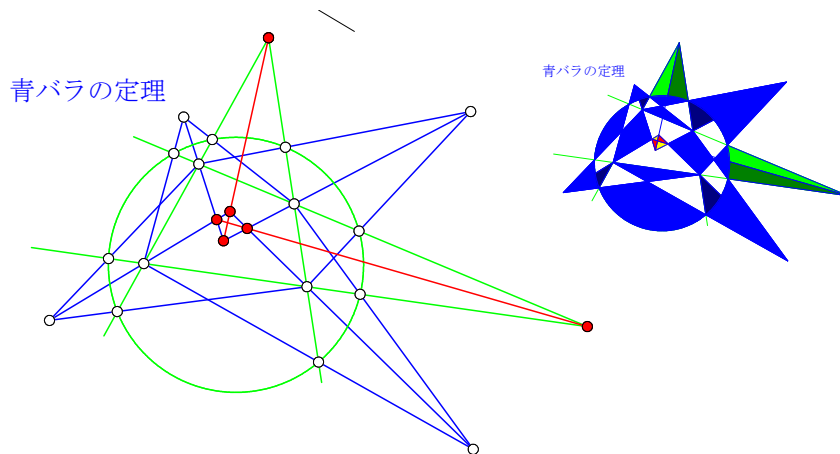
### 4.1 赤バラの定理



共点円数	共点線数	点の数	累計	共円点数	共線点数	円(線)の数	累計
1	3	8	32	8		1	8
	3	14	74		5	(4)	28
					4	(4)	44
					3	(10)	74

図表 4-1 2:4 型 2 共線 タイプ

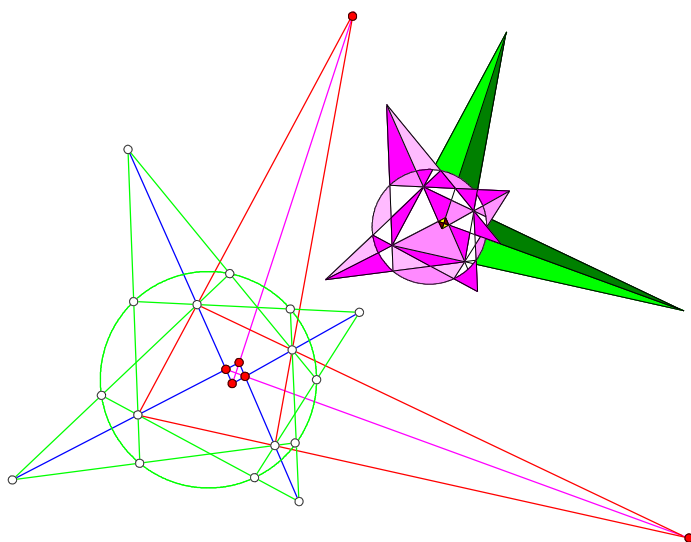
### 4.2 青バラの定理



共点円数	共点線数	点の数	累計	共円点数	共線点数	円(線)の数	累計
1	2	8	24	8		1	8
	3	10	54		5	(4)	28
	5	4	74		4	(4)	44
					3	(10)	74

図表 4-2 3:4 型 2 共線 タイプ

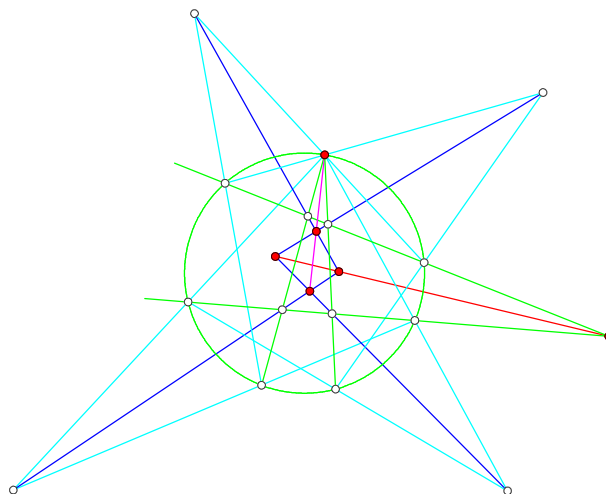
### 4.3 ピンクバラの定理



共点円数	共点線数	点の数	累計	共円点数	共線点数	円(線)の数	累計
1	2	8	24	8		1	8
	5	4	44		4	(12)	56
	3	10	74		3	(6)	74

図表 4-3 3:3 型 2 共線 タイプ

### 4.4 7 点バラの定理



共点円数	共点線数	点の数	累計	共円点数	共線点数	円(線)の数	累計
1	3	6	24	7		1	7
1	7	1	32		5	(2)	17
	3	13	71		4	(6)	41
					3	(10)	71

図表 4-4 3:4 型 2 共線 タイプ

\*4節で、バラの定理のはじめの3つが、累合計数、74の定理であることが、わかった。つまり、累合計数は、定理固有のものかもしれない。7点バラは、円周交点8が7に縮退しているの、累計が71だろう。

## 5. 結び

点や線と円の数を共点、共線で数え、数表化した。その表は、定理の図表キャプションのような数による特徴付けといえる。単純な図形ほど数表も単純である、バップス、パスカルや、バラの定理のように同種の物は、累計が、一致していた。とにかく、分析表をもっと多様に集めるといろいろなことが言えるだろう。今回は、定理の読図とは、別に、構成造を数値によって楽しむことができた。まだ、明確な、性質を絞り出すには至っていない。図表1-1～図表4-4は、定理の固有性を持つものといっても過言ではない。分析表は、今のところ、定理の複雑さを大雑把に見る1指標で、図に、数表を付加させた、定理の別表現でもある。

本論では、表16を定理図に付加したが、共点共線定理のほとんどの場合をカバーしているのではなからうか。それで、これらの図表の共点共線共円分析が平面幾何学の定理とは、何か、を考察する、ユークリッド、射影幾何、非ユークリッド、微分幾何という、これまでの幾何学とは、別の観点からの手がかかりになるのではなからうか。

## 参考文献

- [1] 蛭子井博孝, “ デカルトの卵形線の2・3の性質”, 図学研究,12号 (1973)
- [2] 蛙の子(蛭子井博孝), “ ある共線定理”, 数学セミナーノート、(1981)
- [3] 蛭子井博孝, “ 射影変換で不変な一共点定理”、図学研究, 77号 (1997).
- [4] 蛭子井博孝, “ 共点共線定理の円表現”、1998年大会学術講演論文集、日本図学会
- [5] 蛭子井博孝, “ 続射影変換で不変な一共点定理(円表現)”, 図学研究、81号、(1998)
- [6] 蛭子井博孝, “ 卵形線とコンフィギュレーション”、2002年大会学術講演論文集、5月、日本

図学会

- [7] 蛭子井博孝, “ ある共線定理(バラの定理)とある接円(ザクロの定理)”, 63回形の科学会, (2007)
- [8] Hiroataka Ebisui ; “ COLLINEAR NOTE ”, ICGG2010、ポスターセッション、京大、(2010)

## 著者紹介

えびすい ひろたか： 幾何数学研究センター、〒740-0012 山口県岩国市元町4丁目12-10  
ebisuihirotaka@io.ocn.ne.jp