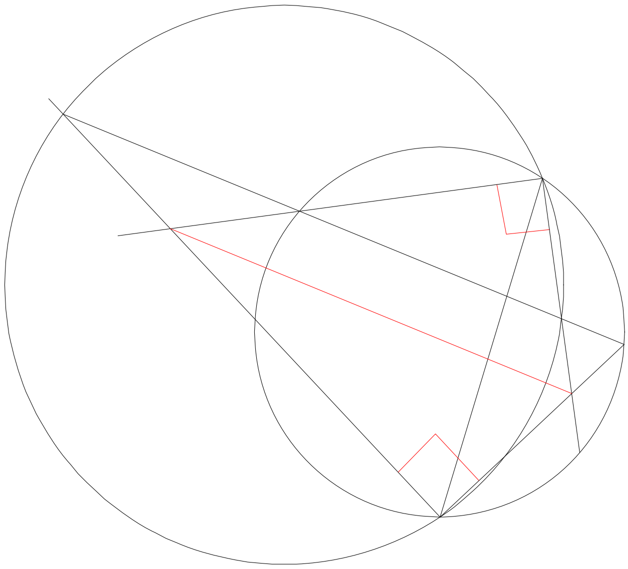
幾何数学　試論

蛭子井博孝著

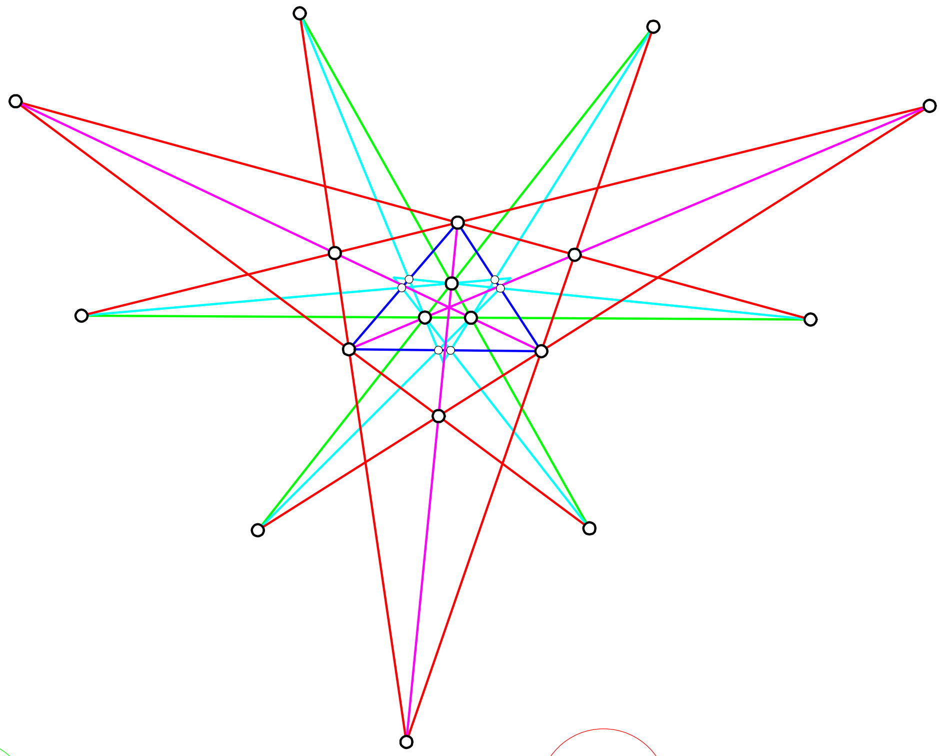


フーリエ回折のフーリエ変換と空間周波数とがわからないと、数学と物理の次元、空間はわかったといえない。私は、幸い、学生時代、阪大応物で、それを、マスターできた。
従って、幾何数学（物理数学）的存在を、物理的にも、数学的にも、考えることができる。ここに、幾何数学、物理空間の定立とは、基本要素の存在と等しいことの存在が定立することから始まる。すなわち、直線（ベクトルの存在)、円（ベクトルの等しいものの存在)、２直線の定立とは：直交（ベクトルの内積０の存在)、平行（ベクトルの外積０の存在)、円と直線、円と円の定立とは：交わらない、接する（微分する)、交わる、2 直線と円の同等性（射影幾何学)、こうして考えていくと、ここでいう 2 円系の定立は、何であろうか、このような基礎概念を確立するための幾何数学の関係構図を研究する試みをここに、著す。舌足らずであったが、上の構図から、定立してみられたい。

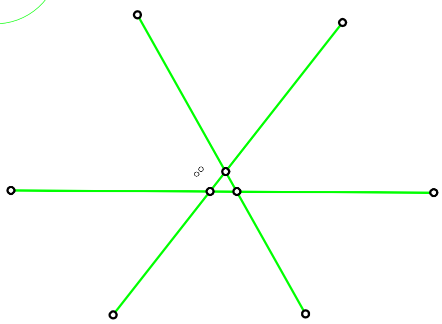
幾何数学研究センター

HexagonTheorem

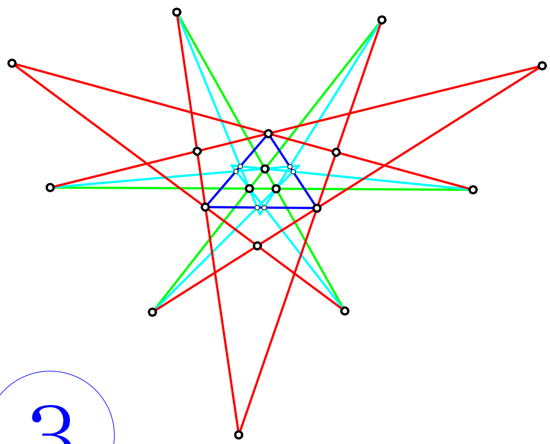
蛭子井博孝ー5-0



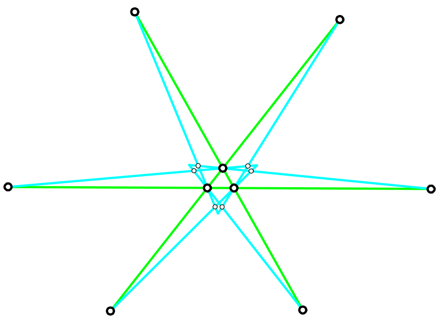
1



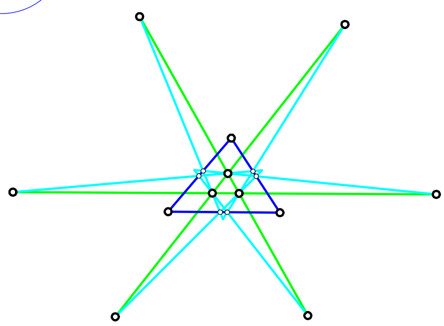
4



2



3

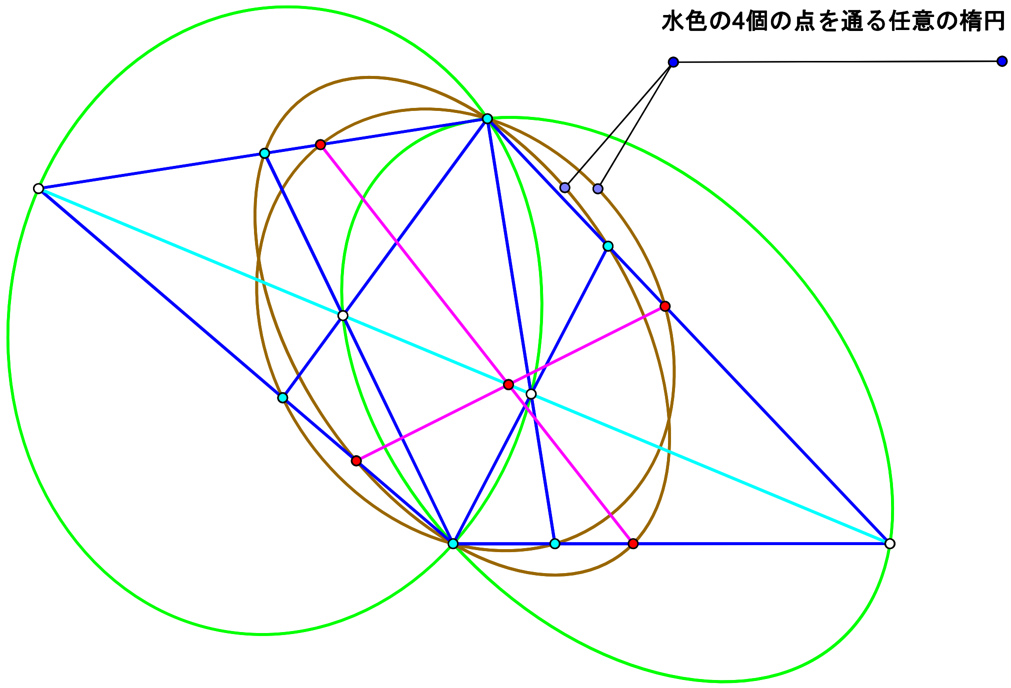


蛭子井博孝 - 2016 - 縮尺（cm単位）: 2:1

(1.54, 12.71)

2楕円系の共線定理

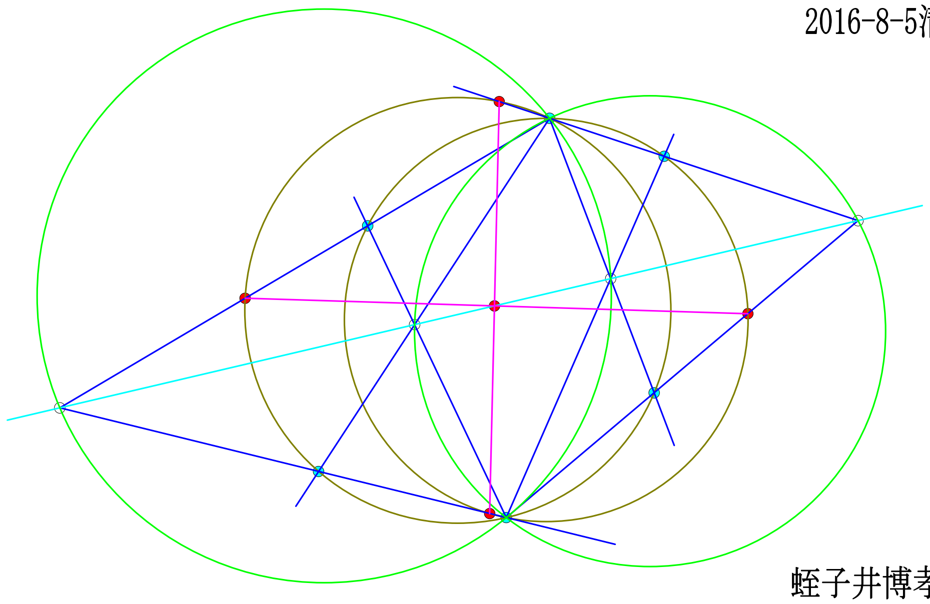
２０１６－８－４



蛭子井博孝

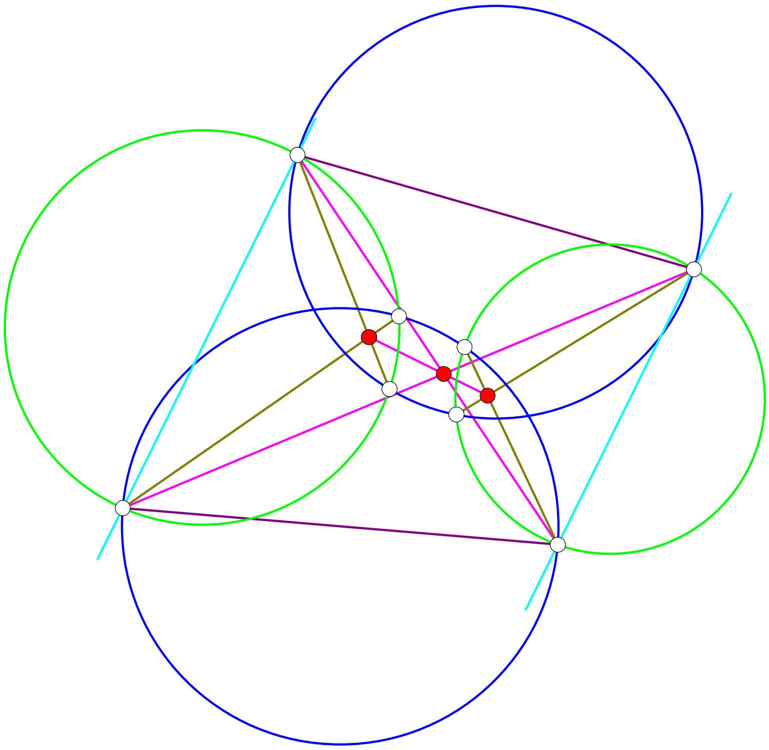
2円一直線交点共線定理

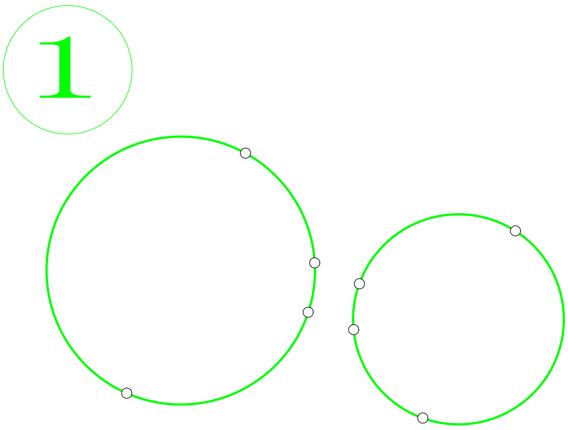
2016-8-5清書

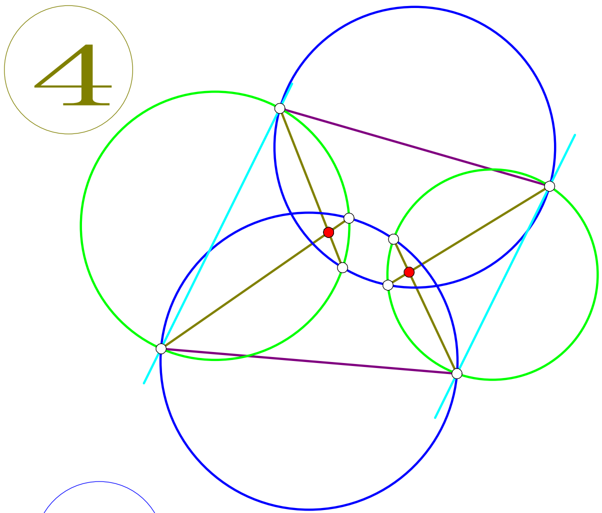


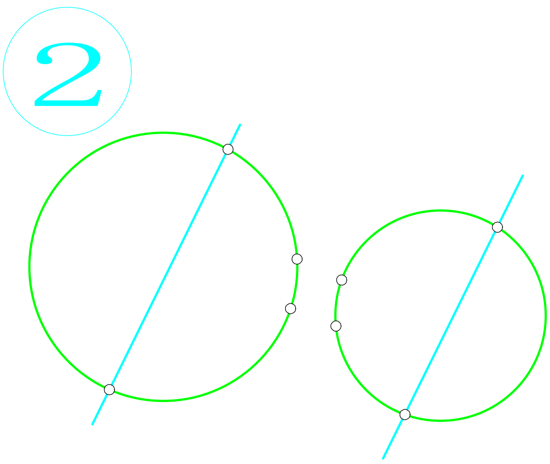
蛭子井博孝

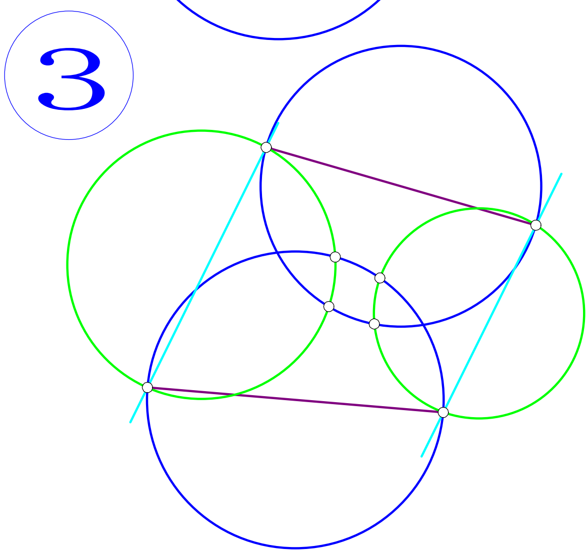
Hirotaka.E-5-1



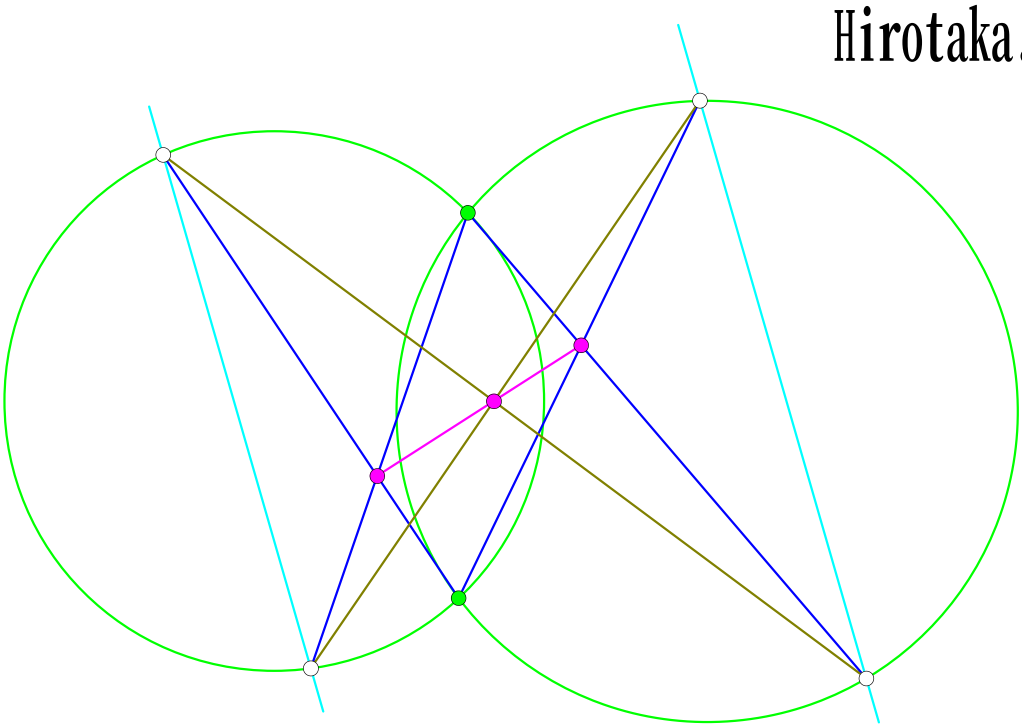




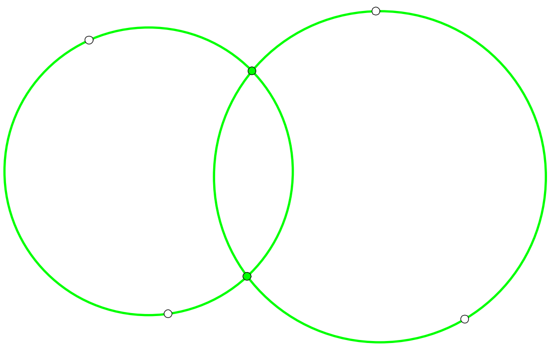




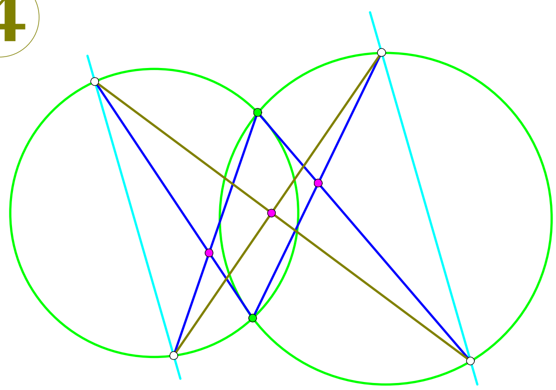
Hirotaka.E-5-2



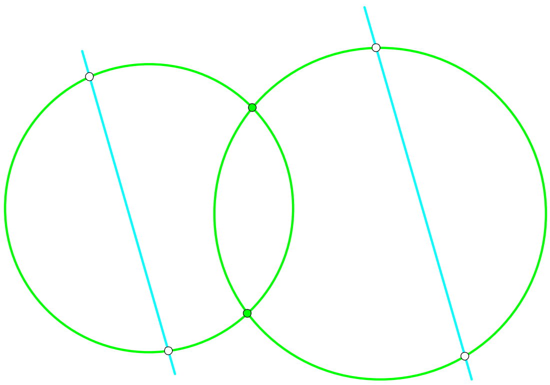
1



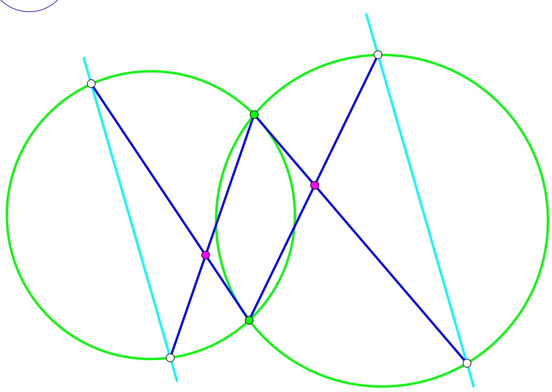
4



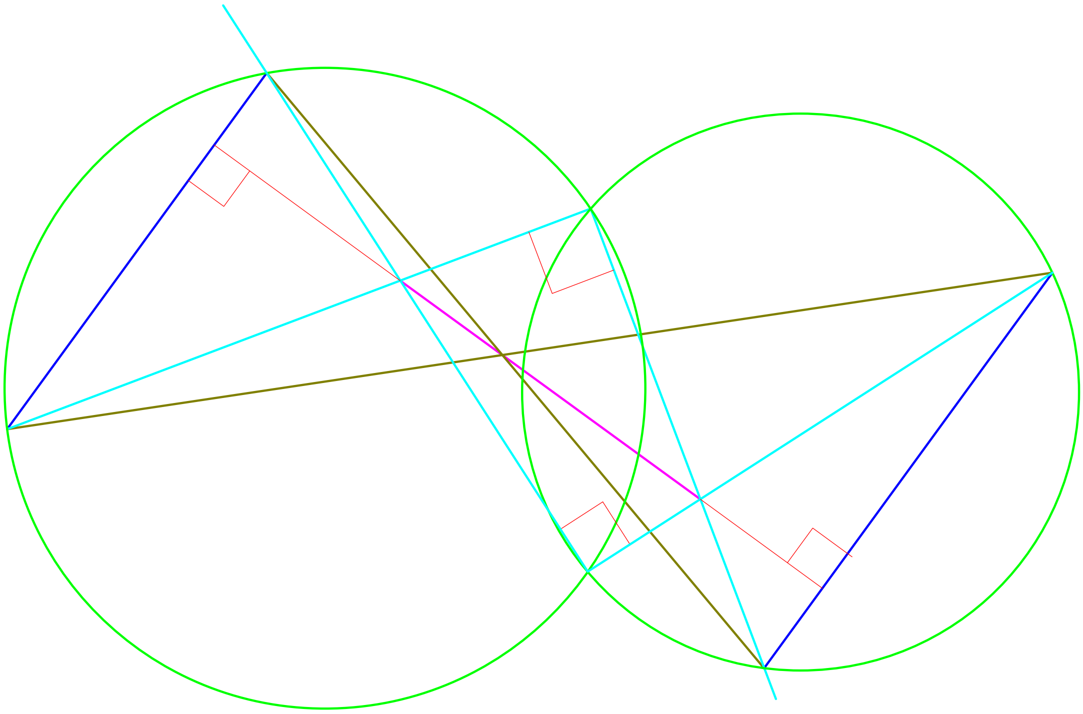
2



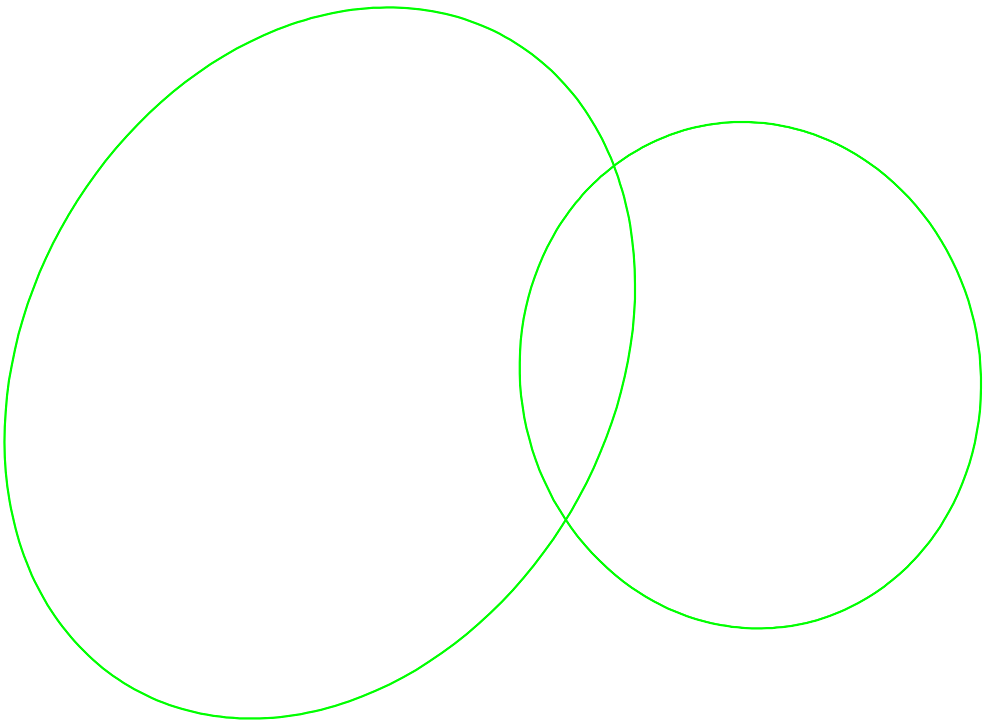
3



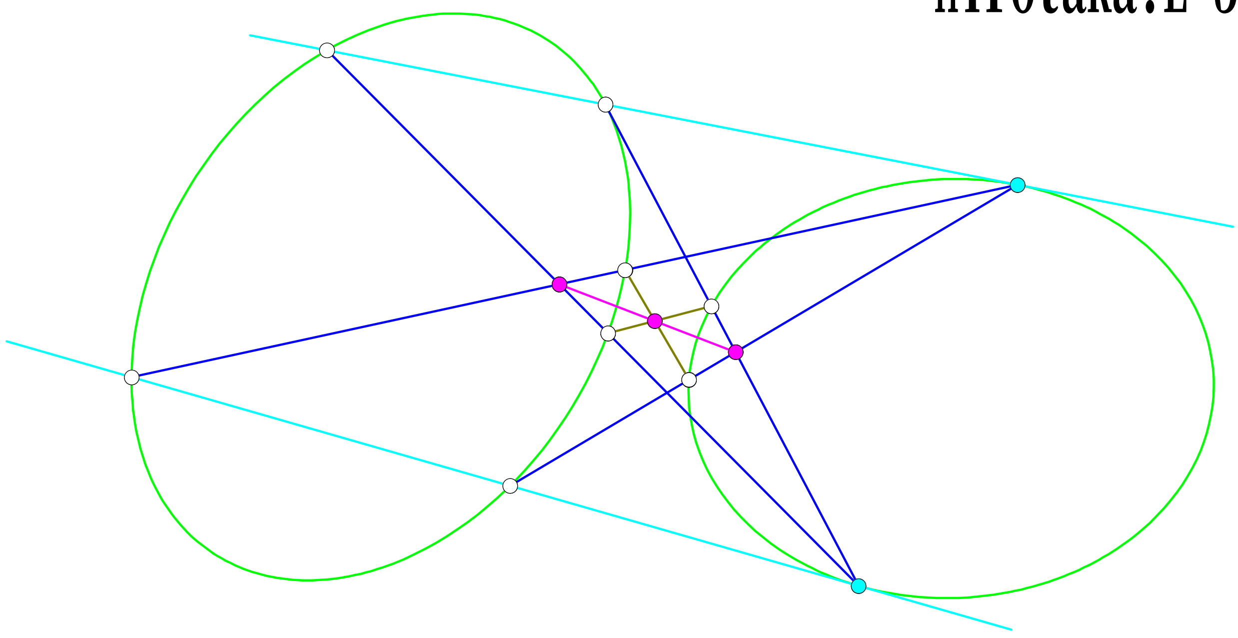
Hirotaka.E-5-3



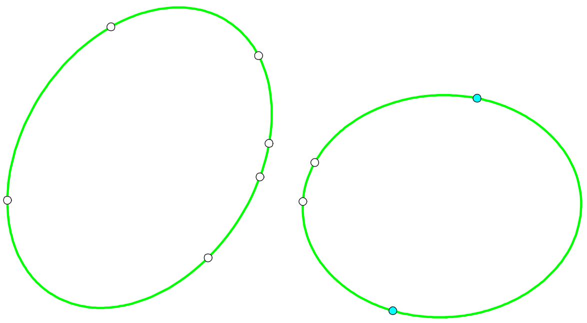
上の2円系の関係構図を下の2楕円形に実現せよ



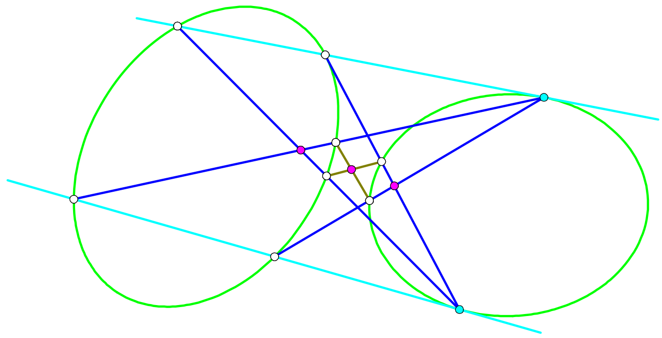
Hirotaka.E-5-4



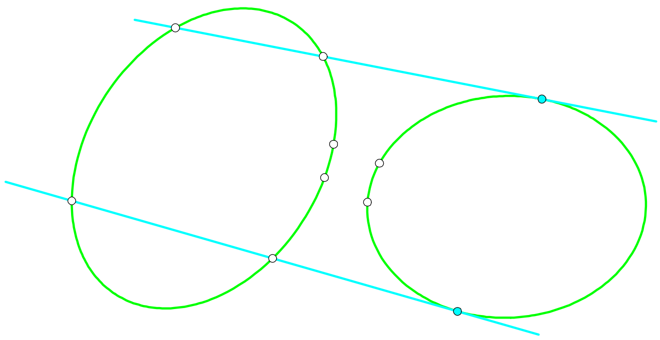
1



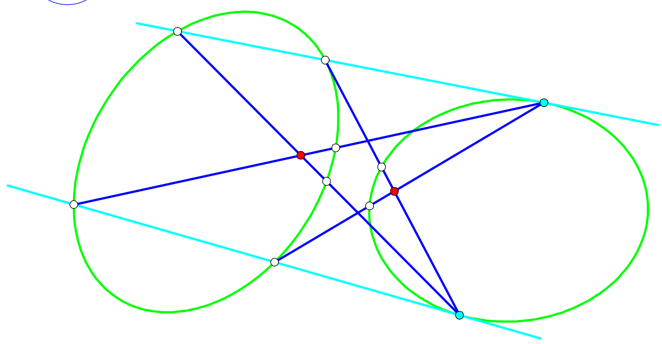
4



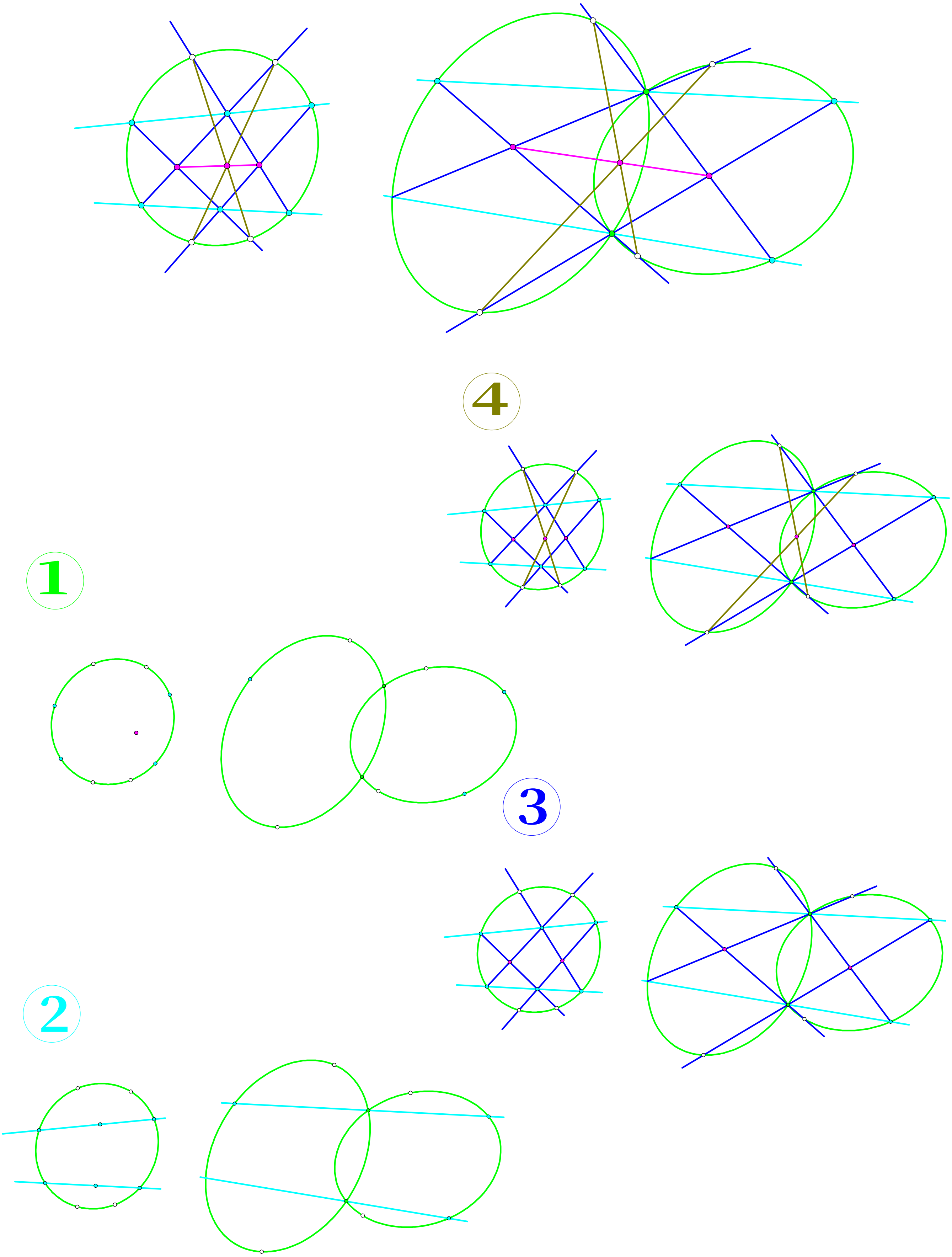
2



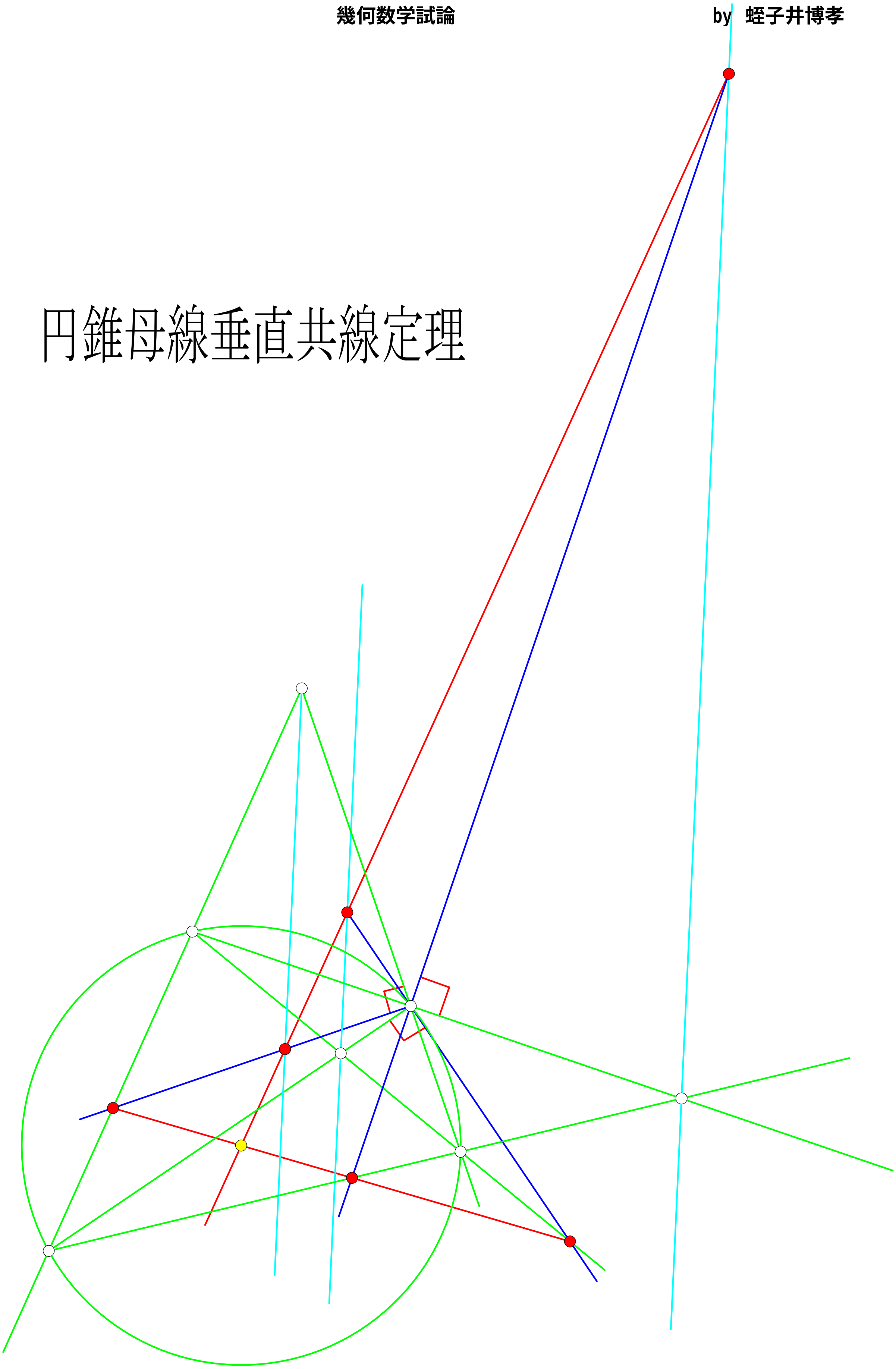
3



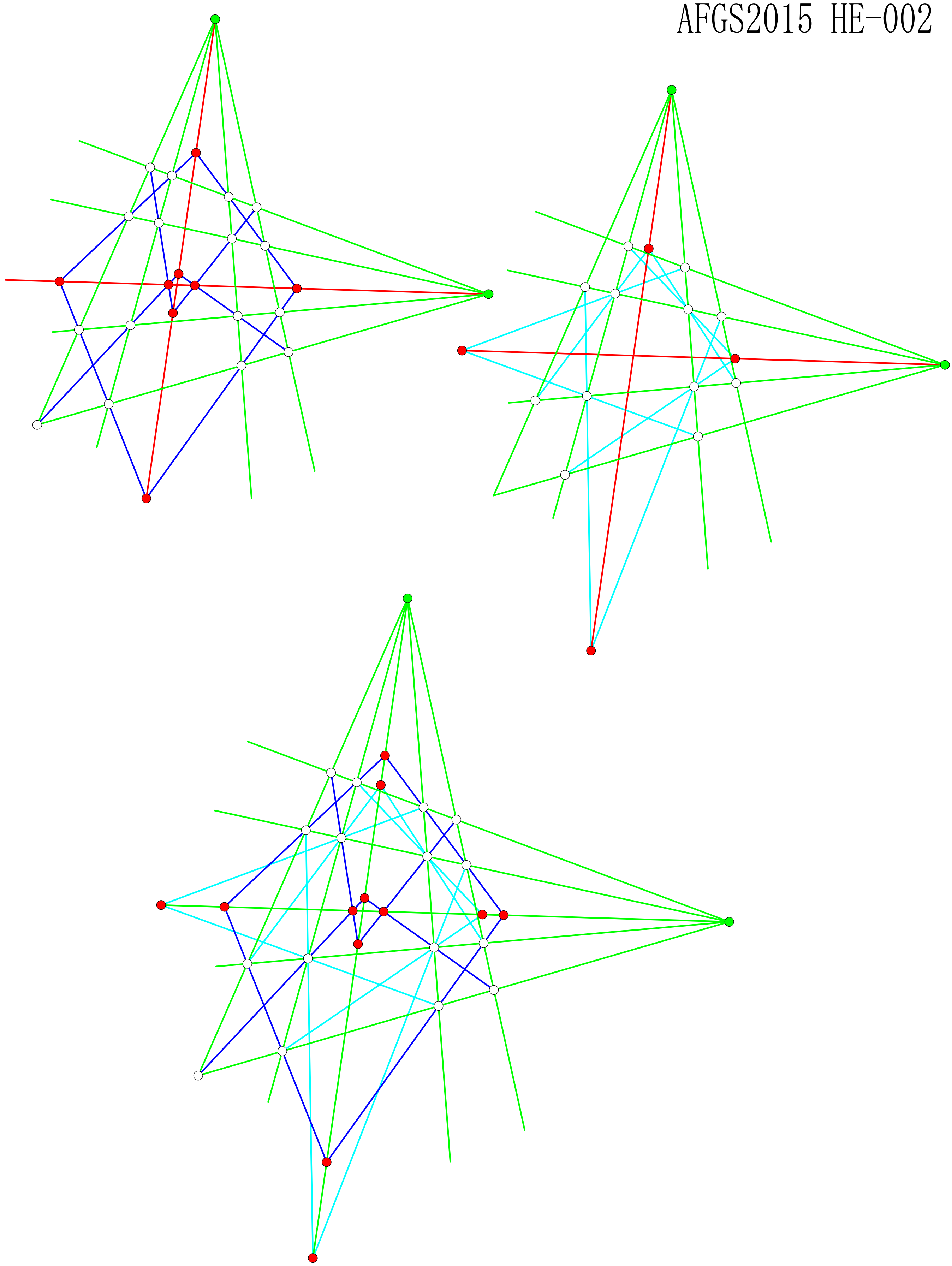
Hirotaka.E-5-5



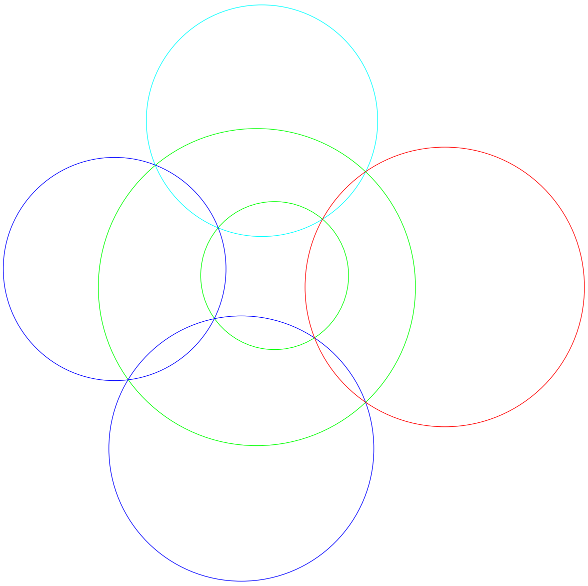
円錐母線垂直共線定理



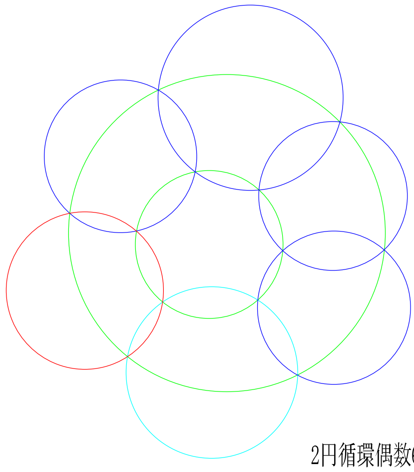
AFGS2015 HE-002



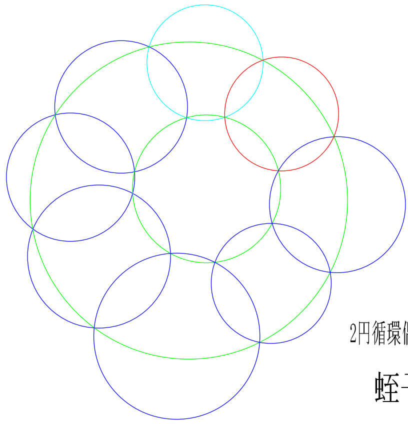
2円偶数の定理



2円循環偶数４円の定理

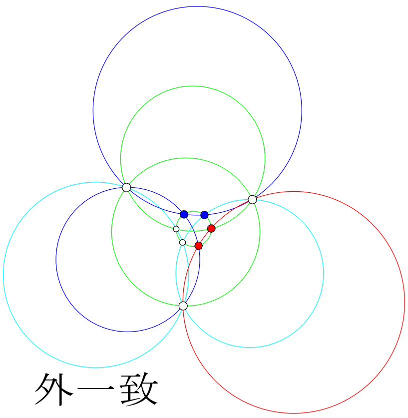


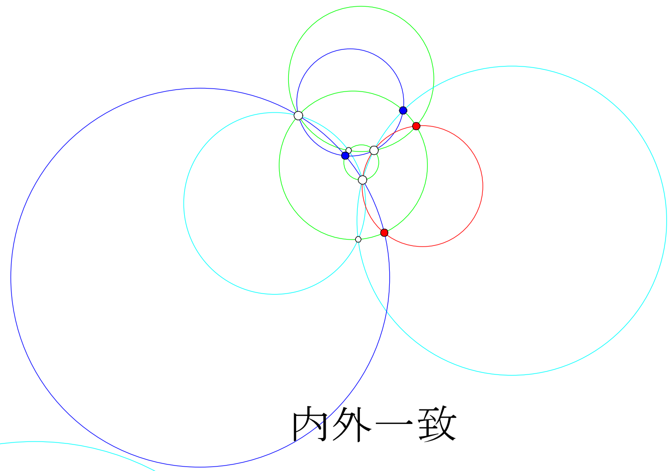
2円循環偶数6円の定理

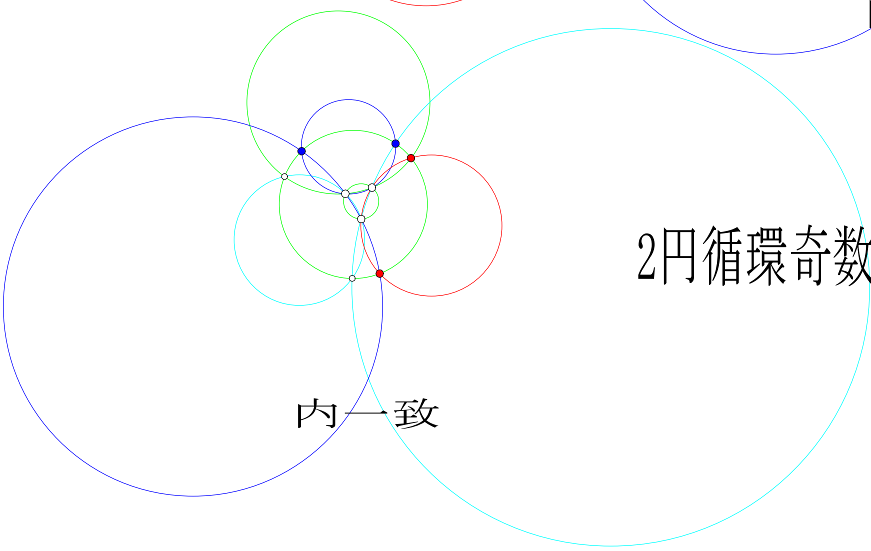


2円循環偶数8円の定理

蛭子井博孝







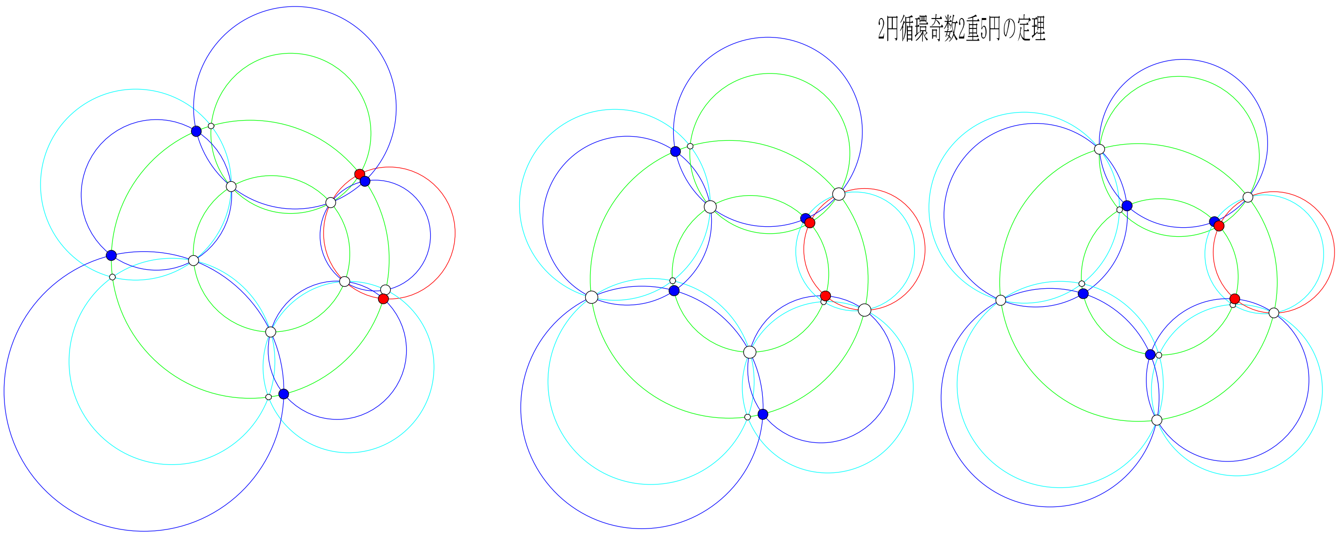
2円循環奇数2重円の定理

2円循環奇数2重3円の定理

蛭子井博孝

2円循環奇数2重円の定理

2円循環奇数2重5円の定理

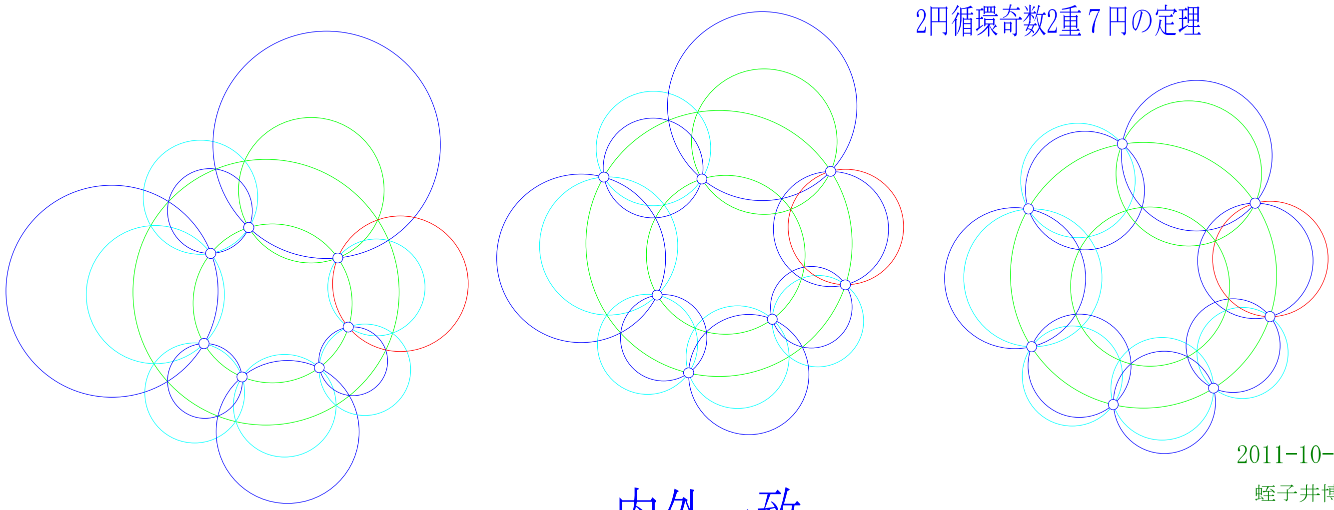


内一致　　内外一致　　外一致

蛭子井博孝

2円循環奇数2重円の定理

2円循環奇数2重７円の定理



2011-10-10

蛭子井博孝

内外一致

外一致

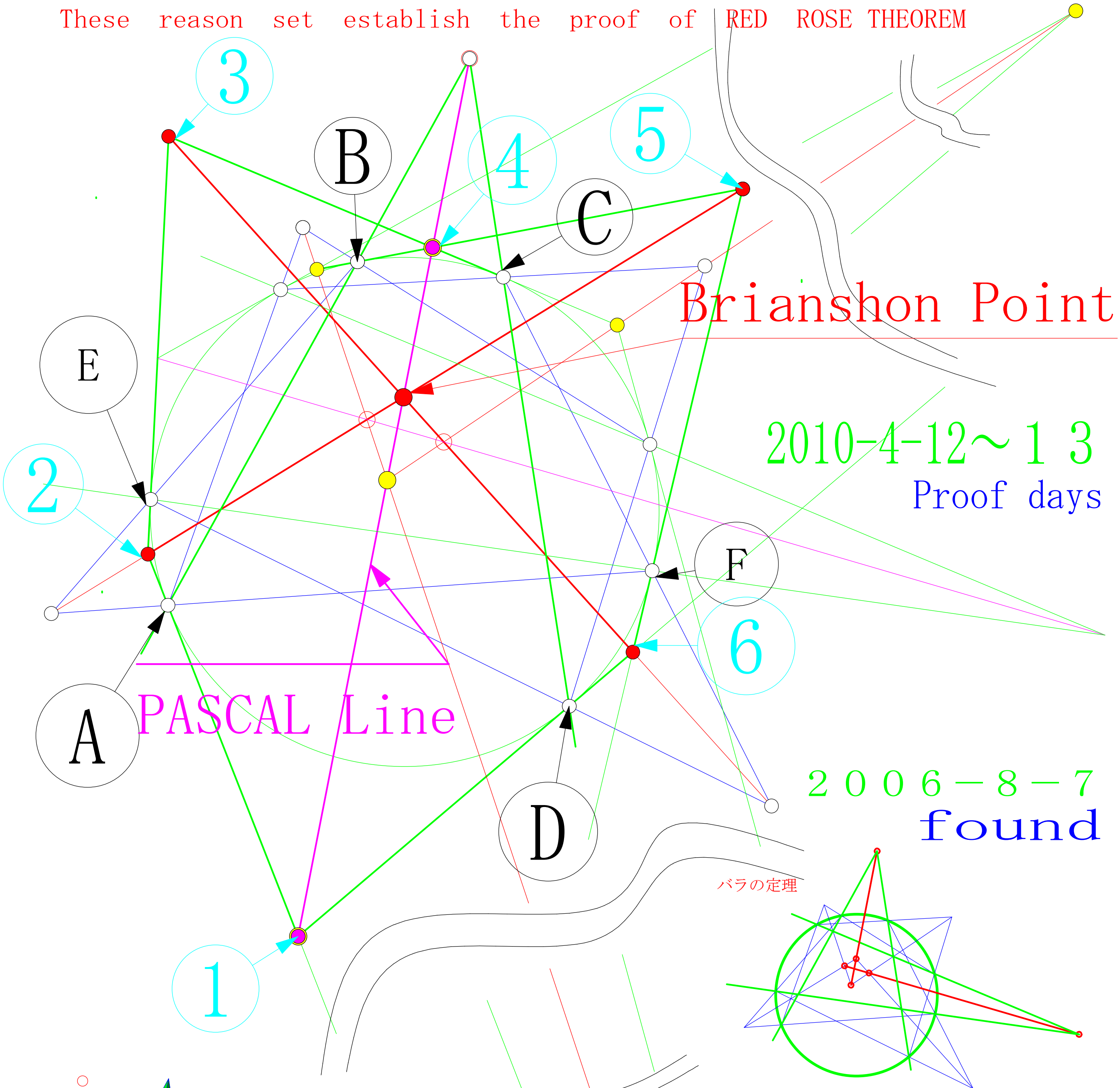
内一致

The Proof Principale Of RED ROSE THEOREM is Here.

凹Tangent Hexagon of①②③④⑤⑥ makes Brianshon Point of A,B,C,D,E,F

Brianshon Point of A,B,C,D,E,F is on Pascal Line of A,B,C,D

These reason set establish the proof of RED ROSE THEOREM

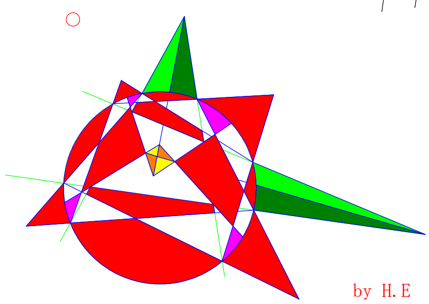


2010-4-12～１３
Proof days

２００６－８－７
found

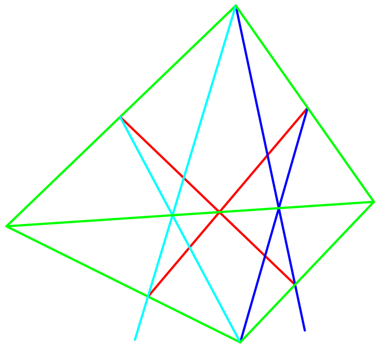
Hirotaka Ebisui

蛭子井博孝

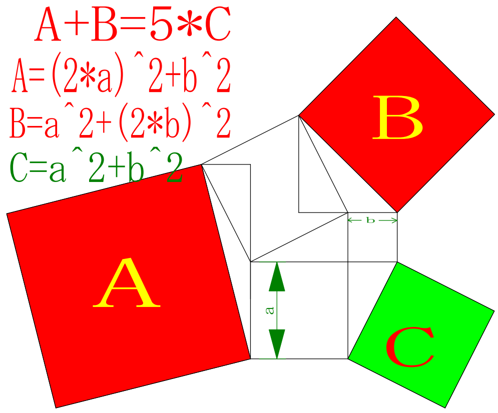


2010-12-19 Finished

http://aitoyume.de-blog.jp/

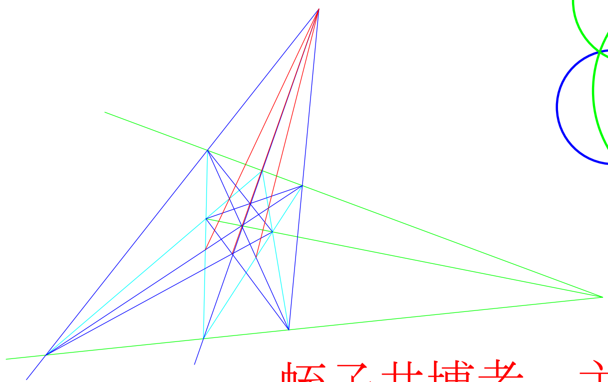


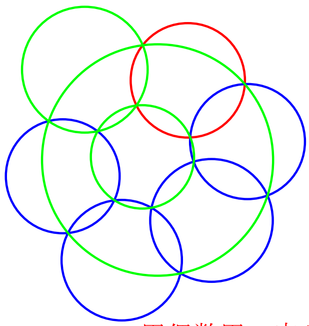
３×5点共線定理



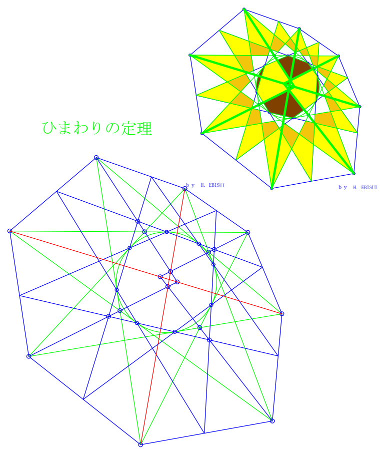
ピタゴラス5倍定理

Ebisui-Papus-Papus Theorem

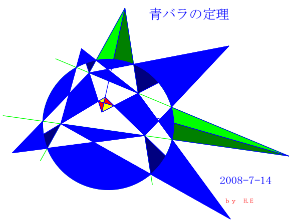




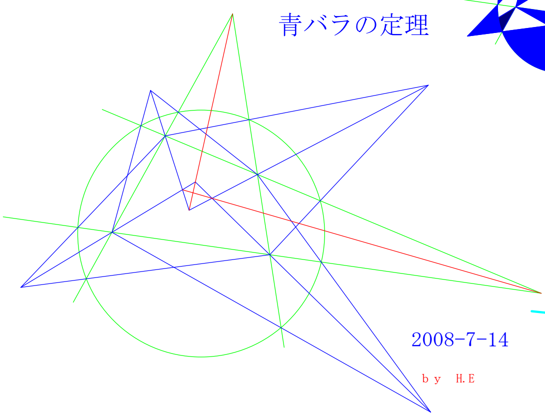
2円偶数円の定理



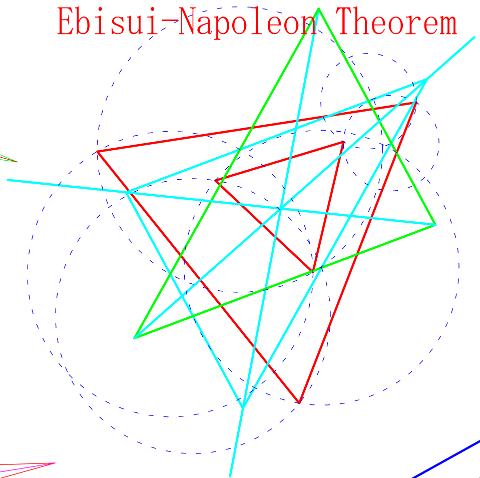
蛭子井博孝　主要10題成果

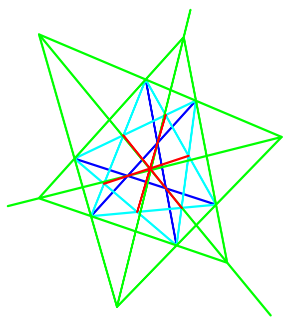


青バラの定理

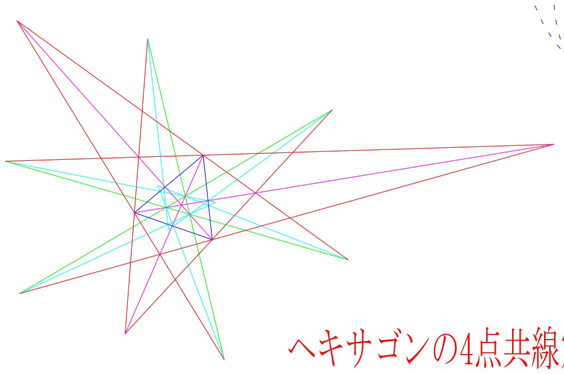


Ebisui-Napoleon Theorem

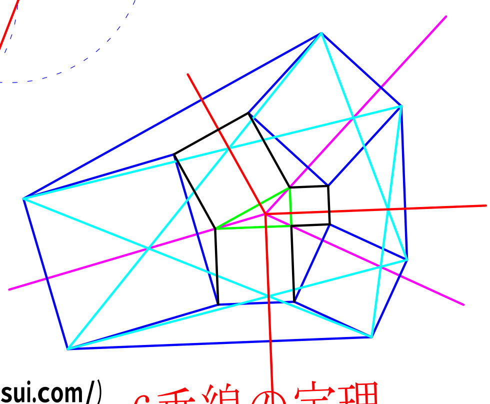




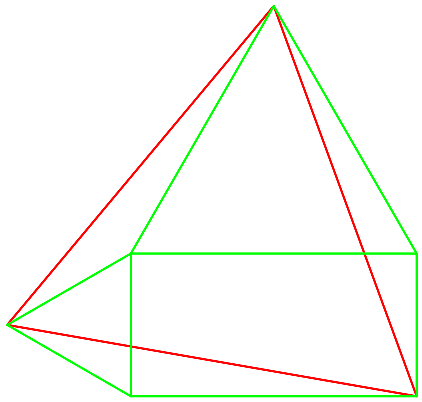
星々の定理



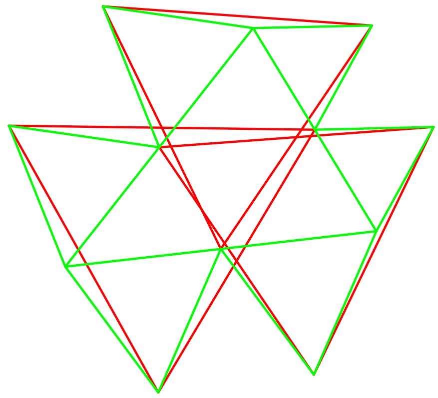
ヘキサゴンの4点共線定理



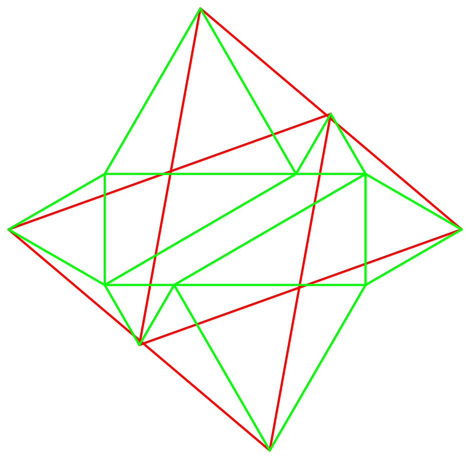
6垂線の定理



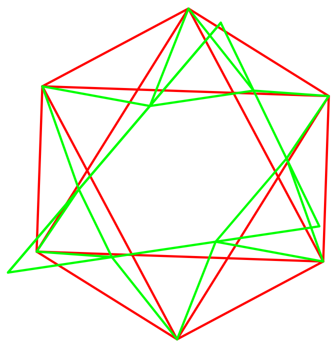
Poster R-001



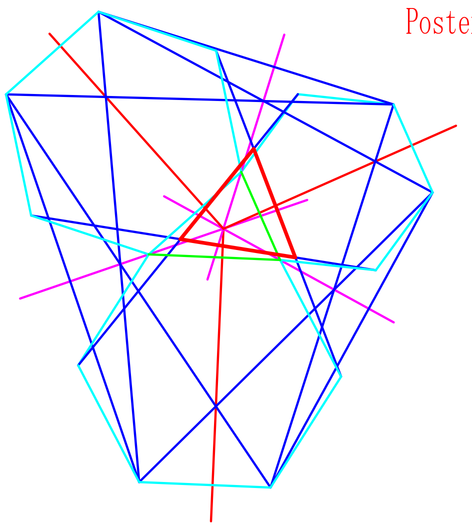
Poster R-002



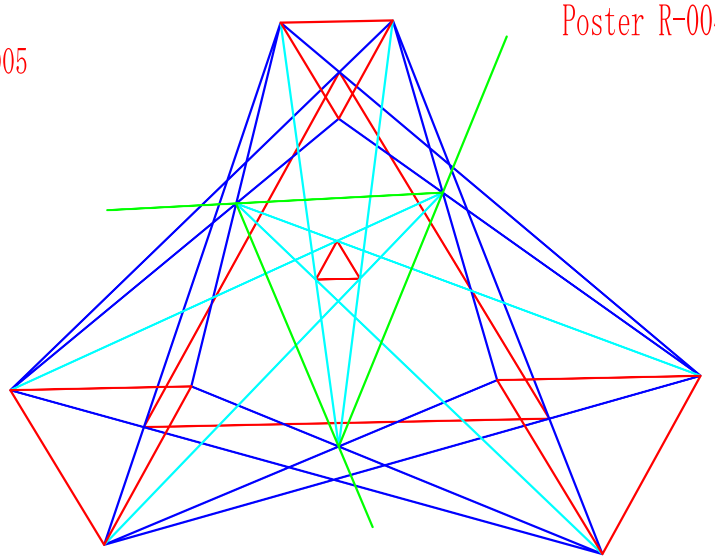
Poster R-003



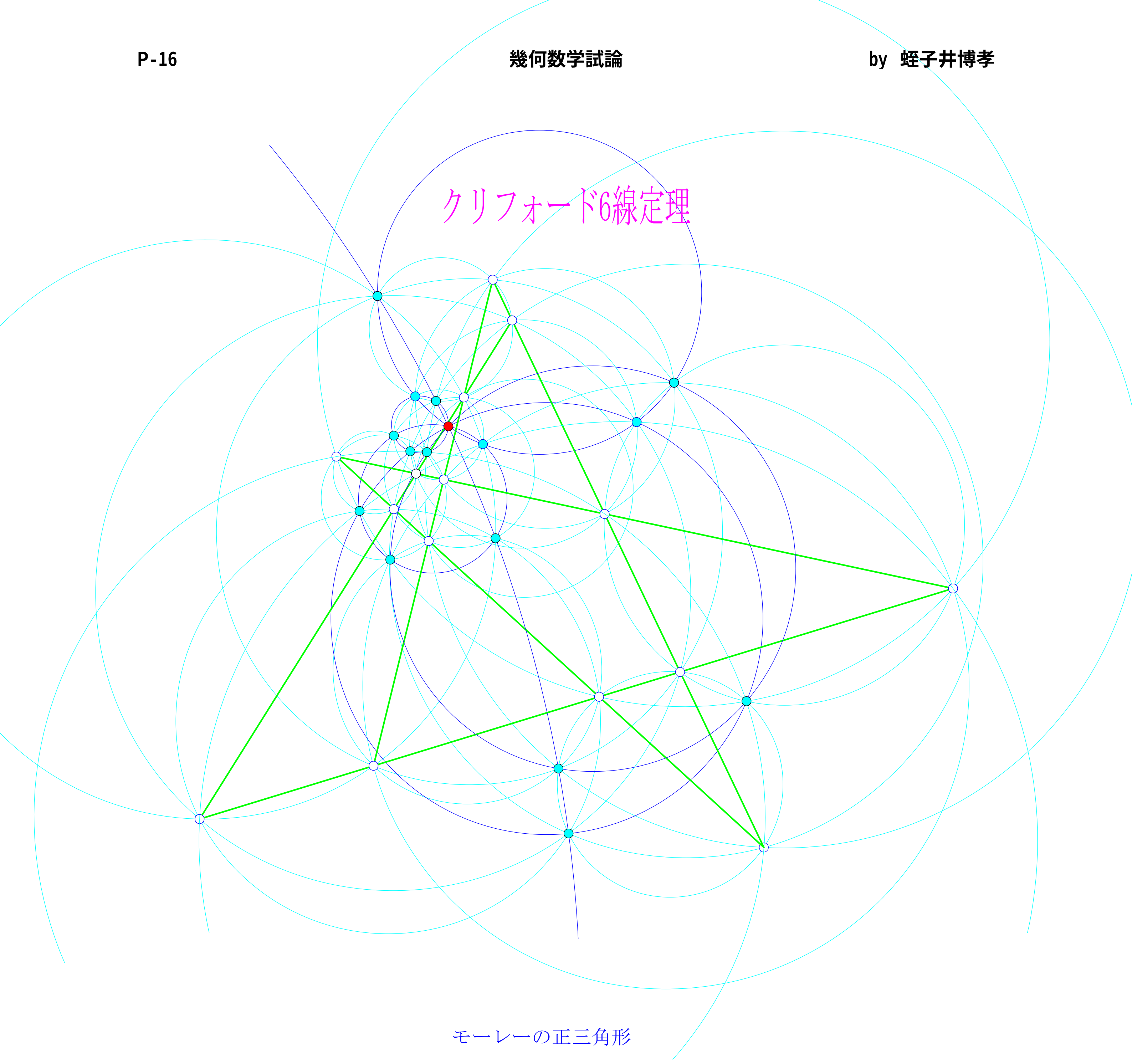
Poster R-005



Poster R-004

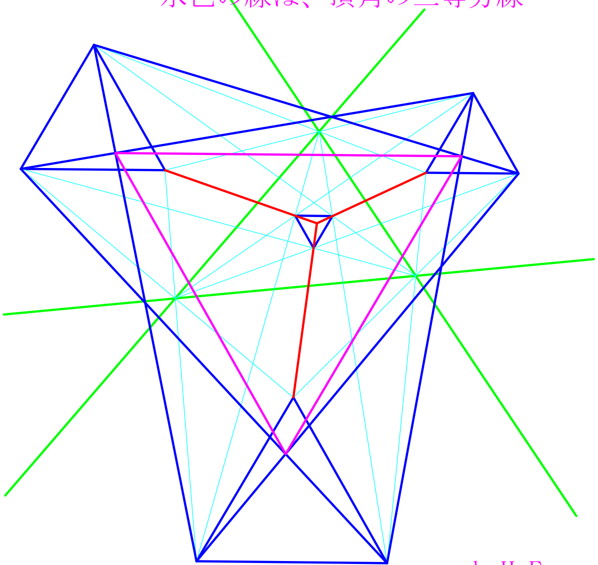


クリフォード6線定理



モーレーの正三角形

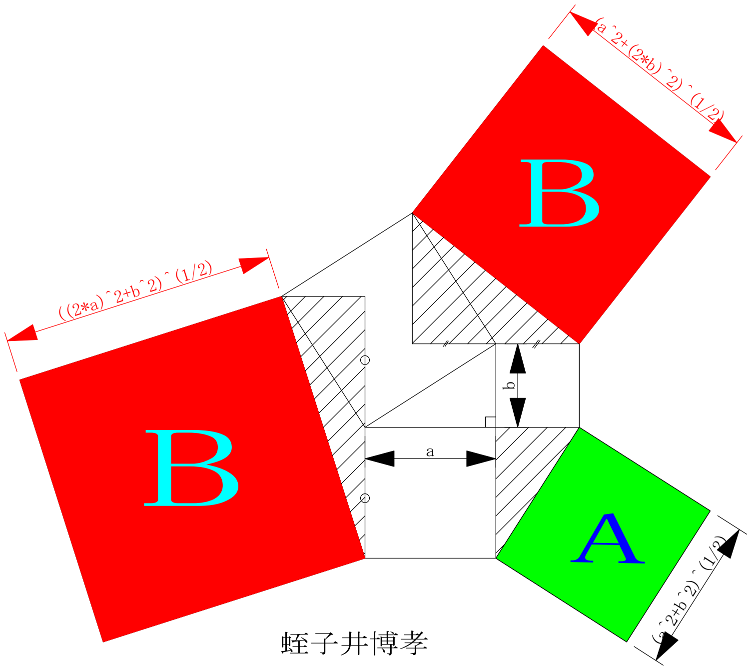
水色の線は、頂角の三等分線



ピタゴラスの5倍の定理

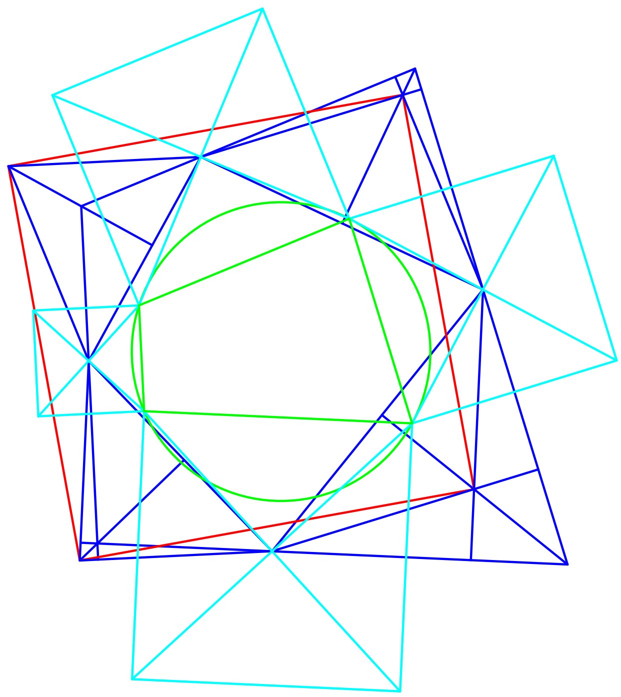
Bの面積の和は、Aの面積の5倍

証明 (a^2+4*b^2)+(4*a^2+b^2)=(a^2+b^2)*5



蛭子井博孝

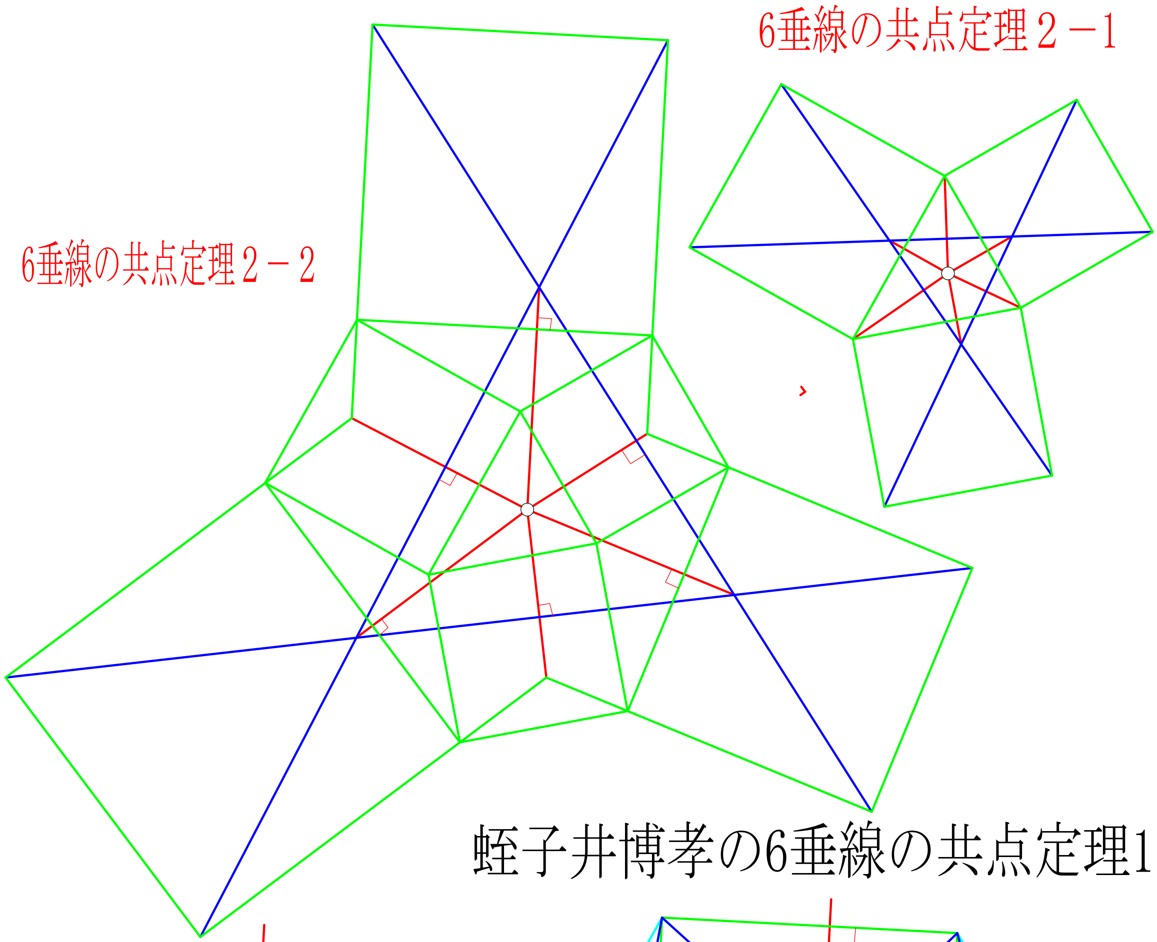
エビスイヒロタカ　垂心　正方形の定理　　Poster S-006



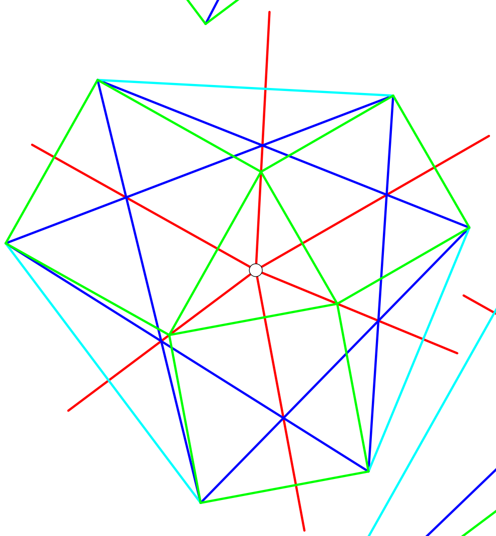
２０１５ー4-１４清書

6垂線の共点定理２－１

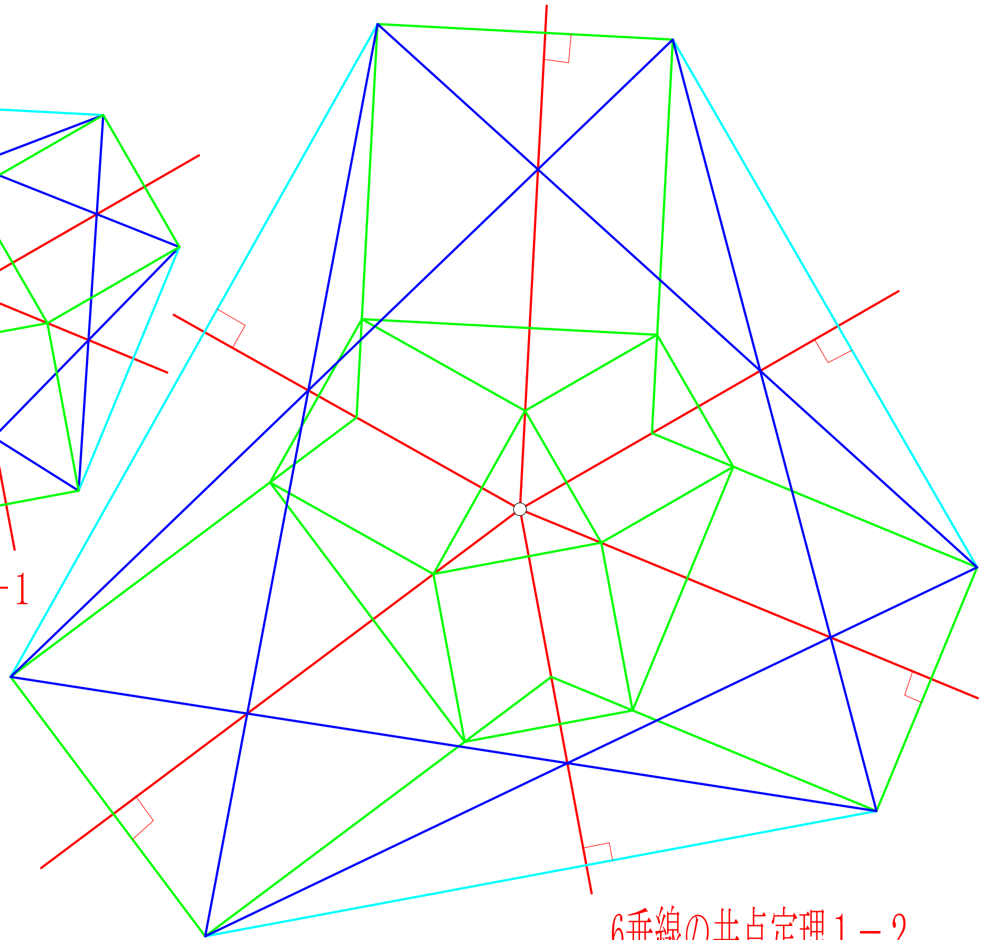
6垂線の共点定理２－２



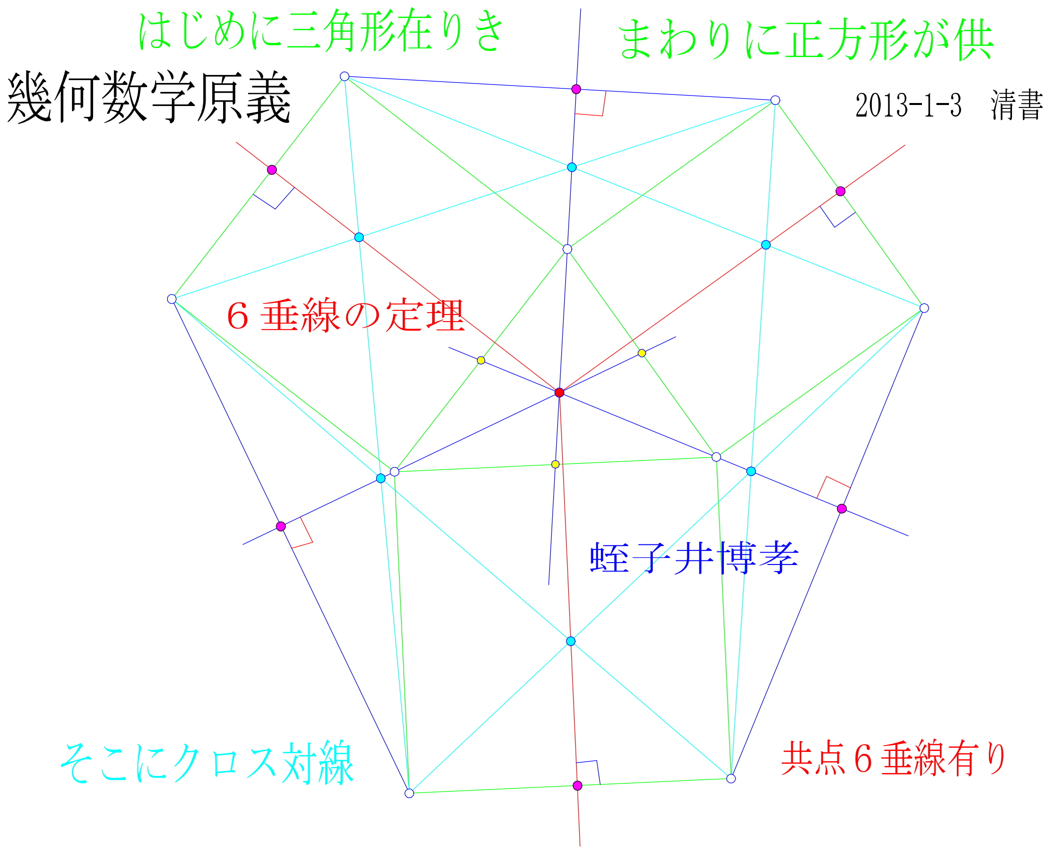
蛭子井博孝の6垂線の共点定理1、２



6垂線の共点定理1－1

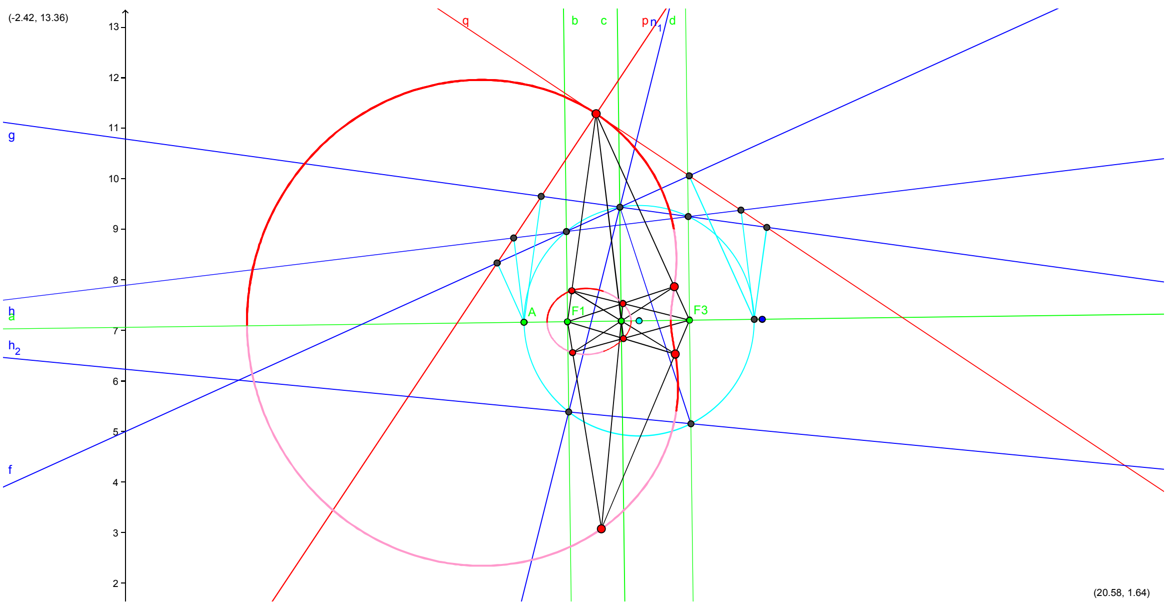


6垂線の共点定理１－２



Doval 第五定義法

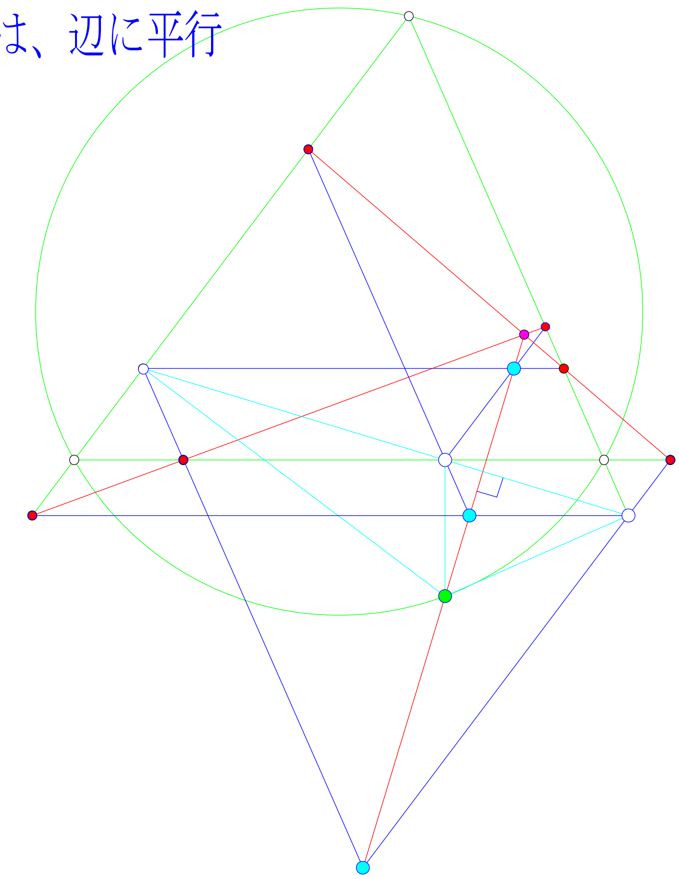
蛭子井博孝： - 縮尺（cm単位）: 1:1



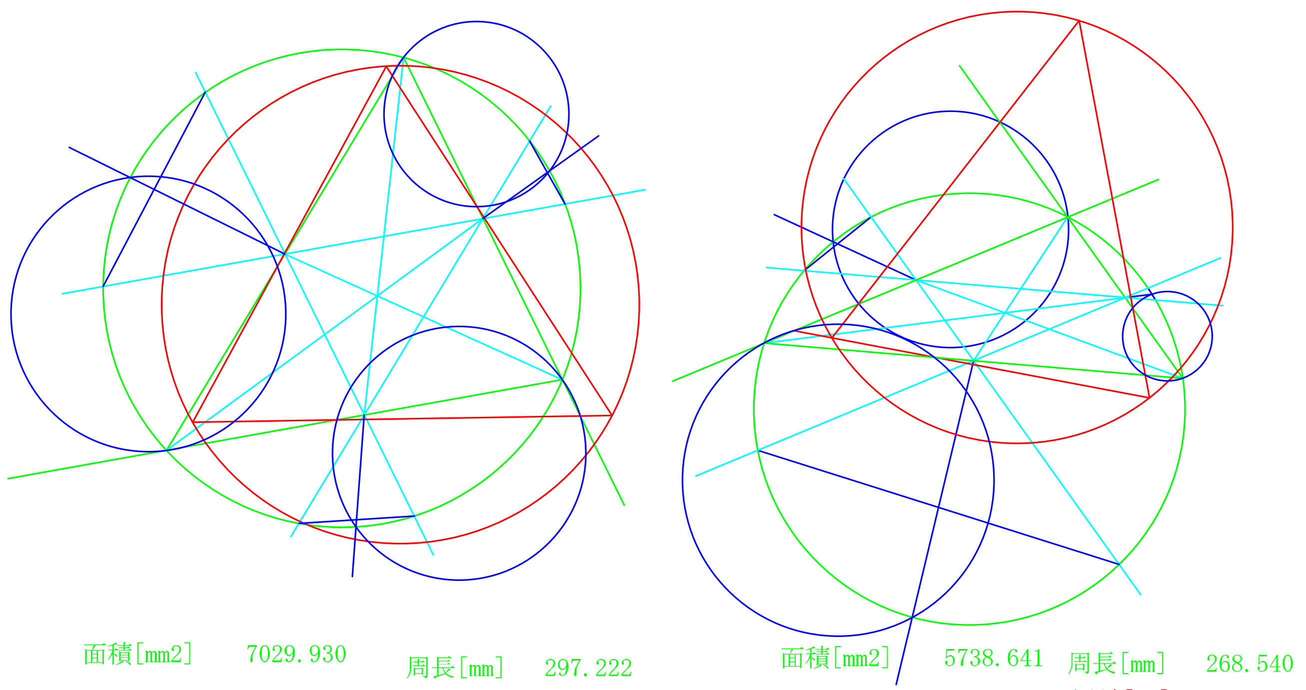
エビスイシムソンの定理

青線は、辺に平行

2014-1-4 清書



鋭角鈍角3シムソン線三角形相違定理



面積[mm2] 7029.930 周長[mm] 297.222

面積[mm2] 7029.930 周長[mm] 297.222

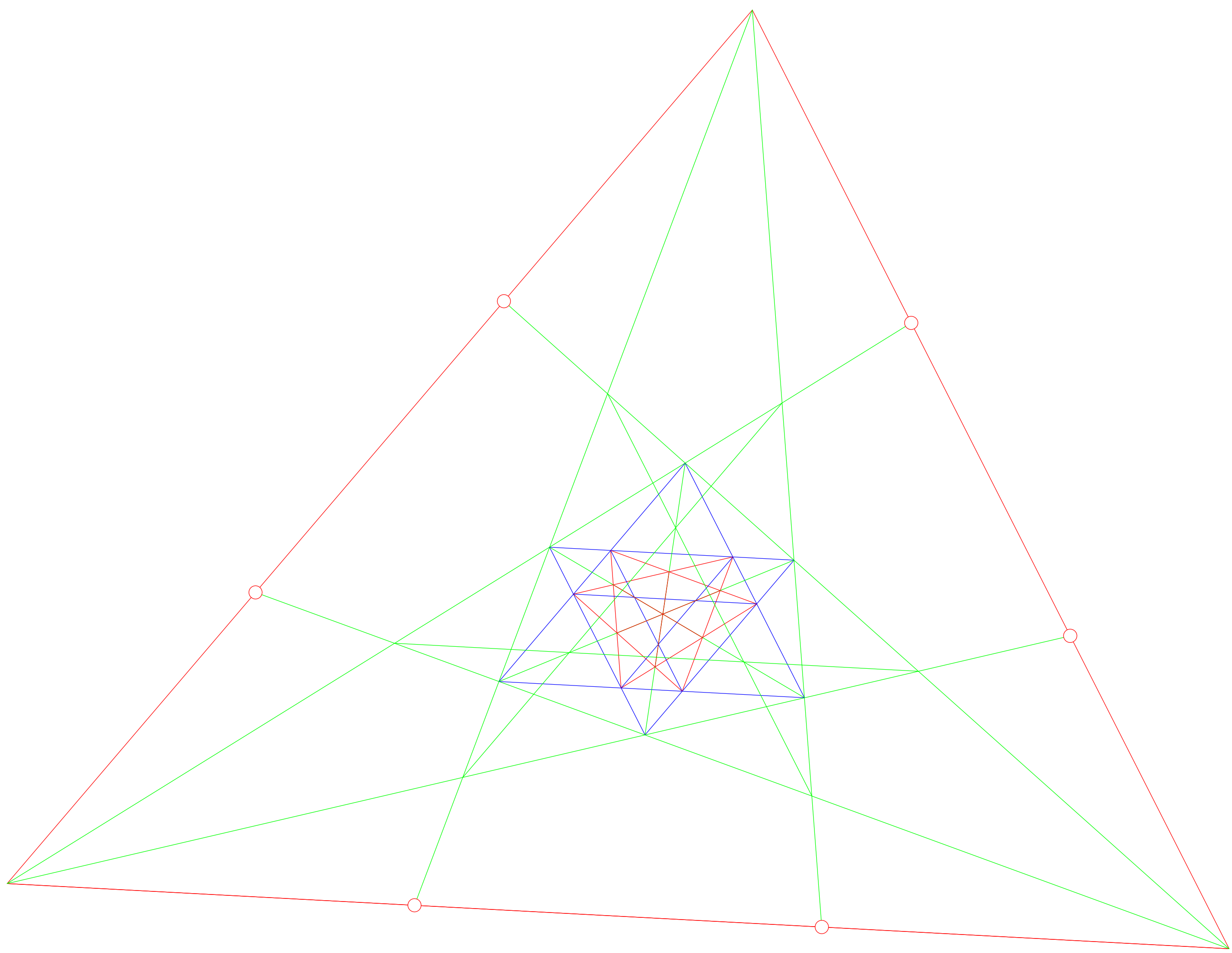
面積[mm2] 5738.641 周長[mm] 268.540

面積[mm2] 5735.478 周長[mm] 268.466

ADE Probrem

Triangle Overlap 5 types

type 5



辺三等分線

非共点共点交互無限連鎖

蛭子井博孝

射影幾何学の基本定理のレビューと、私の見つけた射影幾何学の定理

蛭子井　博孝　　Hirotaka EBISUI

概要：射影幾何学の基本定理として、パスカルの定理がある。さらに、パップス、ブリアンション、デザルグ、シュタイナー、モンジュなどなど、歴史に残っているものが多々ある。射影幾何学は、点と線と円(二次曲線) の交点からできる、共線定理や共点定理で、射影変換に対して普遍のものである。これらの定理は、その双対定理も有り、その証明は、既存の教科書をひもとかないと、自分で見つけるのは、難しい。しかし、その基本性において、学問上なくてはならないものである。私は、射影幾何学の基本定理を超える定理を見つけることの目標に、発見を模索し、2 節以下、バラの定理や、ひまわりの定理や、１１本の定理や、ＡＢＣＤの定理と名付けたものを見つけた。さらに、奇妙な、ヘキサゴンの定理、星々の定理、昨今見つけた、デザルク付加定理など、射影幾何学の基本定理が、意外に、多くあることがわかり、パップス以来の射影幾何学の研究史に、一助したい

キーワード：平面幾何学/射影幾何学/パスカルの定理/バラの定理/ヘキサゴンの定理

1.はじめに

射影幾何学の基本定理として、いかにその図を、掲げる。その証明は、参考文献や既存の教科書や,Wikipedia 等を参照してもらいたい。何よりも、自分で、描き、共点性や共先性を味わうことが大事である。パップス、パスカルその双対、ブリアンション、そして、画法幾何学の原点、デザルグ、さらに、シュタイナー、モンジュが、ある。

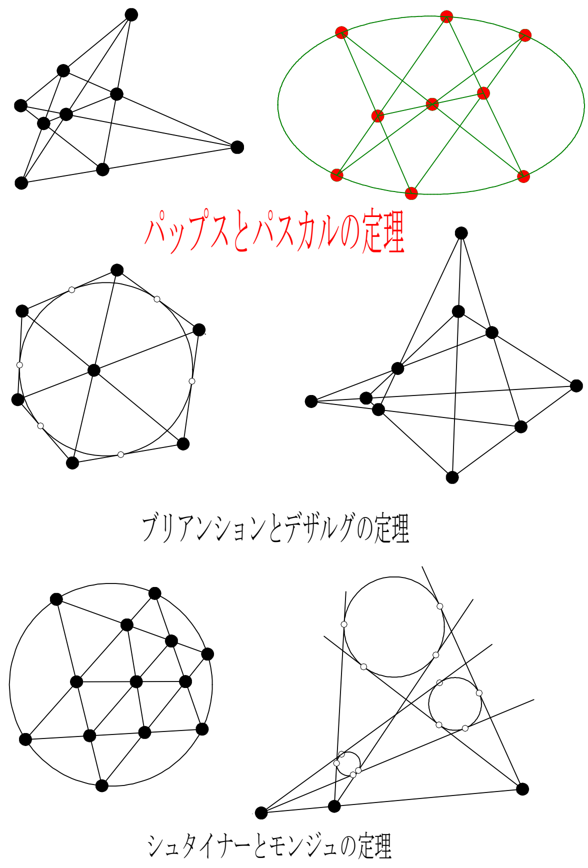
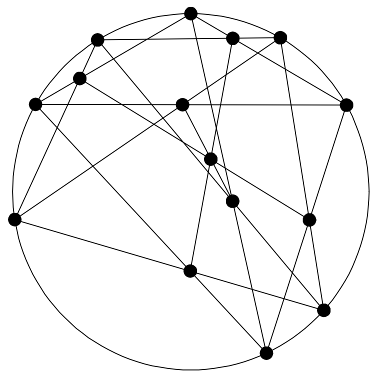


図１　古典射影幾何学の基本定理

２．射影幾何学の定理

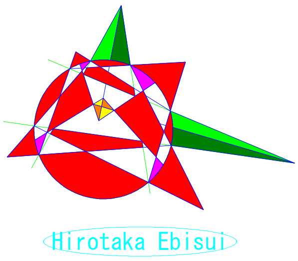
2.1　ABCDの定理

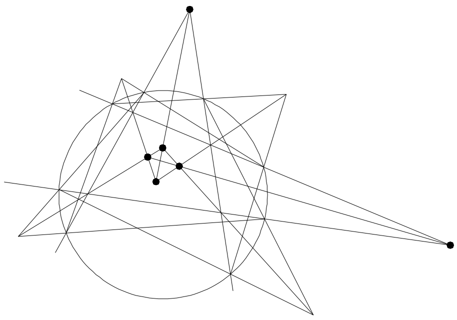
円周上８点からなる共点定理



2.2　赤バラの定理

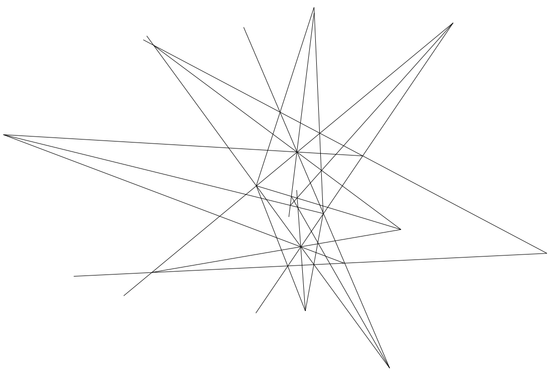
色を塗り造形化し、銘々



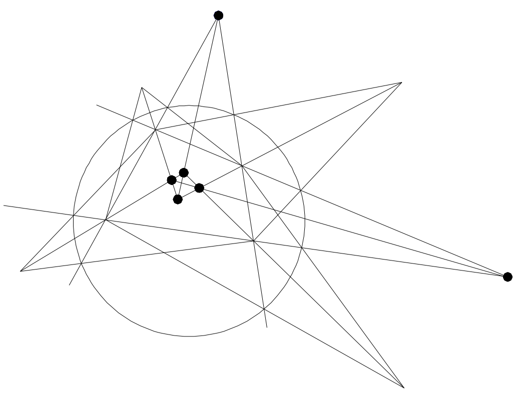


２.3青バラの定理

線形（パップス系）と円形（パスカル系）

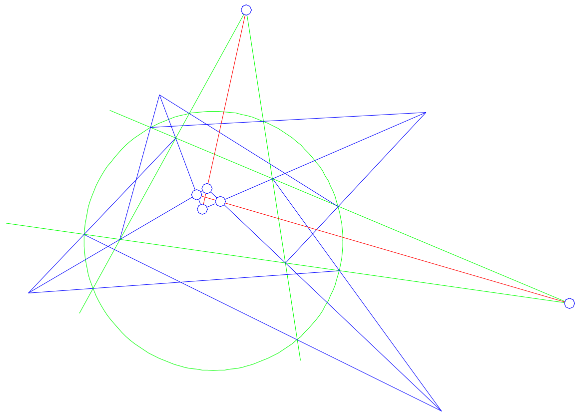


２直線を円に替えたもの



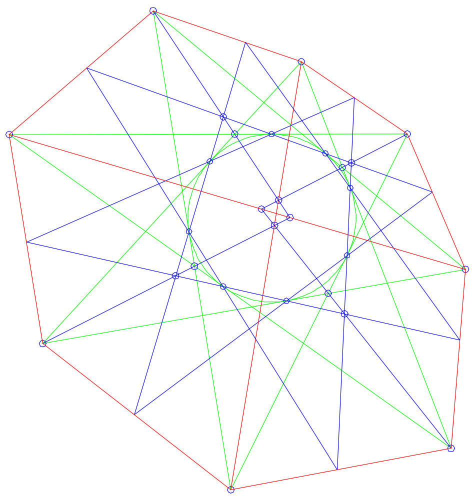
2.4　混種バラの定理

赤バラと青バラの条件線を混ぜたもの

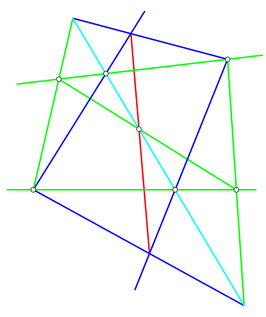


2.5　ひまわりの定理

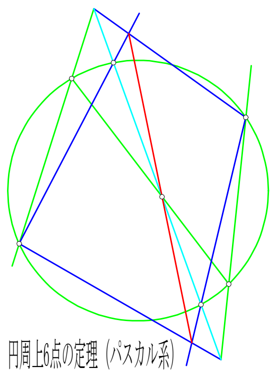
これは８接線の定理である



2.6　11本の定理



2直線各3点の定理（パップス系）



円周上6点の定理（パスカル系）

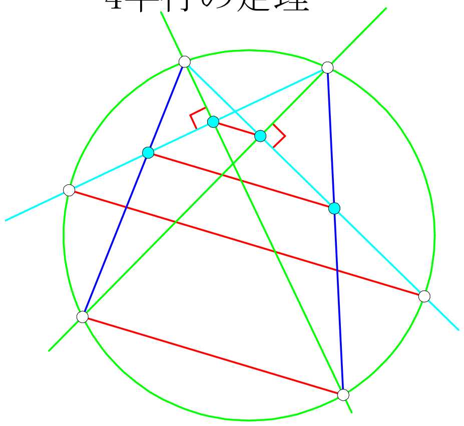
線の少ないほど基本的定理といえる

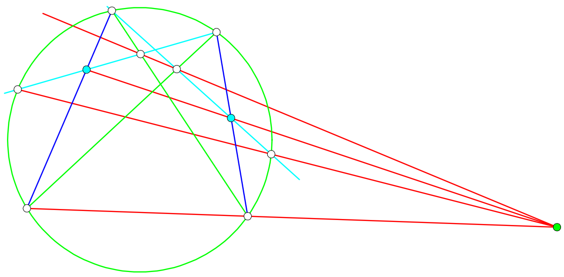
3　平行線の定理

3.1　平行線と交わる直線

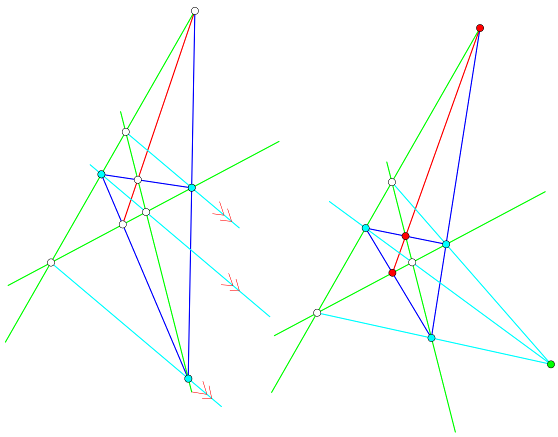
平行線の定理は、射影的には、交点を持つ２直線に、置き換えられる。ここのその１，２例を示す。

4平行の定理



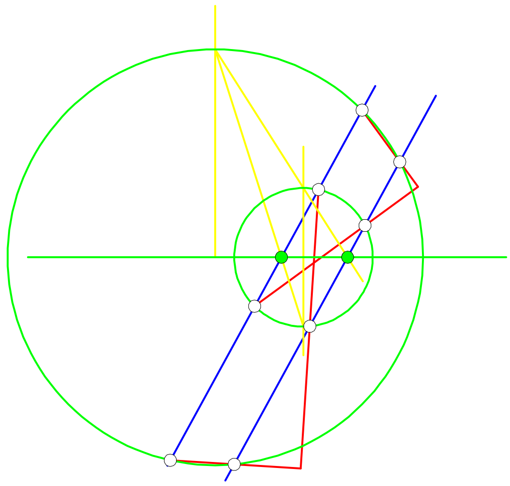


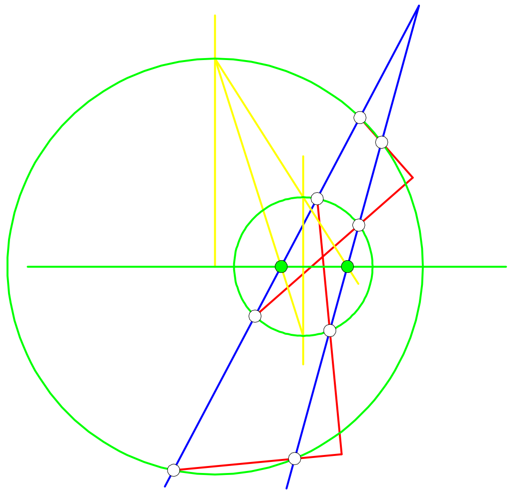
赤線が平行から、交わる線になったもの



三角形の辺または延長線と 3 平行線の交点を結ぶ交点が共線となる．　右、三平行線を一点で交わる 3 線に替えたもの

3.2　円と2直線の直交定理





平行線でも交わる直線からでも直交となる例

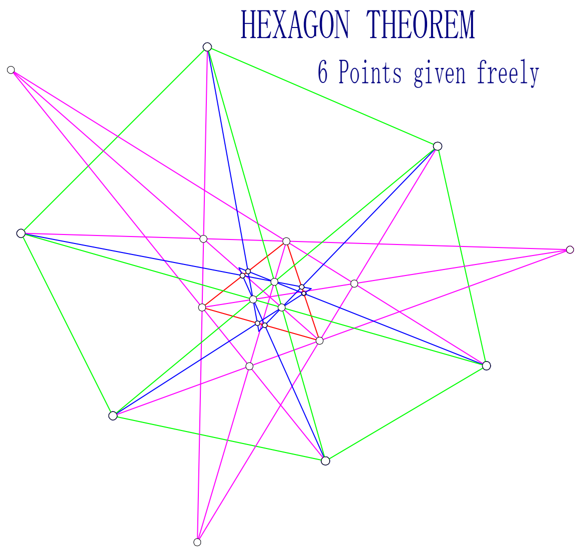
これは､デカルトの卵形線の第 4 定義の構図である。

以上平行線は、透視図的に、一点で交わる。このことは、射影幾何的に大事な性質で、図形定理上、構図に応用できる。

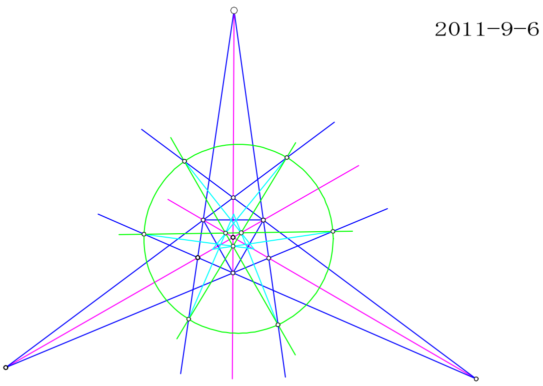
4.　ヘキサゴンの定理

ヘキサゴンの定理は、2010 年の ICGG 国際会議ではじめて、発表したものである。また、数学会にも、報告している。任意の６点からなる、射影幾何学を超える定理だと、自負している。証明は、生きている間に出来そうもない不思議さがある。中央の点は、一般に、共点のようで、共点でない。

これは、二次曲線が、決まる任意の 5 点でなく、任意の 6 点からなる 4 点共線 3 組の定理

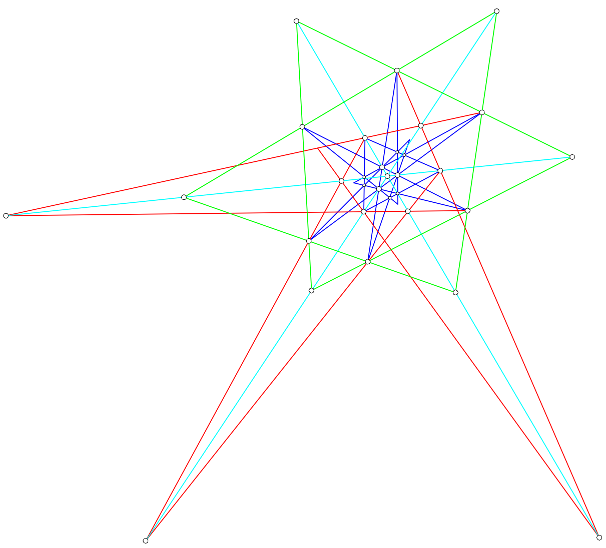


4.1 5 点共線になる円上ヘキサゴンの定理



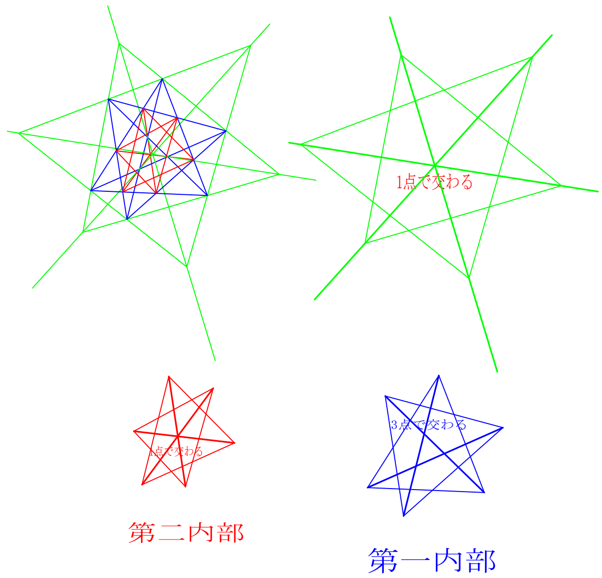
4.2 7点共線ヘキサゴンの定理

これは、次の星々の公理の第一内部上に作ったもの



5. 星々の公理

星々の公理は、3 角形を重ねた 6 交点を飛び飛びに結び 2 つの三角形を作る構図の内部構造[4]の性質、である。はじめに、三角形の頂点を結ぶと一点で交わるように重ねると,内部は、 3 点 1 点 3 点 1 点で交わることを繰り返す。



6 結び

以上、定理を証明もなく載せた。厳密には、真偽の解る命題と呼ぶべきか。赤バラの定理だけは、証明した。また定理と呼んだのは、オンライン性や、共点性を CAD の拡大限界まで、拡大して、検証し、その確からしさを求めているからである。

とにかく、作図順序を目で追い､共線性などを楽しんでもらいたい。

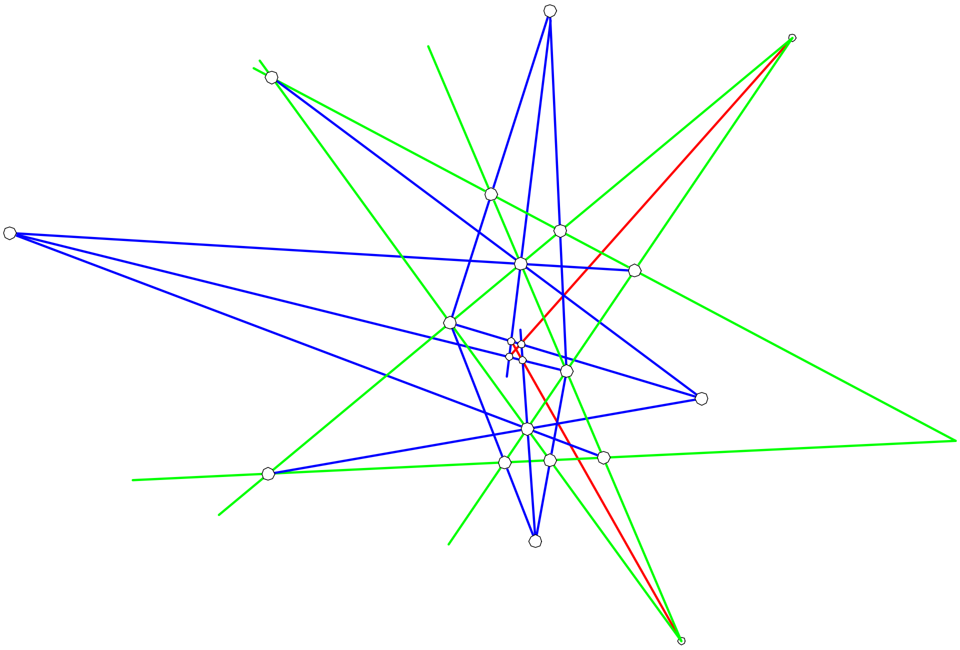
参考文献

[1]岩田至康編、幾何学大事典全 6 巻,
増補 2 巻,槇書店,（1986）,（1993）
[2]弥永昌吉、平野鉄太郎共著、射影幾何学､朝倉書店,（1970）
[3]蛭子井博孝, http://eh85hoval.org/
[4]蛭子井博孝､”星々の定理の構造 5 題”; 日本数学会幾何学分科会､講演アブストラクト,2015 年 3 月

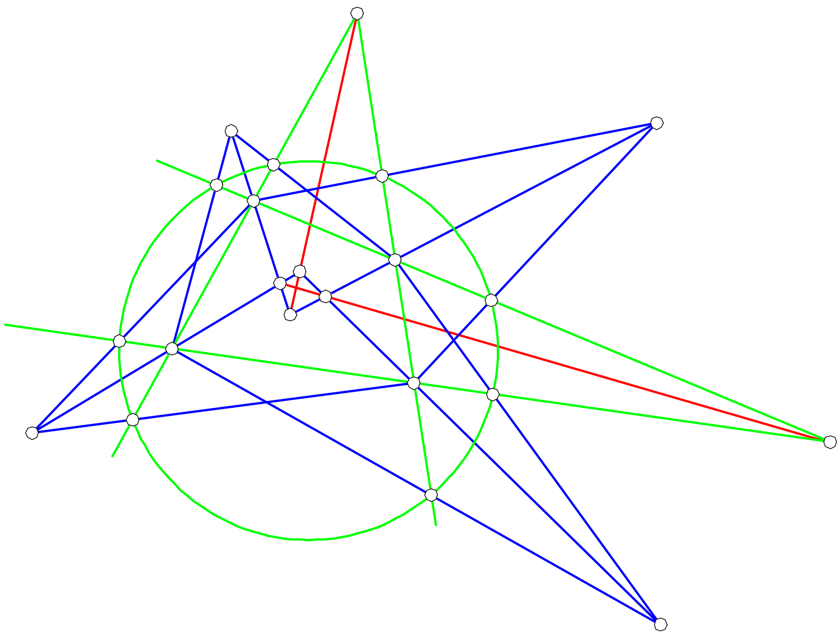
著者紹介

蛭子井博孝 : 卵形線 ADE 研究所,自由研究員,740-0012 岩国市元町 4 丁目 12-10,
ebisuihirotaka@io.ocn.ne.jp, http://eh85hoval.org/

付記１　青バラの定理　2直線上各4点よりなる3点共線2組の定理



上記2直線を円に替えた円周上8点の3点共線2組の定理



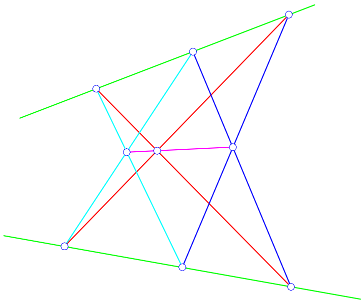
パップス。パスカルに続く第三の３×共線定理

蛭子井博孝
ebisuihirotaka@io.ocn.ne.jp

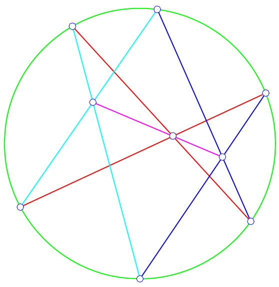
１．はじめに

.幾何学の定理の歴史は、２０００年をさかのぼる。ピタゴラスの定理は有名であり、メネラウス、チェバなど、初等幾何の定理が、図形的に、残されている。そして、３点が一直線上にあるという共線定理が、パップス、パスカルにより発見されている。

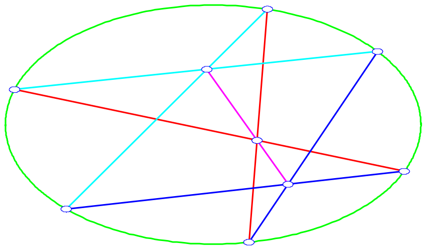
(パップス) Papus の定理



(パスカル) Pascal の定理

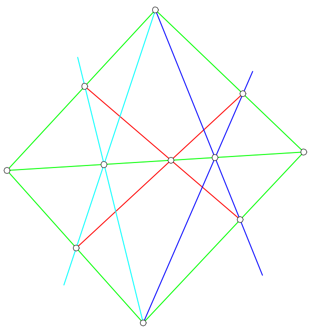


この共線定理で、パスカルが、円周上に任意の６点を取り、それらを結ぶ直線の交点が、共線になっているということを発展させ、その図を斜めから見ると、円が楕円になるが、それでも、共線関係は成り立っているという、射影変換に対して不変な定理であるという、射影幾何学の原理として、取り上げられたところに、パスカルの定理が歴史上普遍なものとして、残るようになった。



この定理を改めて、その構造を見てみると、円周上、２組の３点から、３×を作り、その三点が、一直線上にあるという、共線定理である。きしくも、これは、２直線上に、３点ずつ取り、３×を作ると、共線になるという、パップスの定理と同じ構造をしている。このパップスの定理も、射影変換に対して、普遍である。だが、射影変換という意味が、透視図として、育てられて、パスカルの定理に至るまでは、パップスの定理は、古典ユークリッド幾何学の、直線によりできている定理と見なされてきたと想う。今回、パップスとパスカルの定理を２直線上と円周上の２組の３点を３×構成した定理と見なし、２直線と円周以外の２組の３点が３×構成で、共線にならないかという観点で、以下に、その新しい構成図を発見した。

4角形対角線共線定理

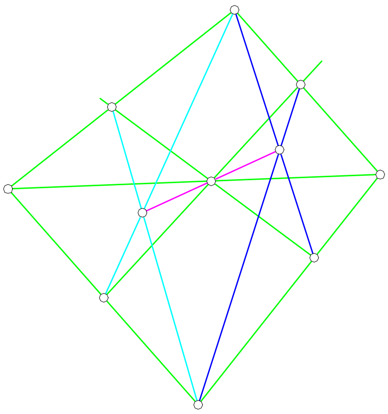


２．３×構成の共線定理

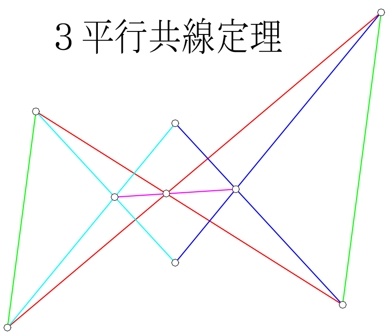
これは、私が、以前、１１本の定理として、数学教育学会で発表したものと同じもので、これが、３×構成になっていることをこのたび、見つけた次第である。３×構成が、共点になる新しい定理として、存在価値があると思っているが、実は、この３×構成が、共線になっている構成図は、パップス、パスカル、１１本の定理、以外にも、このたび改めて、研究すると、以下のように、もう、７組、見つかった。

順不同になったが、直線だけのものが１＋２＋１つ。２円と直線のものが、４つ。

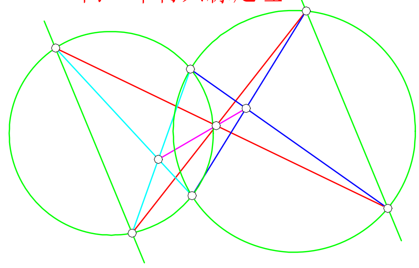
四角形対角線共線共線定理



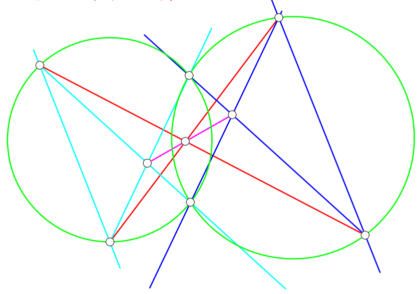
３平行共線定理



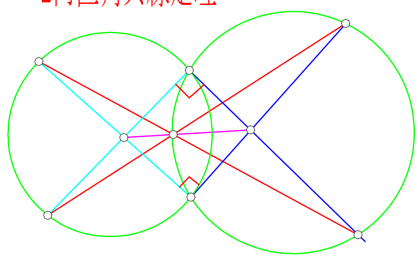
2円１平行共線定理



2円３平行共線定理

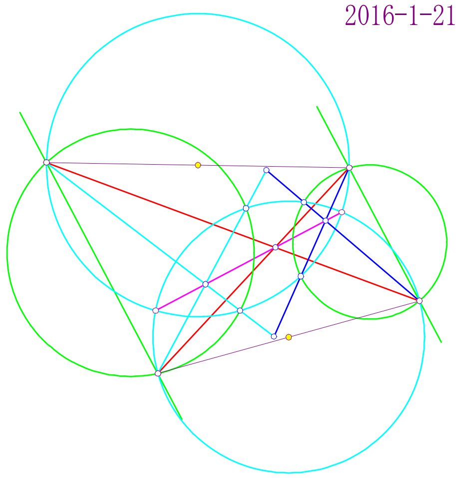


2円直角共線定理

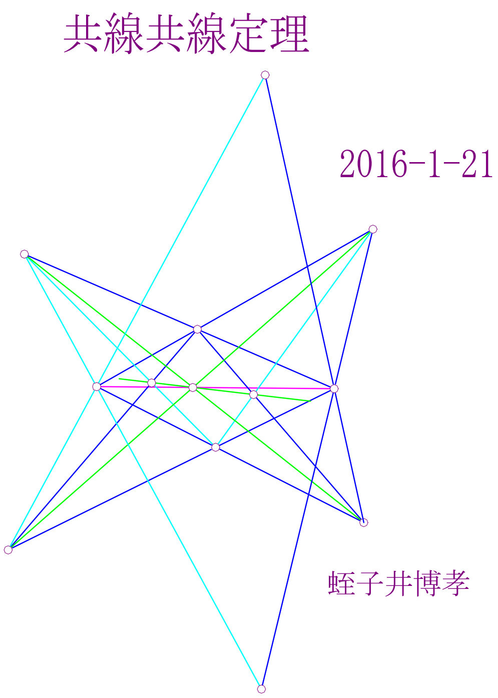


2円平行直径円共線定理

2016-1-21

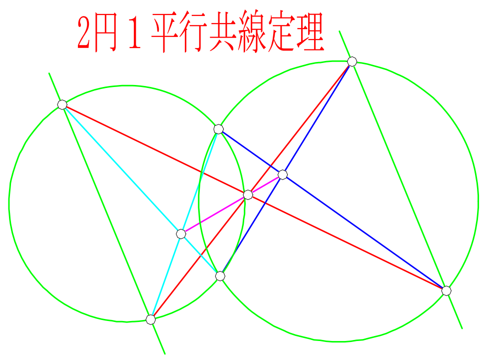


ご覧いただきたい。それらの図には、１つ１つ、あたらしい、幾何学の普遍的構造が含まれているかも知れないが、それは、皆さんのこれからの課題として、残しておきたい。



３． ２円一平行線の共線定理

ただ、１つ、新しい観点と思われるのは、２円平行線の構図として、得られていることを言及したい。今までにない、構図である。以下に再掲載する。



４． 結び、

全図について、一つ一つ説明する時間がないので、各自お考えください

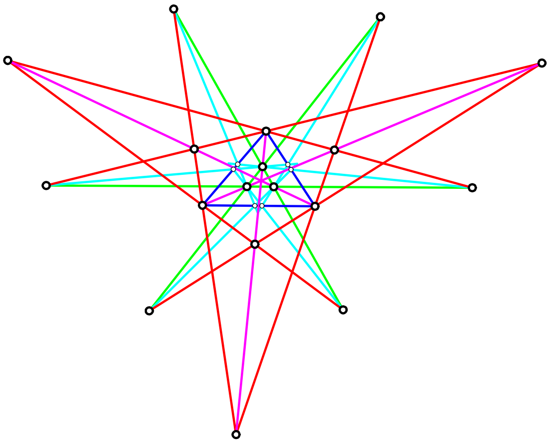
参考資料

蛭子井博孝：” Collinear　Note”：
http://h-ebisui.com/

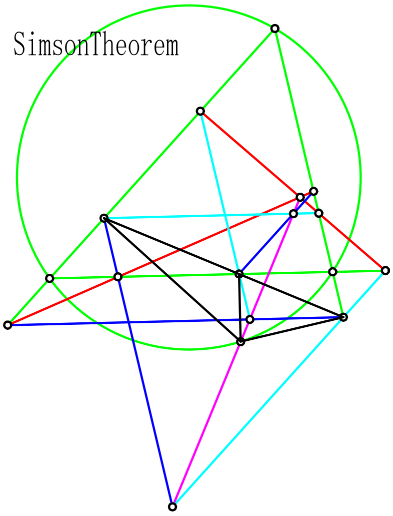
Hirotaka Ebisui （蛭子井 博孝） 8 Collinear Theorems

2016-5-25

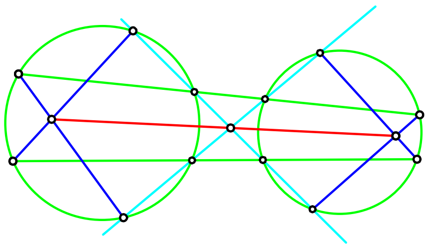
HexagonTheorem



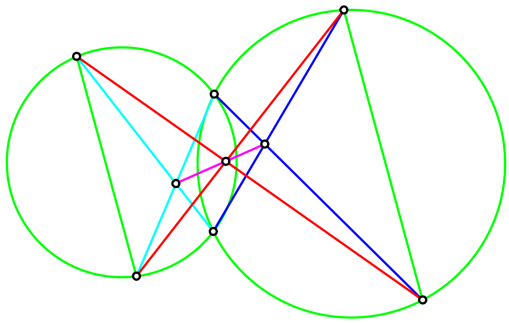
Prallel SimsonTheorem



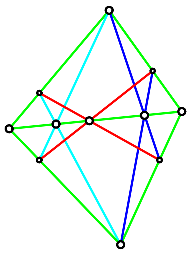
Pascal-Pascal Theorem



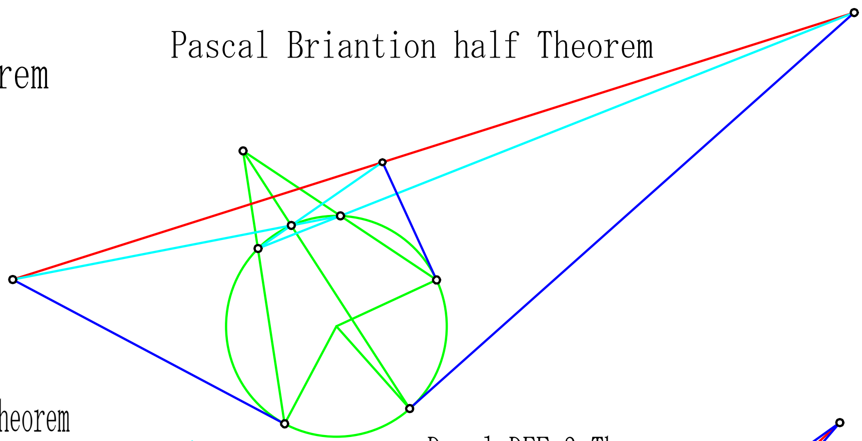
2 Circles one Parallel Colinear Theorem



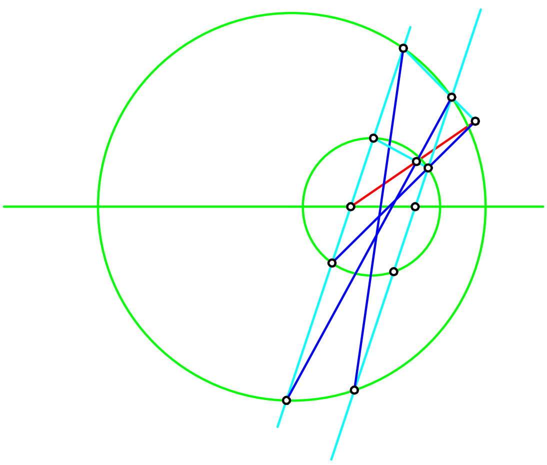
3×CollinearTheorem



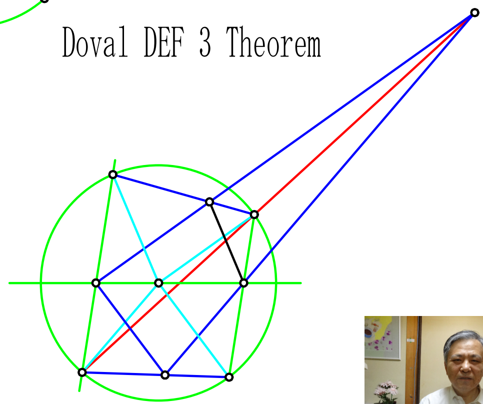
Pascal Briantion half Theorem



Doval DEF 4 Theorem

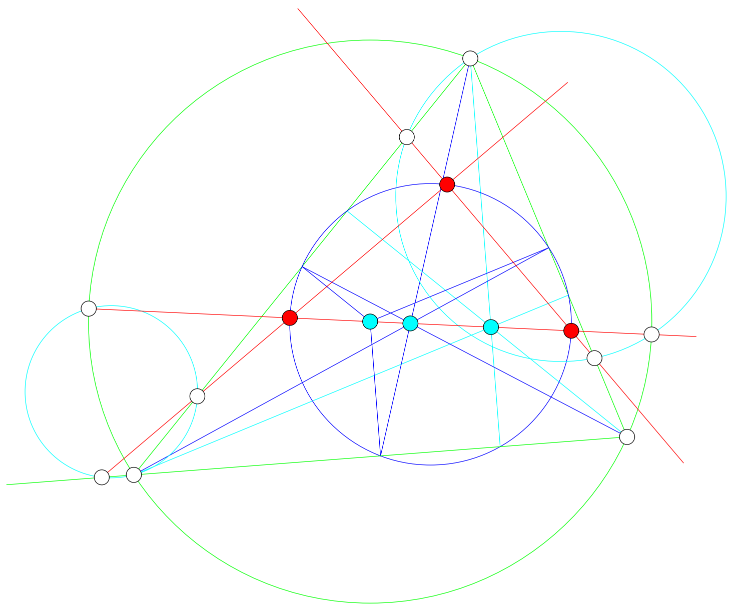


Doval DEF 3 Theorem

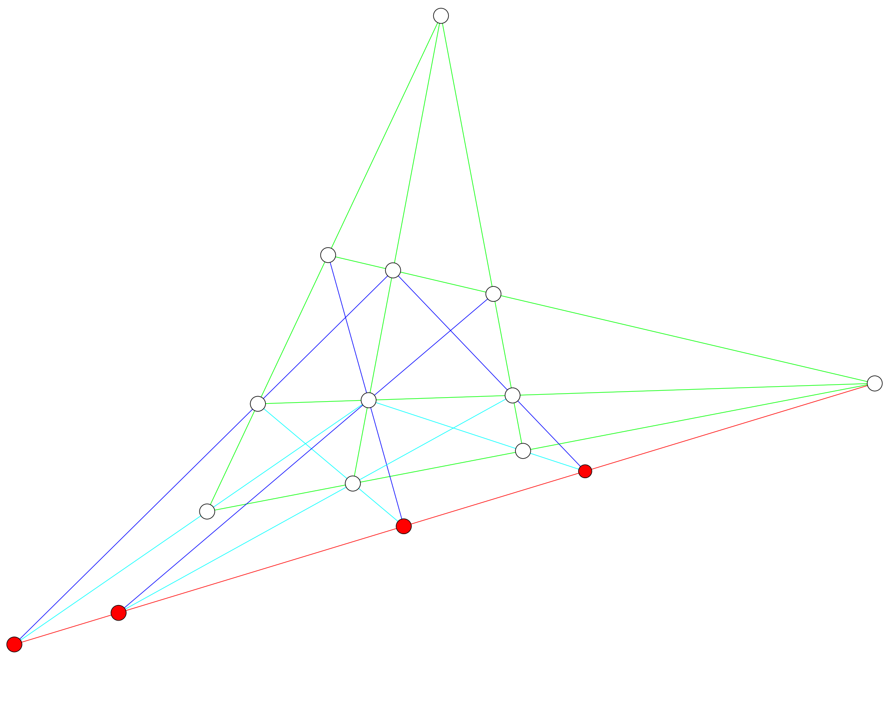


Hirotaka Ebisui （蛭子井博孝）

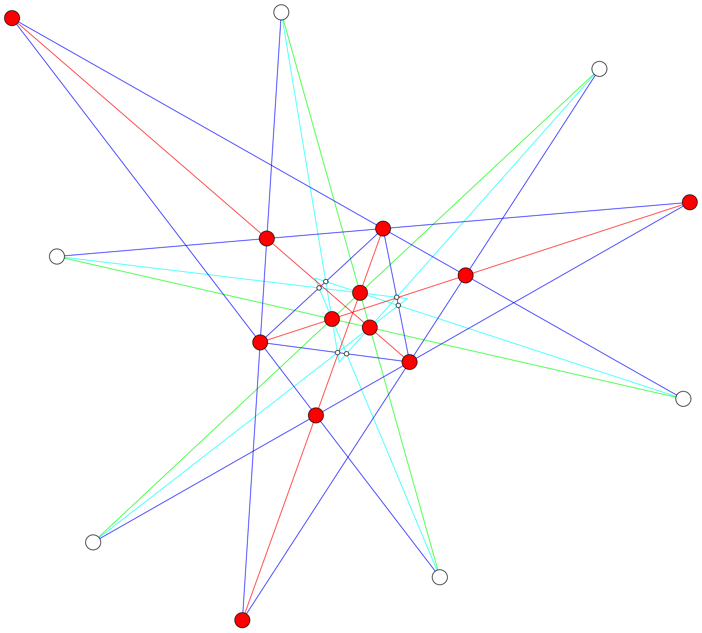
TO−001



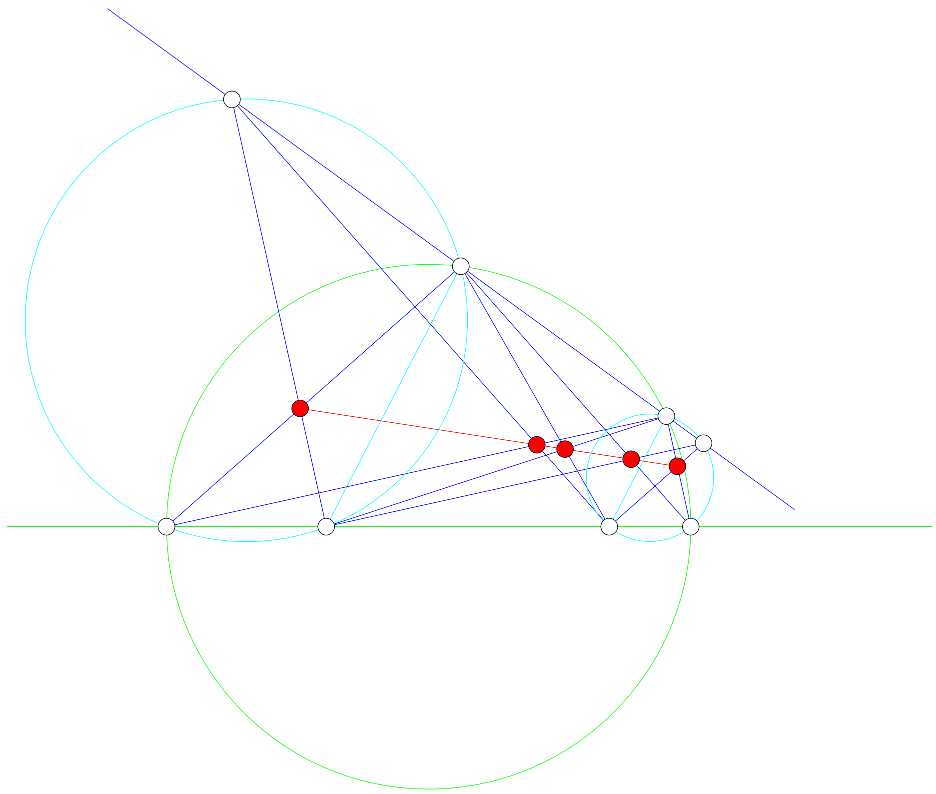
TO−002



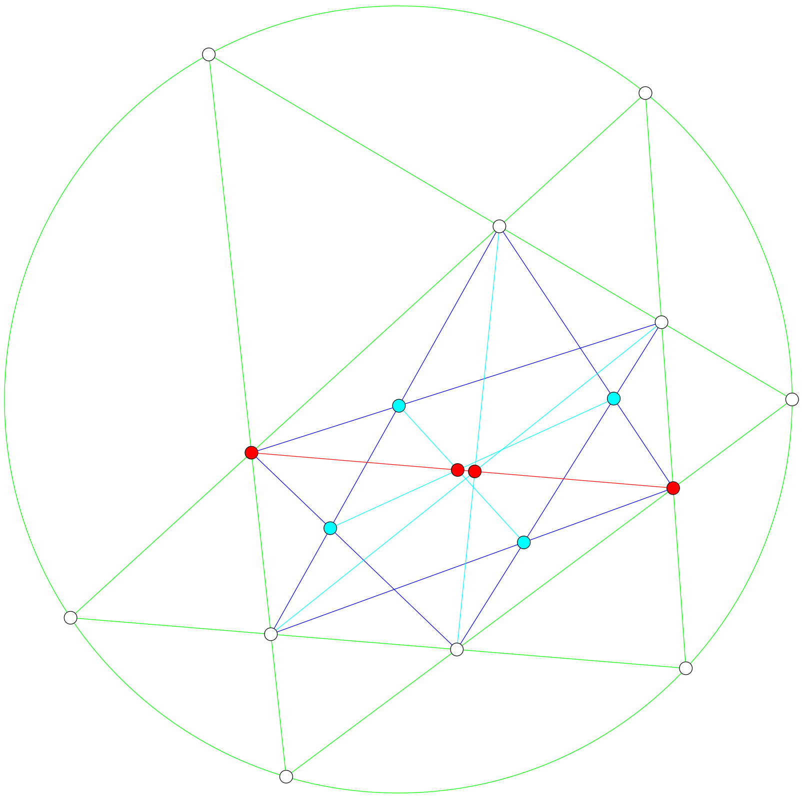
TO−003



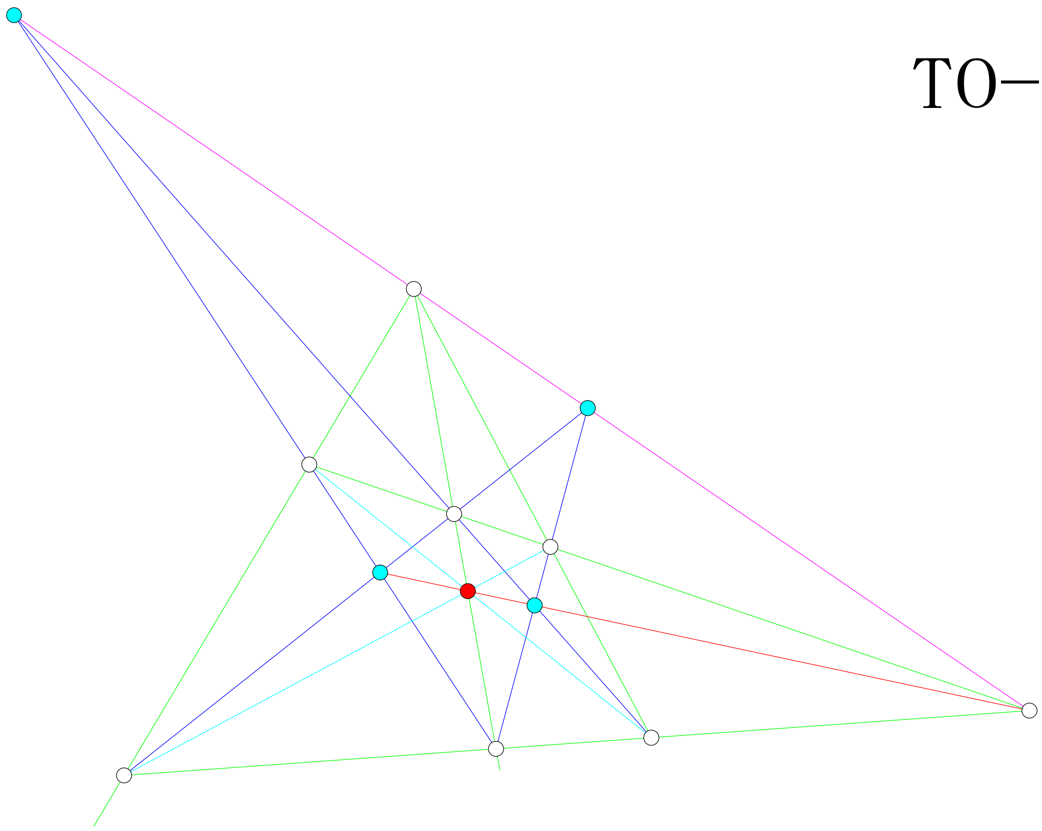
TO−004



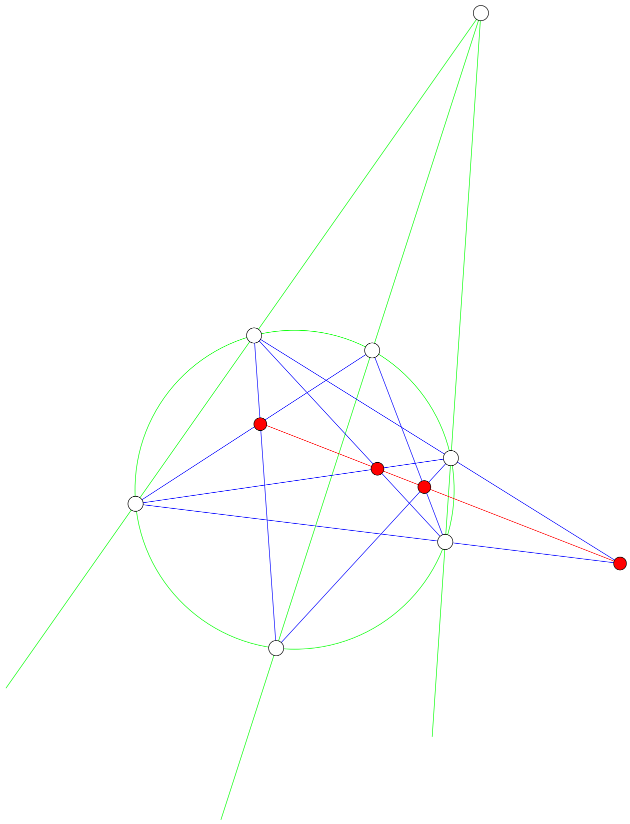
TO−005



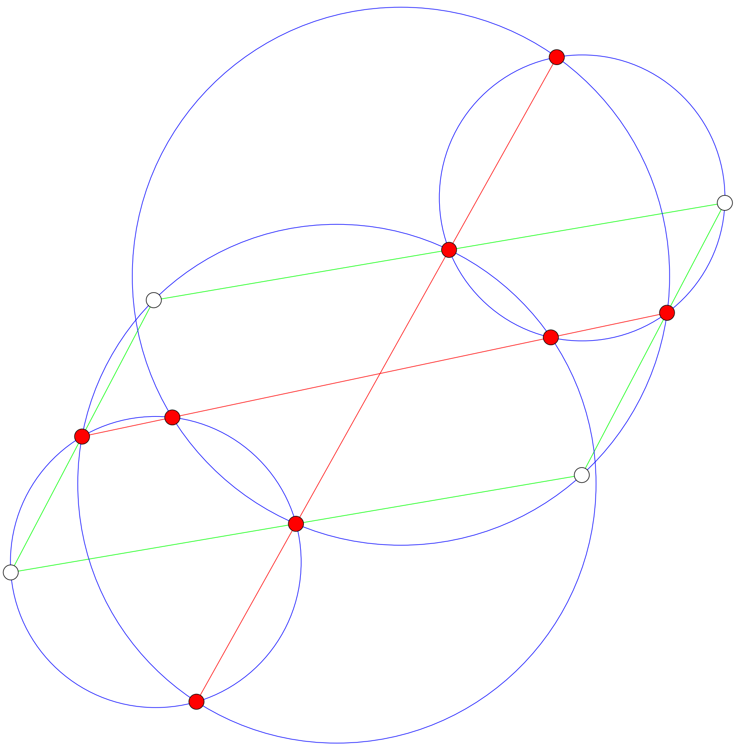
TO−006



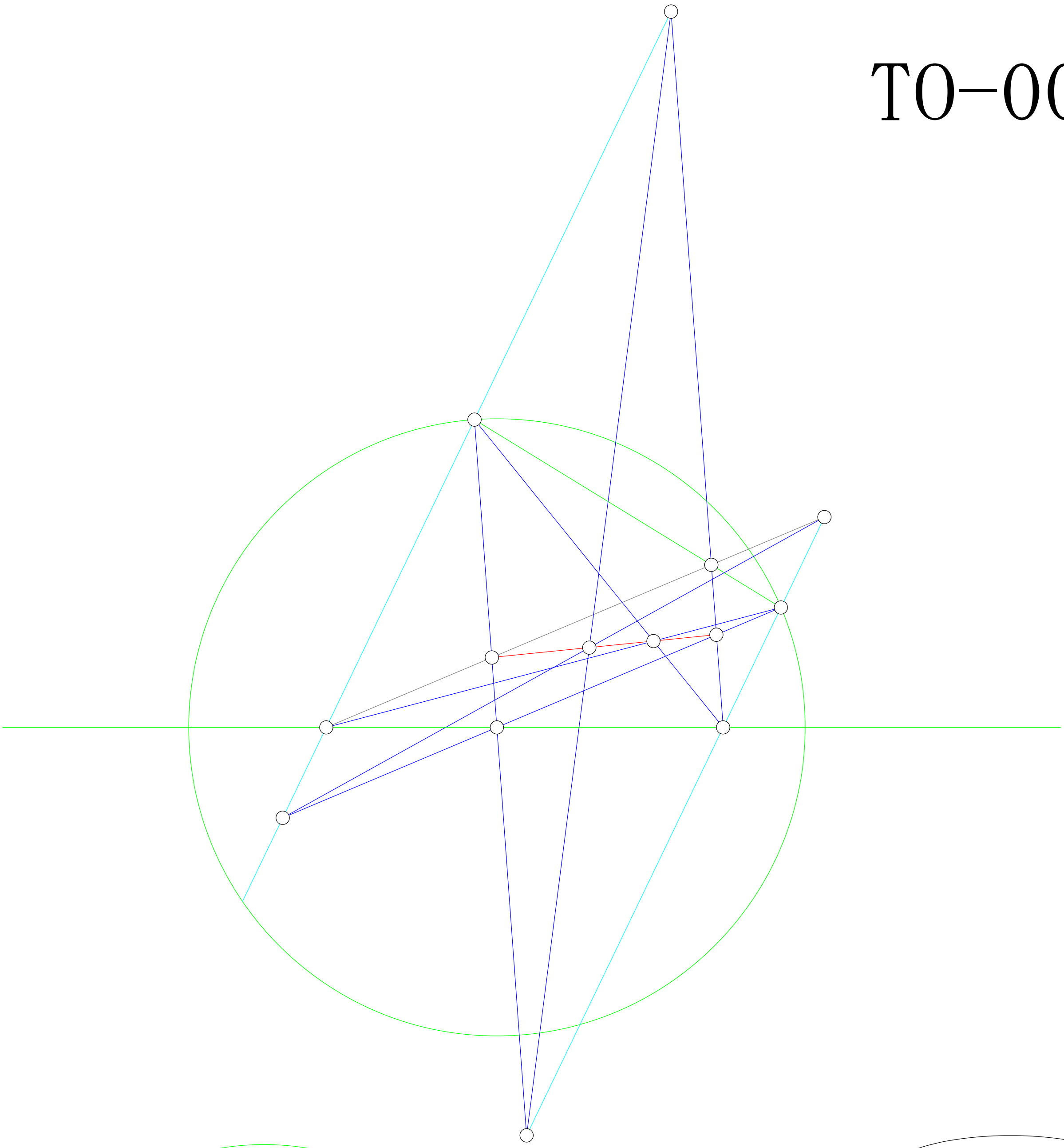
TO−007



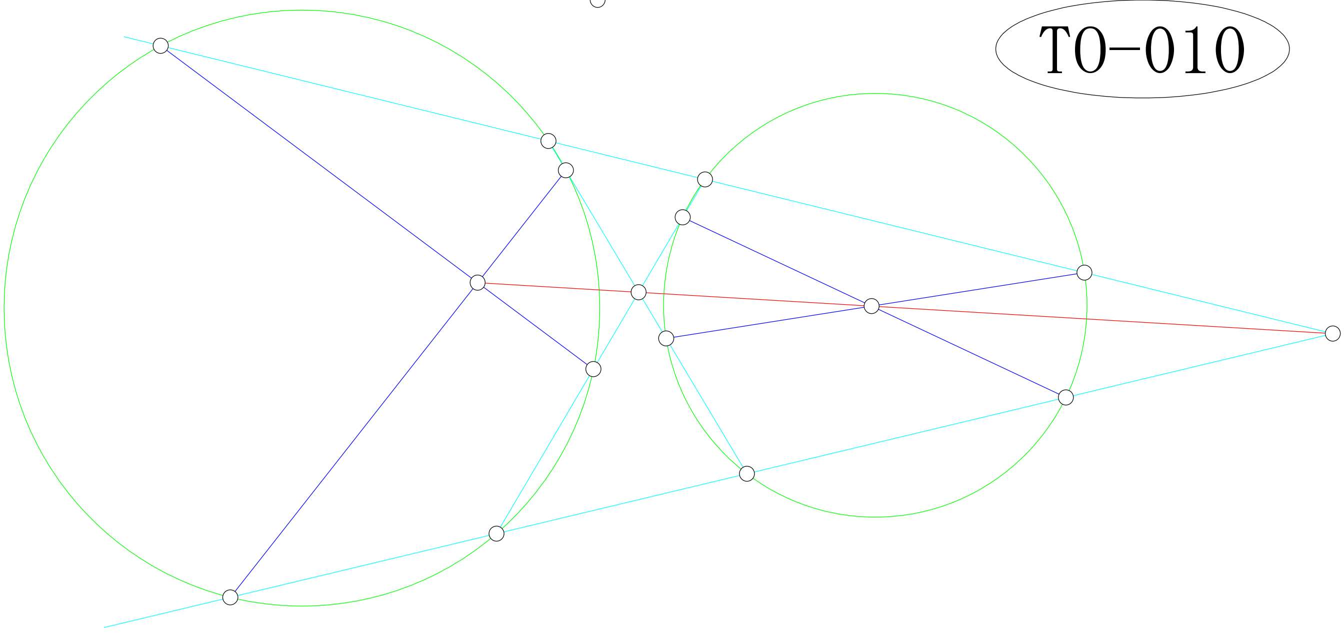
TO−008



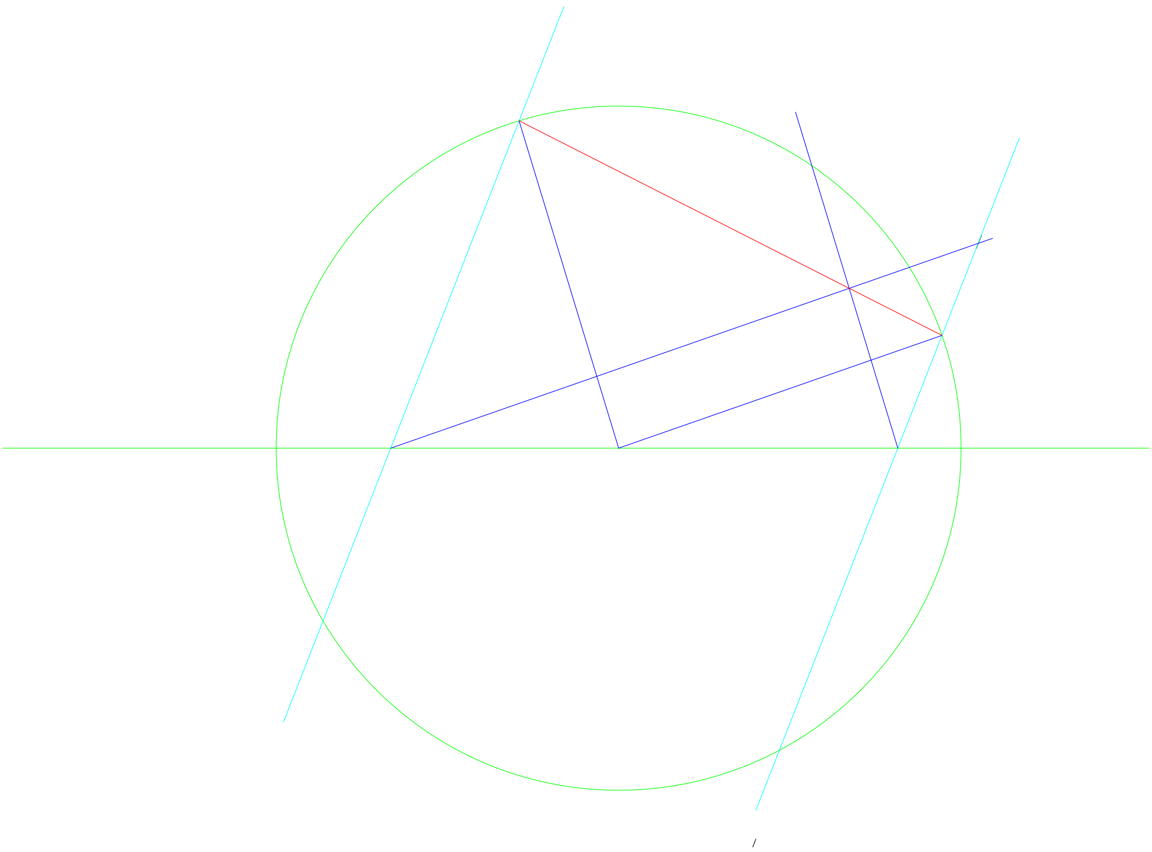
TO-009



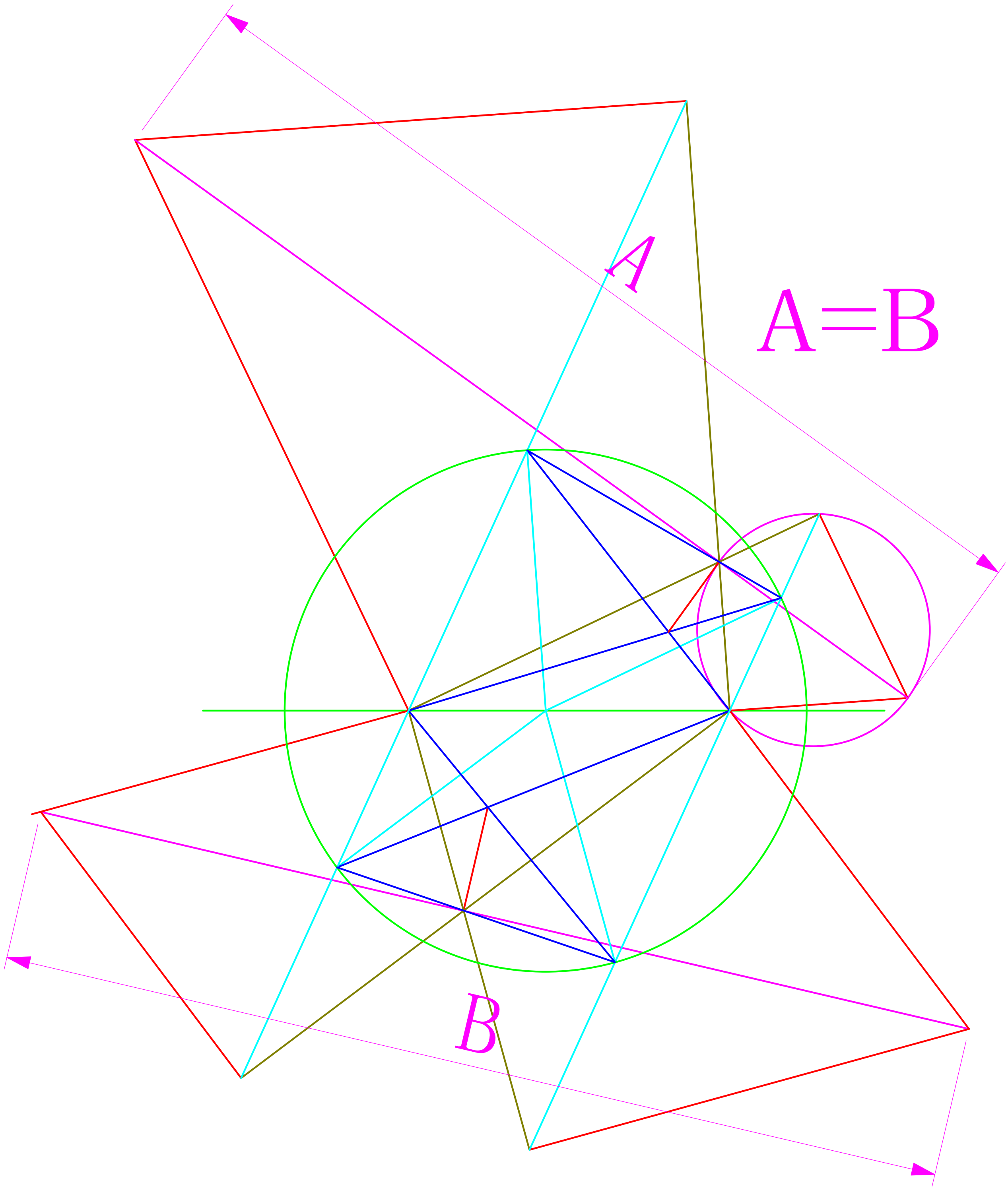
TO-010



Papus Collinear in Doval Def3



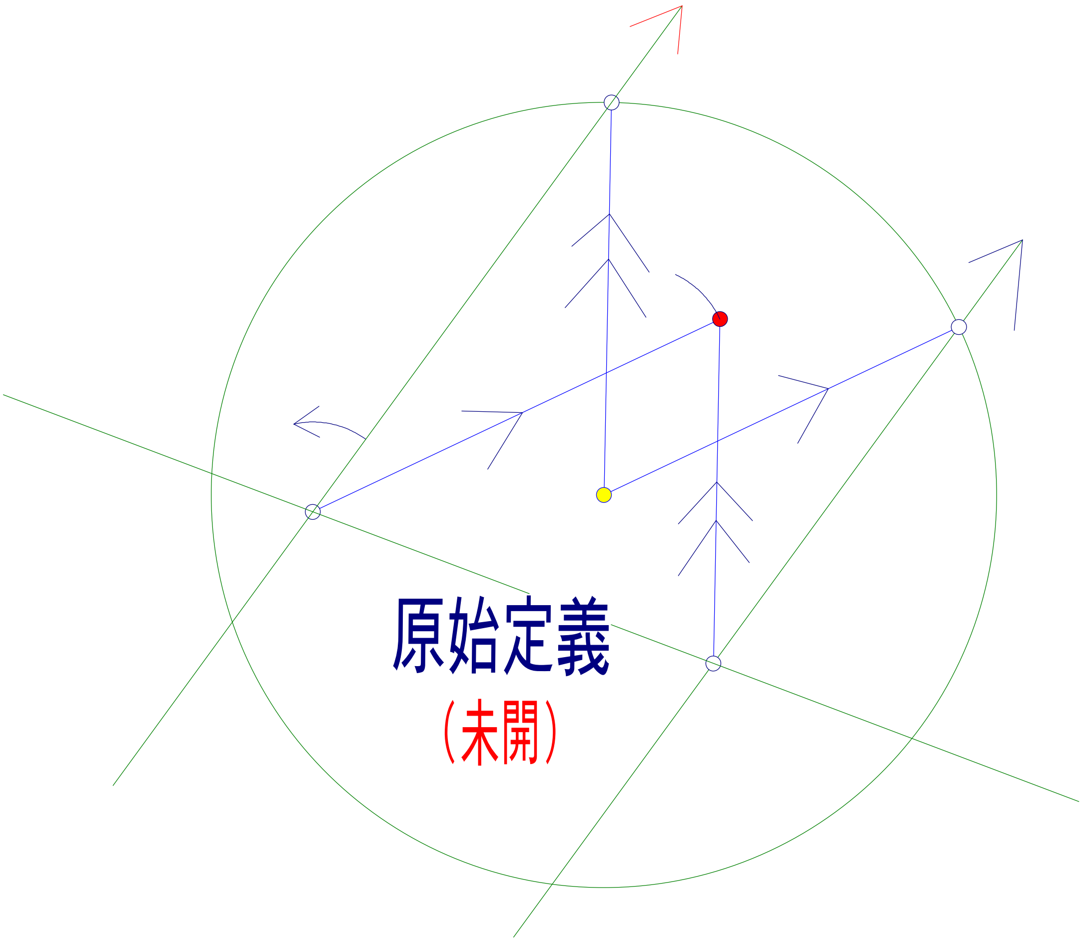
Papusの再発見　我が人生初春



2015-5-5

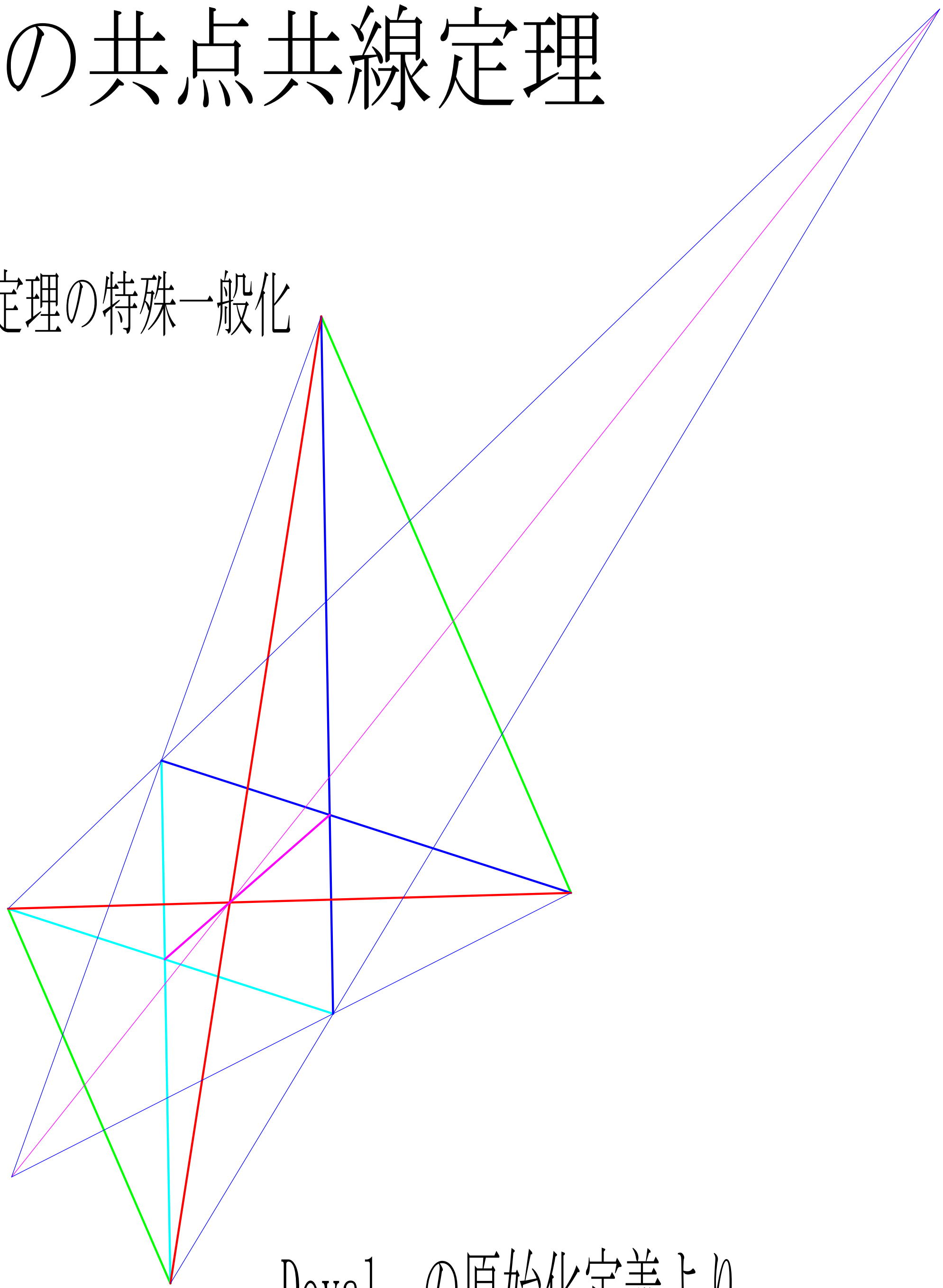
第一章　Doval(動張る)の様々な同値の定義

Doval とは、点と円からの距離の比が一定な曲線



3平行の共点共線定理

パップスの定理の特殊一般化



Doval の原始化定義より

蛭子井博孝

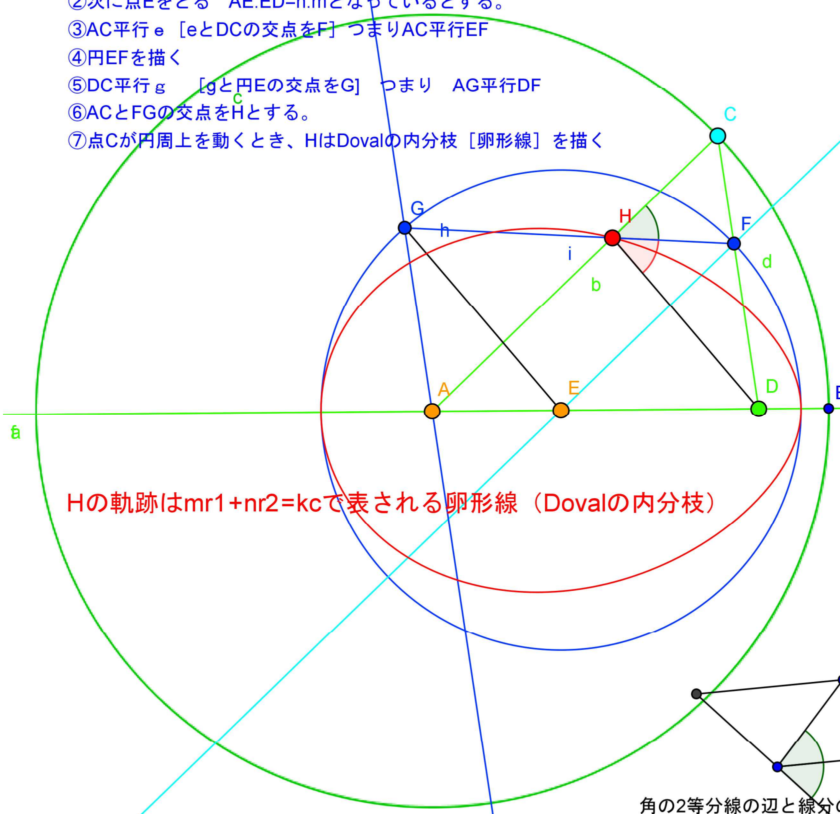
Dovalの双極座標表示式

蛭子井博孝 740-0012 岩国市元町4丁目12-10　1950-04-20生まれ　0827-22-3305

(6.6, 19.2)

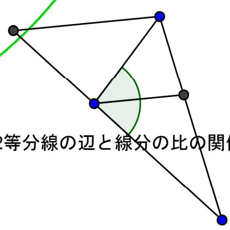
蛭子井博孝が約3百50年後に再発見した
Doval の内分枝　デカルトの卵形線
エビスイの定義
点と円からの距離の比が一定な曲線

Doval の作図法
⓪直線ABを補助線として引。
①まず円A［中心A半径AB］と点Dを与える。点Cも与える。
②次に点Eをとる　AE:ED=n:mとなっているとする。
③AC平行ｅ［eとDCの交点をF］つまりAC平行EF
④円EFを描く
⑤DC平行ｇ　［gと円Eの交点をG］　つまり　AG平行DF
⑥ACとFGの交点をHとする。
⑦点Cが円周上を動くとき、HはDovalの内分枝［卵形線］を描く



Hの軌跡はmr1+nr2=kcで表される卵形線（Dovalの内分枝）

証明
AG平行DF　AH平行EF　パップスの定理より
EG平行DH
角EGH=角EFH=角DHF=角FHC
故に　DH:HC=DF:FC=DE:EA=m:n
（m,nはm>n>0となる定数とする）
AH+DH*n/m＝AC
ACもADも一定で　AC:AD=k:m　AC=Cとする。
AC=ｋ/m＊AD=k/m＊Cとおける
一つ任意定数kを増やして使ってACはAD=Cの
定数倍に出来る。
AH=r1 DH=r2 は変化するが
r1+r2*n/m=kc/m
変形して
mr1+nr2=kc
定数　m、n,　k　が決まるごとに卵形線の形が変わる
GeogebraでDとEを動かすことと同じ

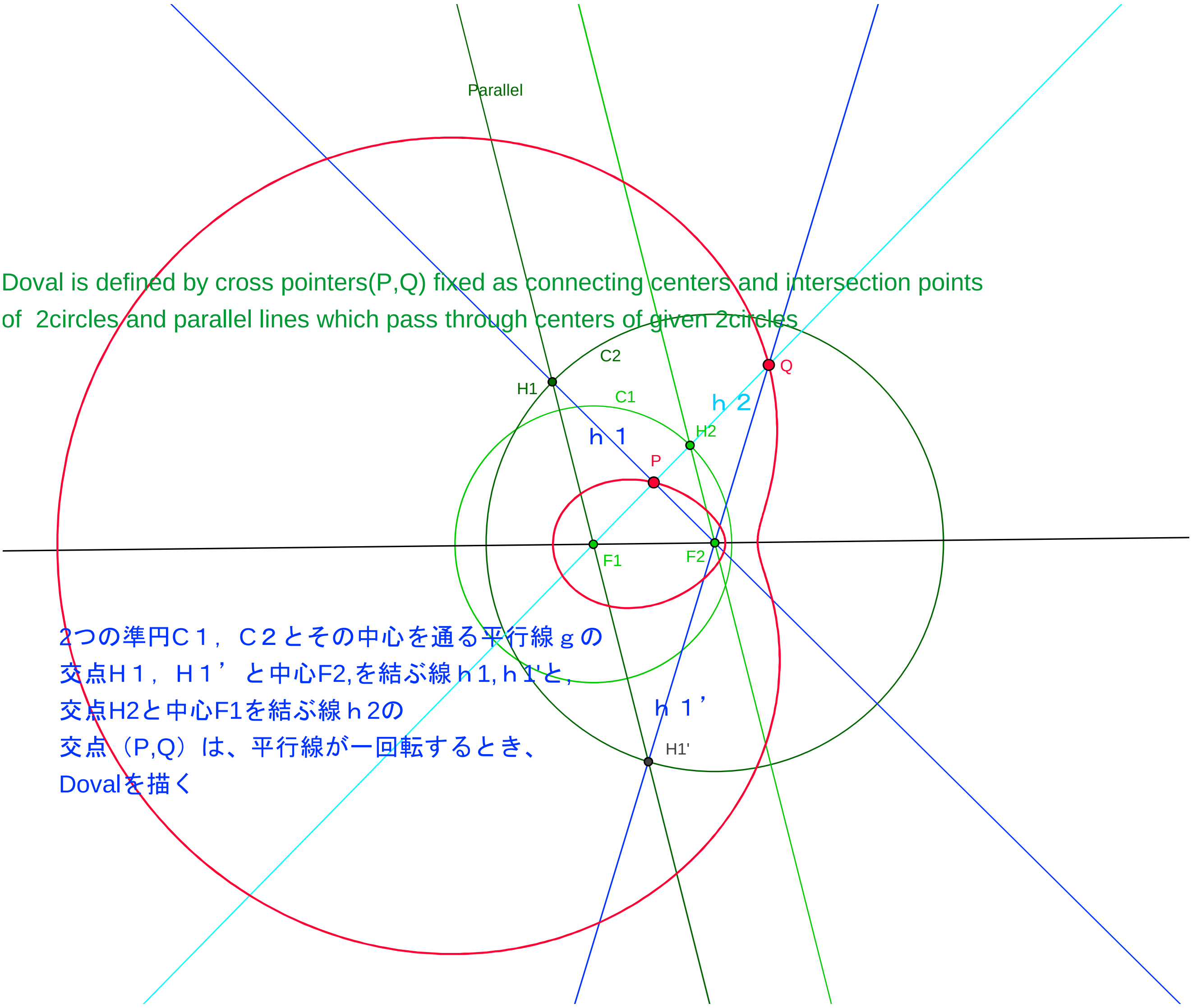


角の2等分線の辺と線分の比の関係補図

ここで、各点や円の呼び名をつけておく。
円ＡＢを卵形線の準円
円ＥＦを卵形線の補助円　　ED/EF=m/kを右離心率ER
Ａを第一焦点Ｆ１　　EA/EF=n/kを左離心率ELと呼ぶ
Ｄを第二焦点Ｆ２という
卵形線の形は、k,m,nの値で構図が決まるから
左右の離心率の値で決まる。言い換えると
補助円内のF1，F2の位置で決まる

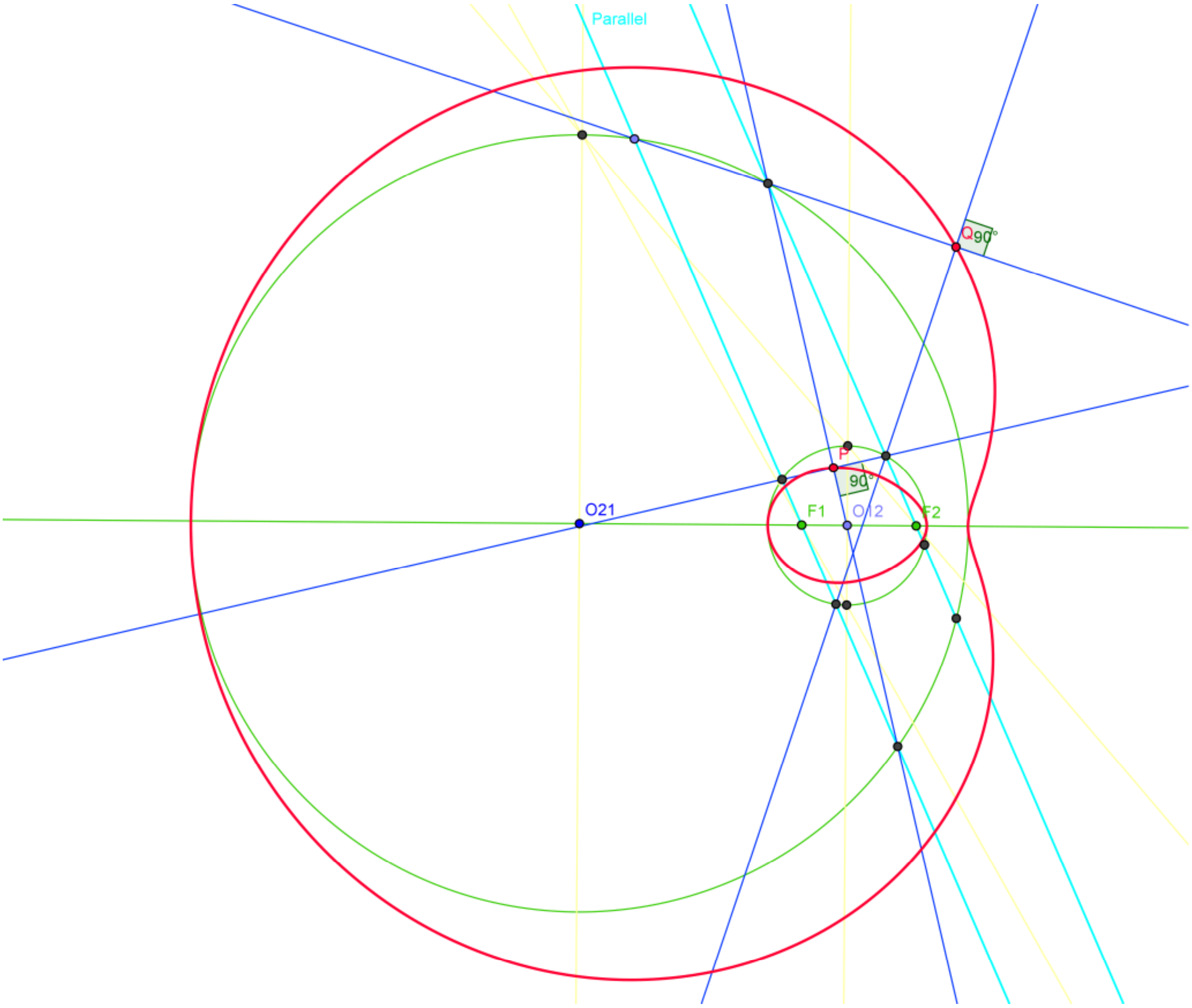
Doval DEF 2 with WORDS

蛭子井博孝　岩国市元町4丁目12-10 - 縮尺（cm単位）: 1:1



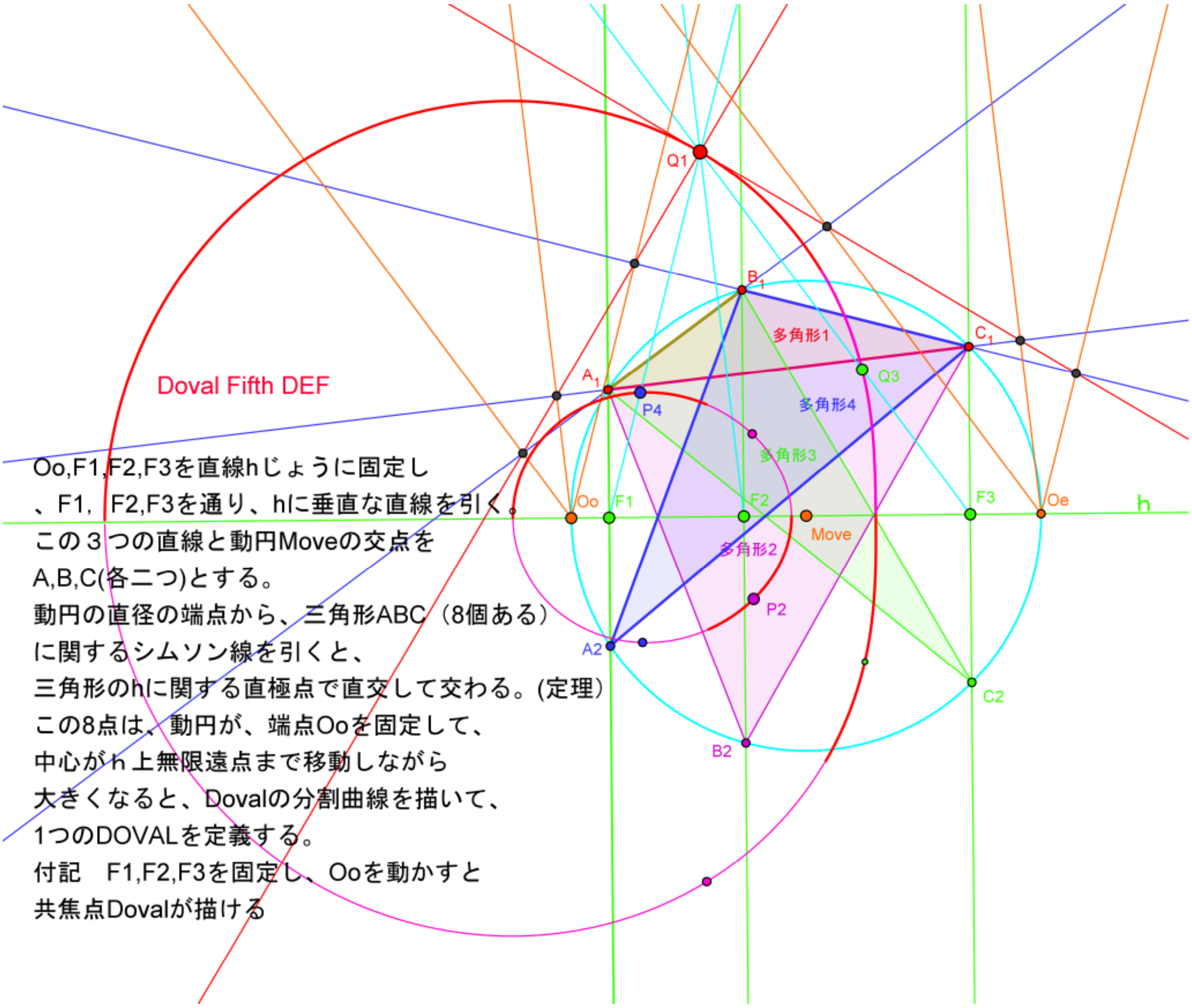
Doval (Inner Outer Parts 2) Defined by 2 Auxiliary circle(green)s

蛭子井博孝 岩国市元町4丁目12-10 - 縮尺（cm単位）: 1:1



DOVAL　第五定義

蛭子井博孝　740-0012　岩国市元町4丁目12-10　0827-22-3305 - 縮尺（cm単位）: 1:1



Oo,F1,F2,F3を直線hじょうに固定し
、F1，F2,F3を通り、hに垂直な直線を引く。
この３つの直線と動円Moveの交点を
A,B,C(各二つ)とする。
動円の直径の端点から、三角形ABC（8個ある）
に関するシムソン線を引くと、
三角形のhに関する直極点で直交して交わる。(定理)
この8点は、動円が、端点Ooを固定して、
中心がｈ上無限遠点まで移動しながら
大きくなると、Dovalの分割曲線を描いて、
1つのDOVALを定義する。
付記　F1,F2,F3を固定し、Ooを動かすと
共焦点Dovalが描ける

第２章　卵形線の定義

第３節　卵形線の定義

卵形線の定義は、卵形線上の一点を求めその軌跡として卵形線が求まる。そのため、卵形線の定義の図は、卵形線上の一点を求める図と行ってよいであろう。
だから、定義の図には、基本的には、卵形線は見えない。定義の作図法で厳密な点を何点か求め、それを近似曲線で結ぶということになる。

第１項２．３　基本4題作図定理

【作図定理１】．任意の１つの円S１を準円とし，他に１つの焦点S２（S１≠S２）と定比が与えられたとき，この卵形線を描くこと。

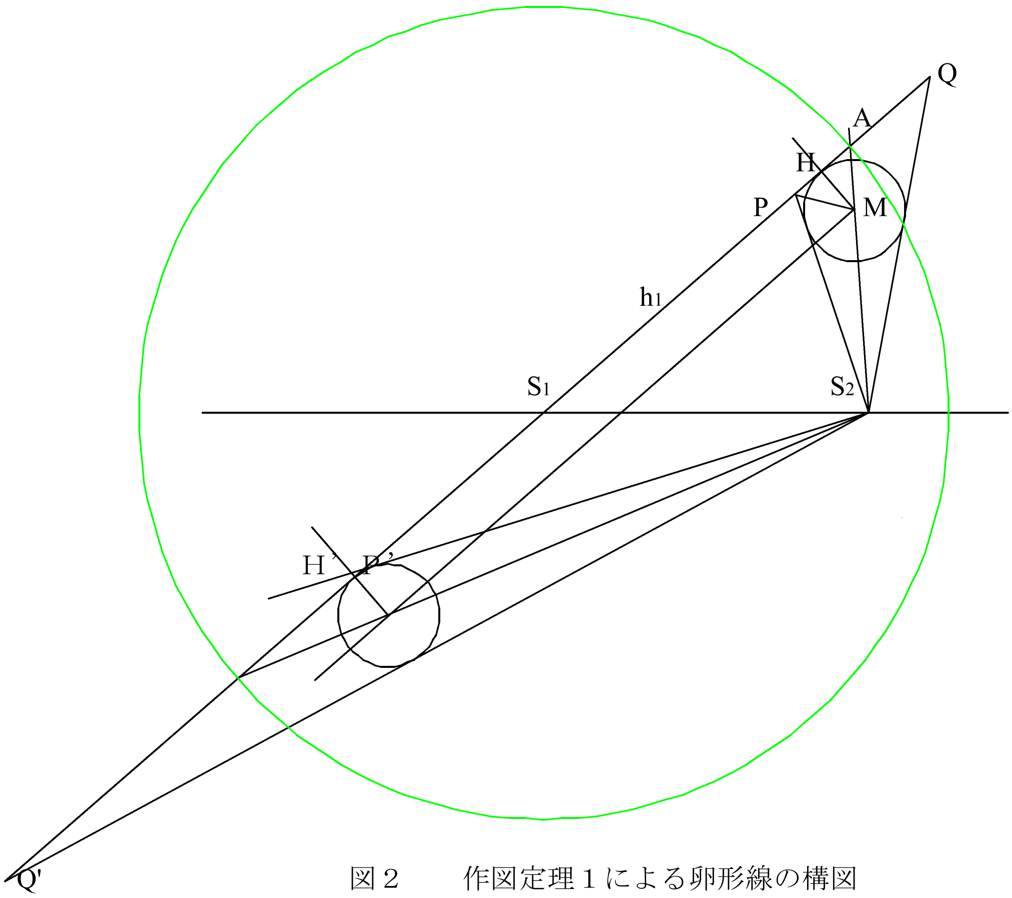


図２　　作図定理１による卵形線の構図

図２において，円Ｓ$_1$と１点Ｓ$_2$が与えられている。今，中心Ｓ$_1$を通る任意な直線ｈ$_1$と円Ｓ$_1$との交点をＡとする。ＡとＳ$_2$を結ぶ直線上にＳ$_2$Ｍ：MA＝ｍ：ｎとなるようにＭをとる。次に，Ｍから直線ｈ$_1$を下し，その足をＨとする。Ｍを中心とし，MHを半径とする円を描き，Ｓ$_2$を通り，その円に接する直線ｈ$_1$との交点をP、Ｑとする。すると、$PA:PS_2=MA:MS_2$になる。(∵∠APM=∠MPS$_2$)。Ｓ$_1$を中心にｈ$_1$を１回転させるとき, P, Q は，卵形線を描く。ここで，P，Q は同じ性質をもつが，P は内分枝を，Q は外分枝を満たすものを表わす。以下の図においても同様である。
ここで、M は、S_1S_2 をｎ：ｍに内分する点を中心に持ち、半径 $S_1A(m/(m+n))$ を持つ円周上にあり、S_1A に平行な半径の端点である。

第２章　卵形線の定義

【作図定理２】．任意の２つの円を準円として与えられたとき，この卵形線を描くこと。

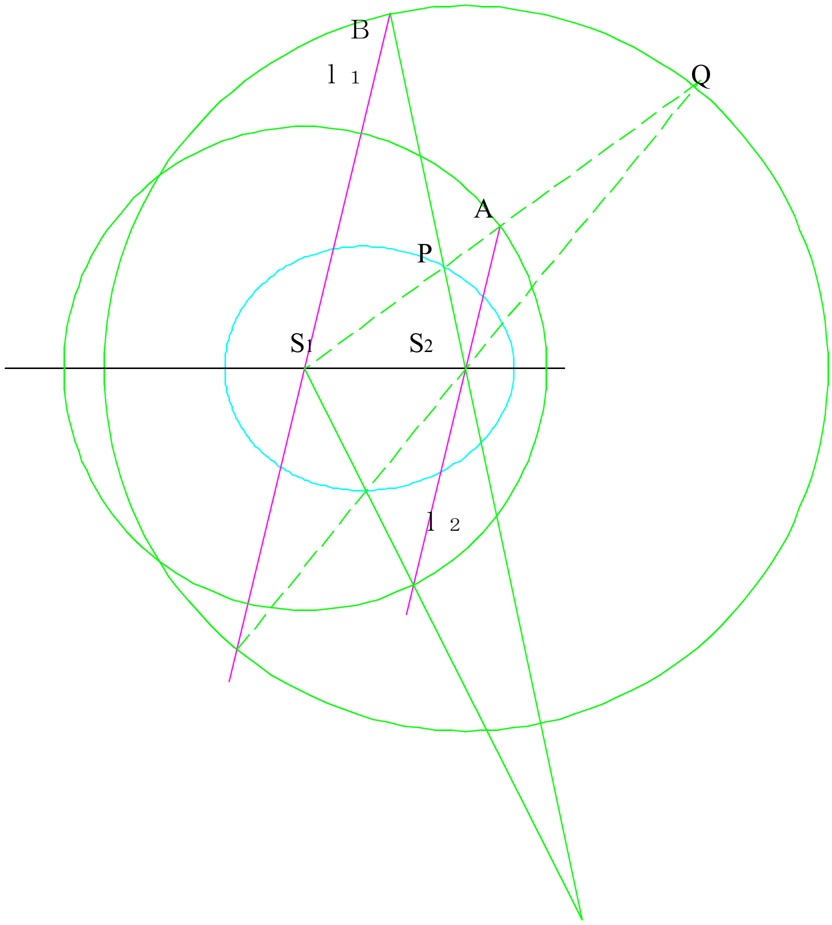


図３　作図定理２による卵形線の構図

図３において，円 S_1 と円 S_2 が与えられている。まず，S_1，S_2 を通り，互いに平行な直線 l_1，l_2 を引く．l_1 が円 S_2 と交わる点 B，l_2 が円 S_1 と交わる点を A とする。

このとき，直線 S_1A と S_2B の交点 P，Q は，A あるいは B が，円 S_2 上　あるいは円 S_1 上をそれぞれ動くとき，卵形線を描く。

第２章　卵形線の定義

【作図定理３】．任意の１つの円Oを補助円とし，他に２つの焦点S_1，S_2（$S_1 \neq S_2$）がOと共線であるように与えられたとき，この卵形線を描くこと。

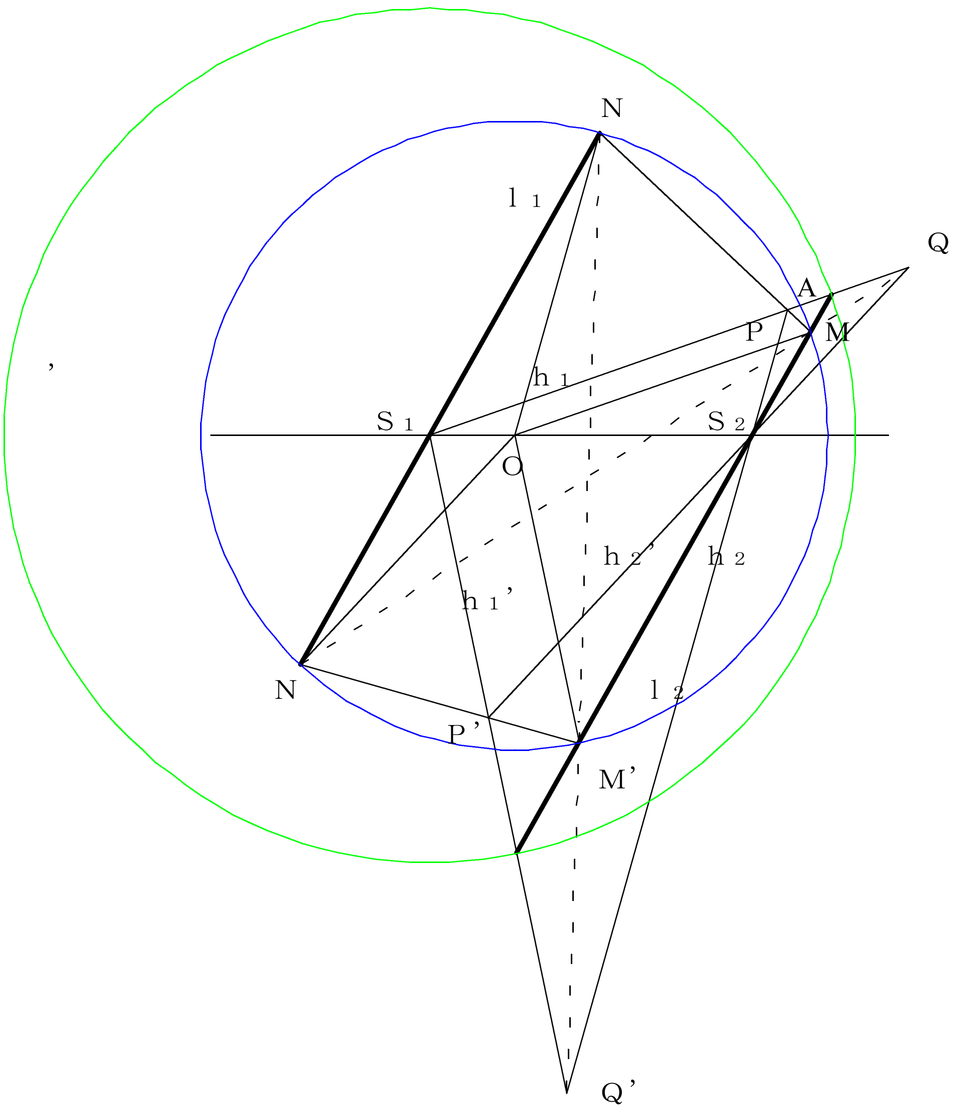


図４　作図定理３による卵形線の構図

図４において，円 O と、その中心線上に任意に二点 S_1，S_2が与えられている。　まず，S_1、S_2を通り，互いに平行な直線を l_1，l_2とする。l_1，l_2が円 O と交わる点をそれぞれ N，M とする。次に、ON に平行に S_2を通る直線 h_2を引く。同様に OM に平行に S_1を通る直線 h_1を引く。すると，h_1，h_2の交点 P，h_1 h_2' の交点 Q は，N あるいは M が円 O 上を動くとき，卵形線を描く。ここで，N，P，M あるいは N'，Q，M が共線であることは，パップスの定理より明らか。

第２章　卵形線の定義

【作図定理４】．任意の２つの円O_1，円O_2が補助円として与えられたとき，この卵形線を描くこと。

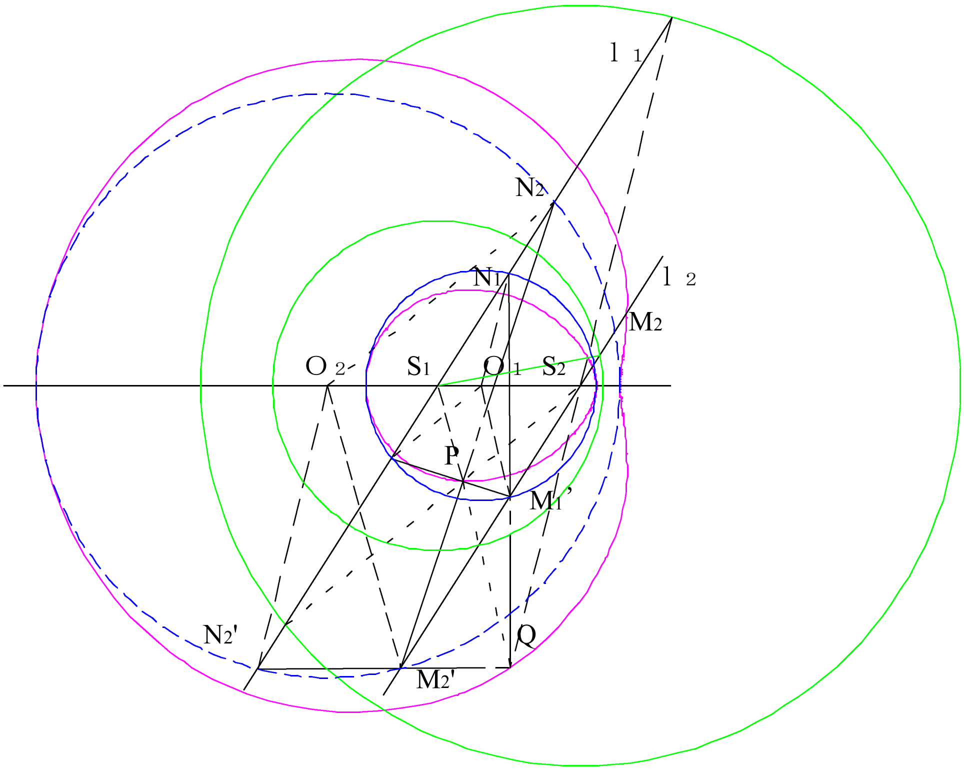


図５　作図定理４による卵形線の構図

図５において，円Ｏ$_1$，円Ｏ$_2$（Ｏ$_1$≠Ｏ$_2$）が与えられている。２つの円の相似中心Ｓ$_1$，Ｓ$_2$を求め，Ｓ$_1$，Ｓ$_2$を通り，互いに平行な直線ｌ$_1$，ｌ$_2$を引く。Ｉ$_1$と円Ｏ$_1$，Ｏ$_2$が交わる点をそれぞれＮ$_1$，Ｎ１’，Ｎ$_2$，Ｎ$_2$’とし，同様にＭ$_1$，Ｍ１’，Ｍ$_2$，Ｍ$_2$’をとる。次に直線Ｎ$_1$’Ｍ$_1$’と直線Ｎ$_2$Ｍ$_2$’が垂直に交わる点をＰ、

同様に直線Ｎ$_1$Ｍ$_1$’とＮ$_2$’Ｍ$_2$’が垂直に交わる点をＱとする。

すると，Ｐ，Ｑは，Ｎ$_1$あるいはＭ$_1$が円Ｏ$_1$上を動くとき，卵形線を描く。

同様の作図で、直交する点は、もう一対Ｐ’，Ｑ’がある。

６． Relation of Extended Curves Chocoid and Tajicoid

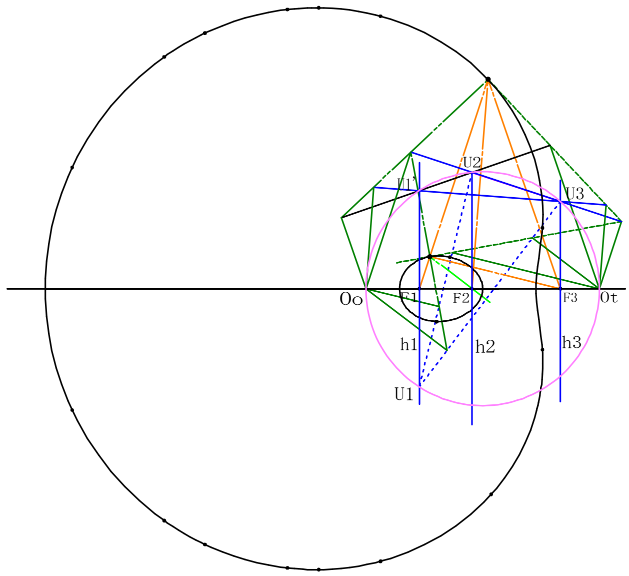


Fig.10.

In this fugure. Orthopole and Simson cross-point are on same position.

(1) Extension of Doval using extended Simson theorem-Composition。

Tajicoid is defined using This figures.

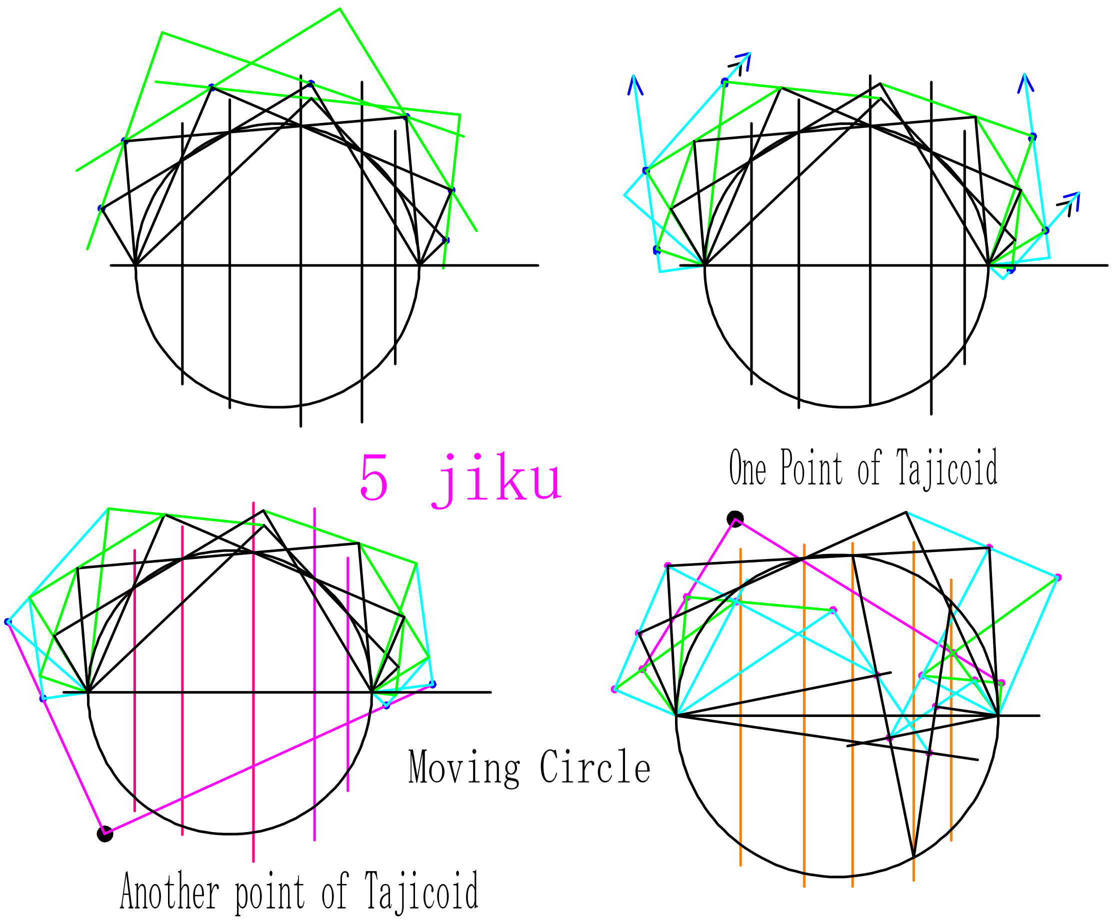
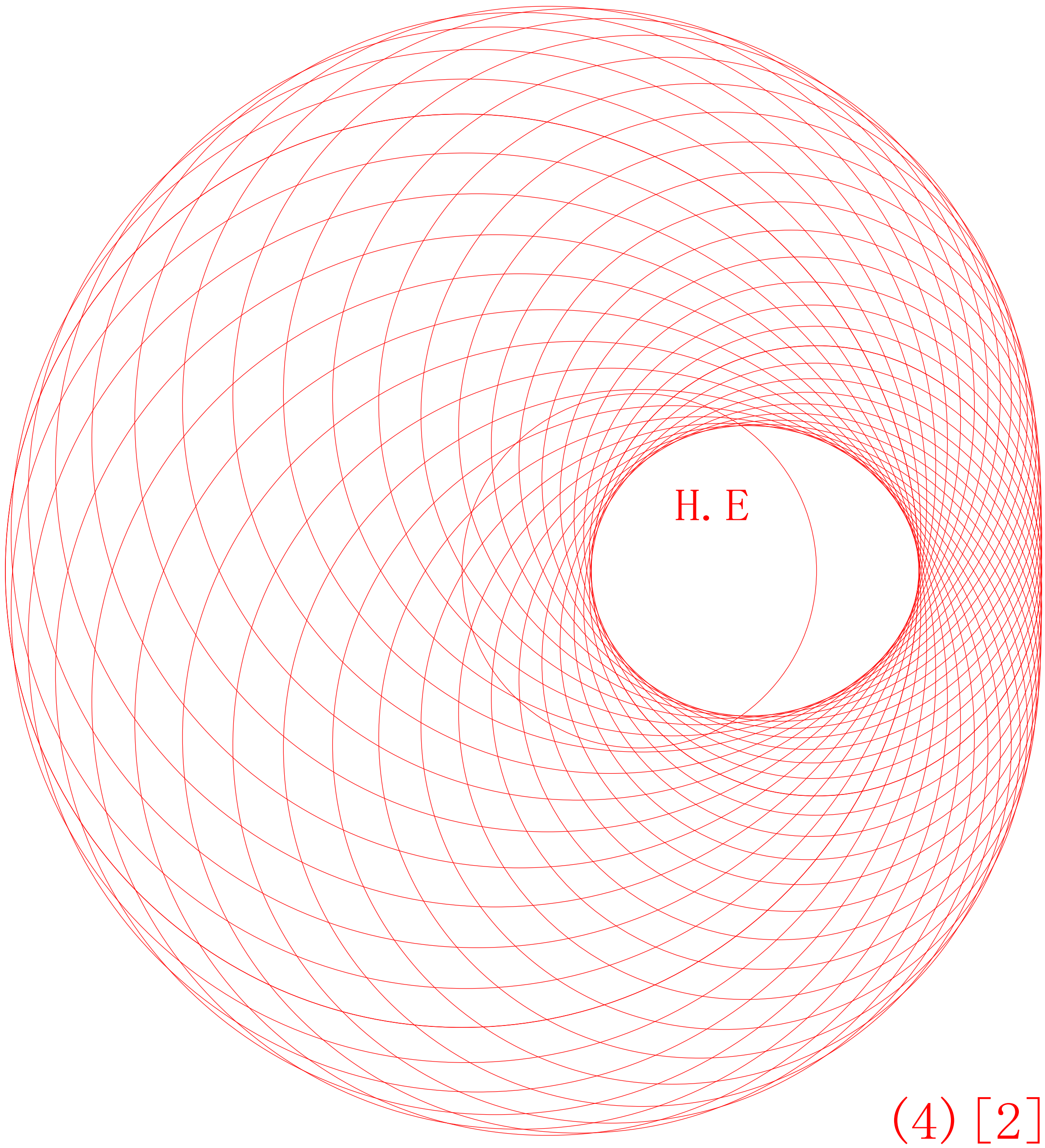


Fig.11.　Def. Figure of Tajicoid　　　　　ｂｙ　H.E

Do－００１

Doval包絡円群



(4)[2]-2-bc

デカルトの卵形線の2焦点を見込む角について*

蛭子井 博 孝**

デカルトの卵形線には，焦点が３つあり，その第１第２焦点は，いわゆる卵形の内側（卵形線の内分枝の内側）にあり，第３焦点は，卵形線の外分枝の外側にある。それらの２焦点を卵形線上の点から見込む角について，次のような性質を見つけ，証明したので報告する。

［定理１］　第３焦点を通る直線と卵形線との交点が内分枝上に２点あるとき，その各点から，第１，第２焦点を見込む角は，相等しい。

［定理１′］　第３焦点を通る直線と外分枝との交点についても同様である。図１参照

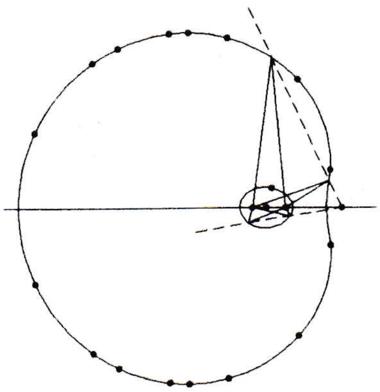


図１　２焦点を見込む角

１．準備

［卵形線の定義］　図２におけるように，定円①（中心＝F_1，半径＝F_1A）と，第２焦点からの距離の比（$PA : PF_2 = n : m$, $QA = QF_2 = n : m$, $m > n > 0$）が一定な点 P, Q は動点 A が定円上を動くとき，それぞれ，卵形線の内分枝，外分枝を描く。

この定義より，$F_1P + (n/m)F_2P = F_1A$ で $c = F_1F_2$ として，$F_1A = (k/m)F_1F_2$ となるように k をとれば，$F_1P = r_1$, $F_2P = r_2$ より

$$mr_1 \pm nr_2 = kc \quad \cdots\cdots (1)$$

と，双極座標の定義式を得る。－は外分枝。

さて，卵形線に関して，次の２題が，文献[1]に述べてあり，その証明も見られるが，記号の用い方の相異等があるので，ここで，証明も述べることにする。

［補題１］　$F_1P \cdot F_1Q$ は，一定である。

［補題２］　$\triangle F_2PQ$ の外接円と直線 F_1F_2 との交点は，卵形線の第３焦点である。

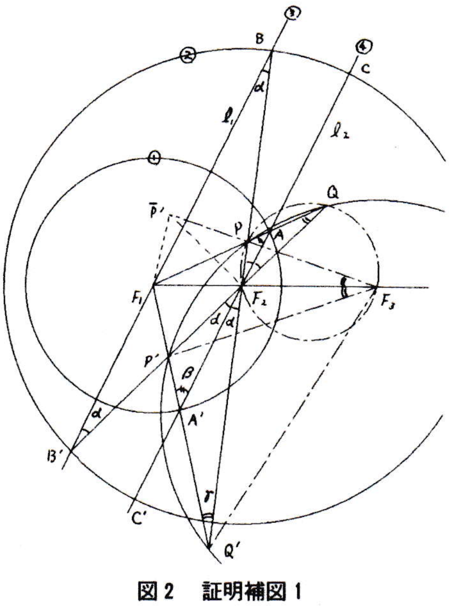


図２　証明補図１

* 平成８年９月20日受付
** 岩国市元町４丁目12－10

［補題１の証明］

図２の$\triangle F_1F_2P$において，余弦定理より

$$r_2^2 = r_1^2 + c^2 - 2r_1c\cdot\cos\theta \quad \cdots\cdots(2)$$

(1)，(2)式より，r_2を消去すれば

$$(m^2 - n^2)r_1^2 - 2(km - n^2\cos\theta)cr_1 + (k^2 - n^2)c^2 = 0$$

このr_1についての２次方程式の解と係数の関係より，上式の２つの解の積は，一定で，次のようになる。

$$r_1\cdot r_1' = (k^2 - n^2)c^2 / (m^2 - n^2) \quad \cdots\cdots(3)$$

ここで，$r_1 = F_1P$，$r_1' = F_1Q$であるから

$F_1P\cdot F_1Q$は一定　　（証明終り）

［補題２の証明］

$\triangle F_1F_2Q$，$\triangle F_1PF_3$は，円周角の定理より，$\angle F_1QF_2 = \angle F_1F_3P$だから，相似である。

$$\therefore\ F_3P / F_1F_3 = F_2Q / F_1Q$$

(1)より $mF_1Q - nF_2Q = kc$

(3)より $F_1P\cdot\dfrac{m^2 - n^2}{(k^2 - n^2)c^2} = \dfrac{1}{F_1Q}$

$$\therefore\ \frac{F_3P}{F_1F_3} = \frac{nF_2Q}{nF_1Q} = \frac{mF_1Q - kc}{nF_1Q} = \frac{m}{n} - \frac{kc}{nF_1Q}$$

$$\therefore\ \frac{F_3P}{F_1F_3} = \frac{m}{n} - \frac{k(m^2 - n^2)}{cn(k^2 - n^2)}\cdot F_1P$$

(3)と方べきの定理および$F_1F_2 = c$より

$$F_1F_2\cdot F_1F_3 = c\cdot\frac{(k^2 - n^2)c}{(m^2 - n^2)}$$

$$\therefore\ \frac{(m^2 - n^2)F_3P}{(k^2 - n^2)c} + \frac{k(m^2 - n^2)F_1P}{cn(k^2 - n^2)} = \frac{m}{n}$$

$$\therefore\ nr_3 + kr_1 = mF_1F_3$$

これは，F_1，F_3からPまでの距離r_1，r_3の一次式が，その極間距離F_1F_3の定数倍に等しいことから，(1)式と同様のものである。ゆえに，F_3を焦点といえ，第３焦点と名付けられる。

外分枝上の点Qについて，$\triangle F_1F_3Q \backsim \triangle F_1PF_2$より同様にして$-nF_3Q + kF_1Q = mF_1F_3$

つまり，$-nr_3 + kr_1 = m(k^2 - n^2)c / (m^2 - n^2)$が言える。

このように，デカルトの卵形線は，第１，第２，第３焦点があり，そのうち，２つの点を双極として，定義できるのである。

２．定理の証明

次に，卵形線の定義の方法として，定円①F_1Aの半径のm/n倍の半径をもち，中心F_2をもつ定円②を考える。すると，点Pは，定円（中心＝F_2，半径＝F_2B）と，定点F_1からの距離の比が一定（m/n）の点である卵形線を考えることができる。

つまり，$F_1P : PB = F_1Q' : Q'B = n : m$である。さて，図２の作図順序を少し変えて考える。

まず円F_1，円F_2(半径比n：m)を描く，次に点F_1を通る直線l_1，点F_2を通る直線l_1に平行な直線l_2を引く。直線l_1と円F_2との交点をB, B′直線l_2と円F_1との交点をA, A′とする。そして，直線F_1AとF_2B，F_1AとF_2B'，F_1A'とF_2B'，F_1A'とF_2Bの４交点P, Q, P′, Q′を考える。

直線l_1，l_2が一回転するとき，点P, P′は，卵形線の内分枝（$mr_1 + nr_2 = kc$），点Q，点Q′は，卵形線の外分枝（$mr_1 - nr_2 = kc$）上を動く。

［補題３］　点P, P′から焦点F_1，F_2を見込む角$\angle F_1PF_2$は$\angle F_1P'F_2$に等しい。同様に$\angle F_1QF_2 = \angle F_1Q'F_2$

［補題４］　$\angle PF_3F_1 = \angle P'F_3F_2$

［補題３，４の証明］

図のように，$\angle\alpha$，$\angle\beta$，$\angle\gamma$をとる。

$\angle\alpha - \angle\beta = \angle\gamma = \angle F_1Q'F_2 = \angle F_1QF_2 \quad \cdots(4)$

$\therefore\ \angle PQP' = \angle PQ'P'$

$\therefore$ 四角形QPP′Q′は同一円周上　……(5)

$\therefore\ \angle QP'Q' = \angle QPQ'$

$\therefore\ \angle F_1PF_2 = \angle F_1P'F_2$（補題３）

ところで，F_3は，補題２より四角形PQF_2F_3が同一円周上にあるような点である。

$\therefore$ 方べきの定理より$F_1P\cdot F_1Q = F_1F_2\cdot F_1F_3$

また，(5)より，$F_1P\cdot F_1Q = F_1P'\cdot F_1Q'$

$\therefore\ F_1P'\cdot F_1Q' = F_1F_2\cdot F_1F_3$

$\therefore$ 四角形$P'Q'F_3F_2$は，同一円周上にある。

$\therefore\ \angle P'Q'F_2 = \angle P'F_3F_2$（補題４）　……(6)

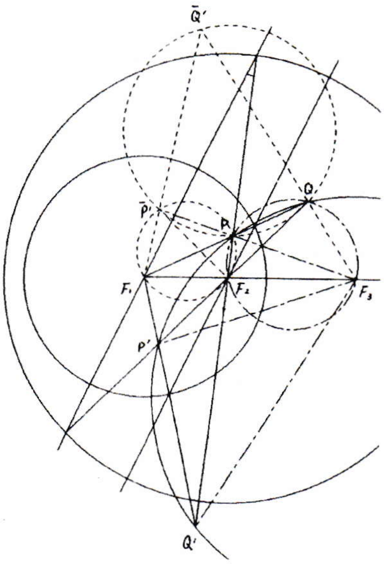


図３　証明補図２

四角形 PQF_3F_2 においても同様に

$\angle PQF_2 = \angle PF_3F_2$ ……………………………………(7)

(4), (6), (7)より $\angle PF_3F_2 = \angle P'F_3F_2$

つまり，$\angle PF_3F_1 = \angle P'F_3F_1$ ……………………………(8)

［系１］　ここで，P′ の直線 F_1F_2 に関する対称点を $\bar{P}'$ とする。すると，(8)より，F_3, P, $\bar{P}'$ は，同一直線上にある。図２，図３参照

ゆえに，逆にたどれば，定理１が成立する。

［系２］　直線 $F_1\bar{P}'$ と F_3Q の交点を $\bar{Q}'$ とすると四角形 $PQ\bar{Q}'\bar{P}'$ は，同一円周上にある。

［証明］

四角形 $F_1F_2P\bar{P}'$ は，定理１より同一円周上にある。

$\therefore\ \angle\bar{Q}'\bar{P}'P = \angle PF_2F_1$

四角形 PQF_2F_3 は，同一円周上にある。

$\therefore\ \angle Q'QP = \angle PF_2F_3$

$\therefore\ \angle\bar{Q}'\bar{P}'P + \angle\bar{Q}'QP = \angle PF_2F_1 + \angle PF_2F_3 = 180°$

$\therefore$　四角形 $PQ\bar{Q}'\bar{P}'$ は，同一円周上にある。

［系３］　簡単な考察から，$\angle QF_3F_2 = \angle Q'F_3F_2$ より，$\bar{Q}'$ は，点 Q′ の直線 F_1F_3 に関する対称点である。この系および(4)より

［定理１′］の F_3 を通る直線 ($F_3Q\bar{Q}'$) が卵形線の外分枝と交わる点 Q, $\bar{Q}'$ より，第１，第２焦点 F_1, F_2 を見込む角は，相等しいことが言える。

［補題２］の四角形 PF_2F_3Q が円に内接し，F_1, P, Q が同一直線上にあることから，直接，次の定理が成立する。

［定理２］

第１焦点 F_1 を通る直線と卵形線の内分枝，外分枝との交点を P, Q とすると，点 P, Q から第２，第３焦点 F_2, F_3 を見込む角は，相等しい。

同様に，四角形 $PF_1Q'F_3$ が，円に内接し，P, F_2, Q′ が同一直線上にあることから，次の定理が成立する。

［定理３］

第２焦点 F_2 を通る直線と，直線 F_1F_2 の両側にある内分枝，外分枝との交点を P, Q′ とすると，点 P, Q′ から，第１，第３焦点を見込む角は，互いに補角である。

以上，定理 1, 2, 3 より，第３焦点が，無限遠点になったとき，$\bar{P}'PF_3$ は，対称軸に平行な直線となり，楕円の場合と一致する。すなわち，デカルトの卵形線の第３焦点は，卵形線の特殊な場合の楕円の無限遠点が，有限の位置になっていると言える。

また，定理１における見込み角が，最大値をとるのは，第３焦点を通る直線が，それぞれ内分枝，外分枝に接するときである。

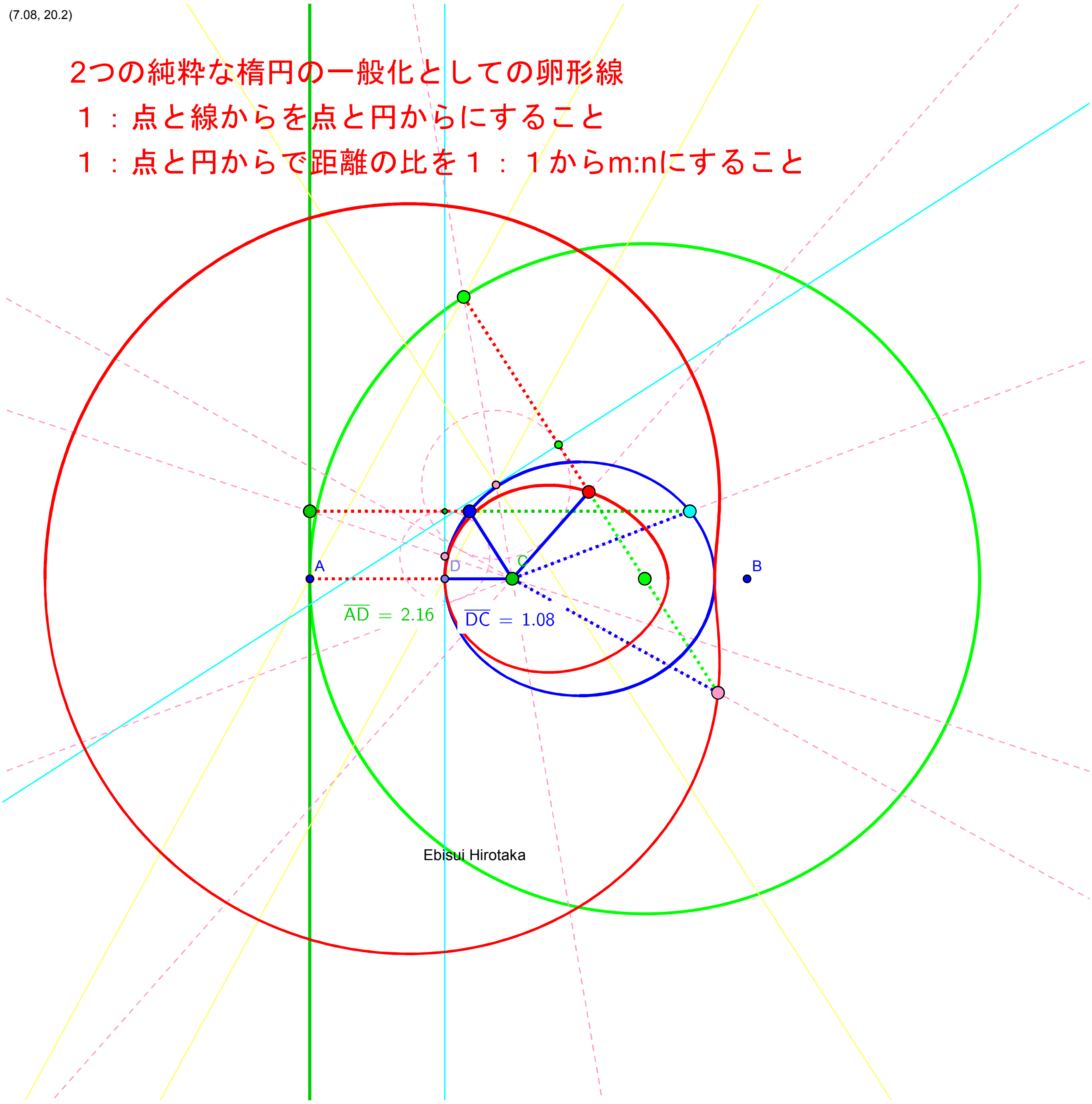
このように，デカルトの卵形線について，２焦点を見込む角に関する初等的新たな性質が見つかったことになる。

参考文献

1）ロックウッド；“カーブ”；みすず書房，1964年.

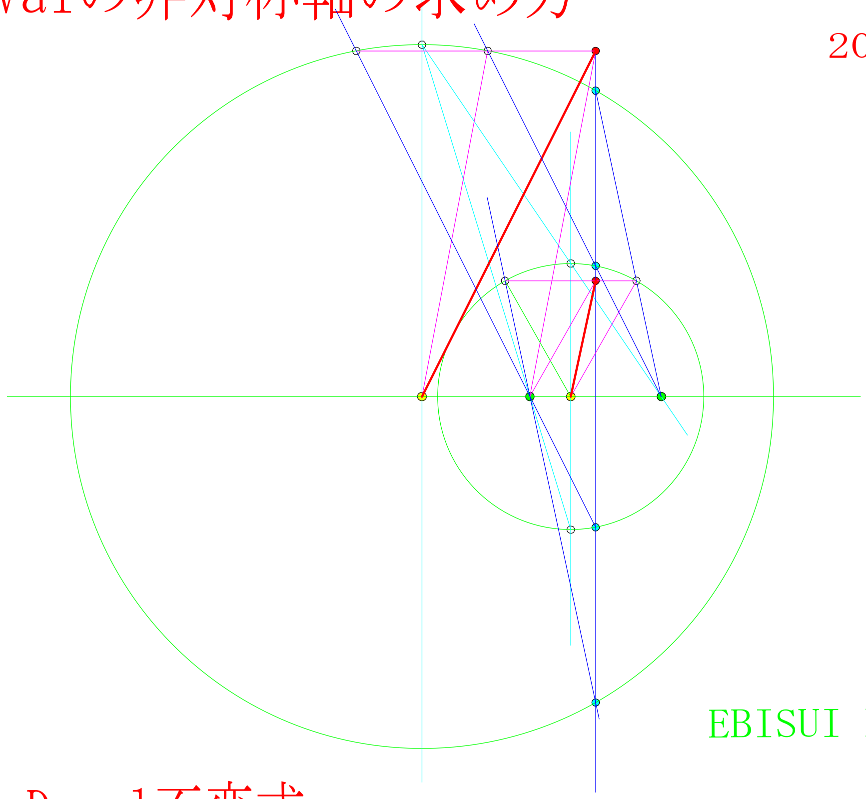
点と線から（点と円から）１：２(m:n)のとき楕円と（卵形線）（日本数学

蛭子井博孝



Dovalの非対称軸の求め方

2008-7-20

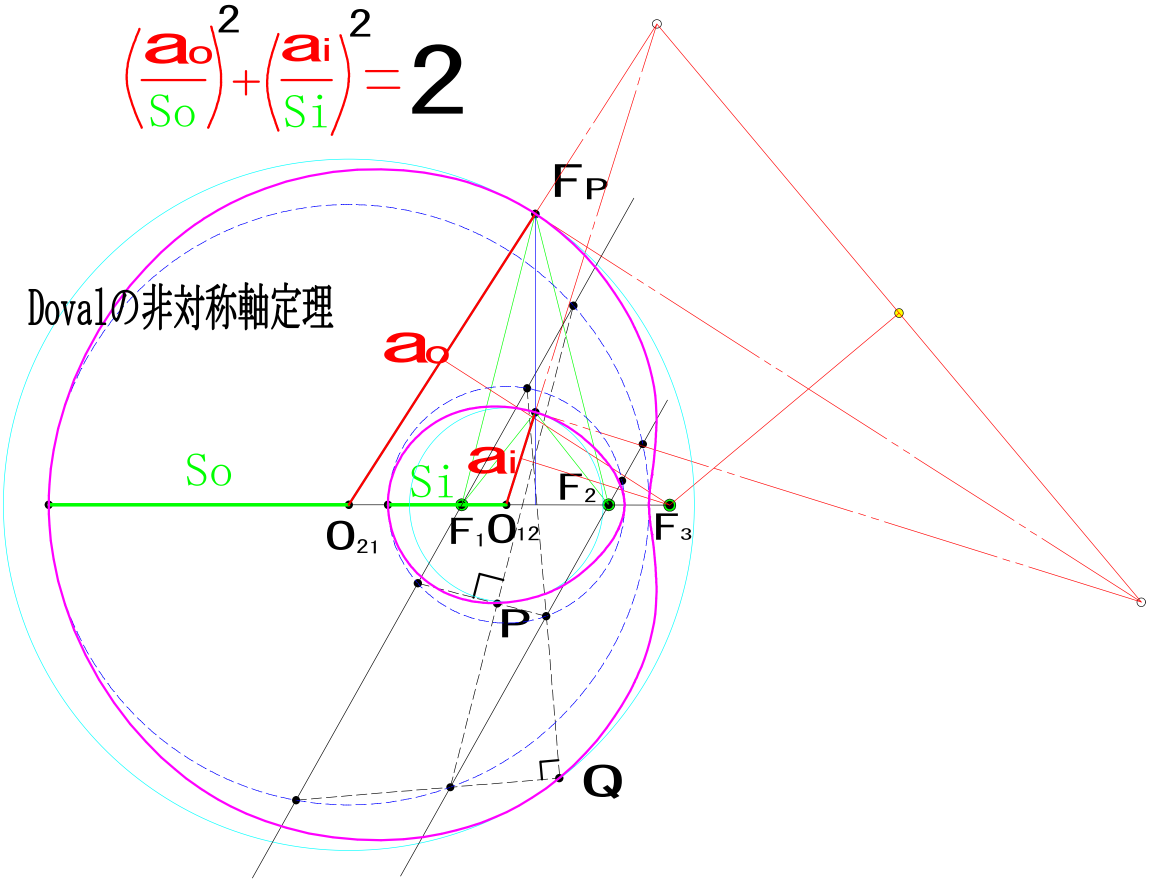


EBISUI Hirotaka

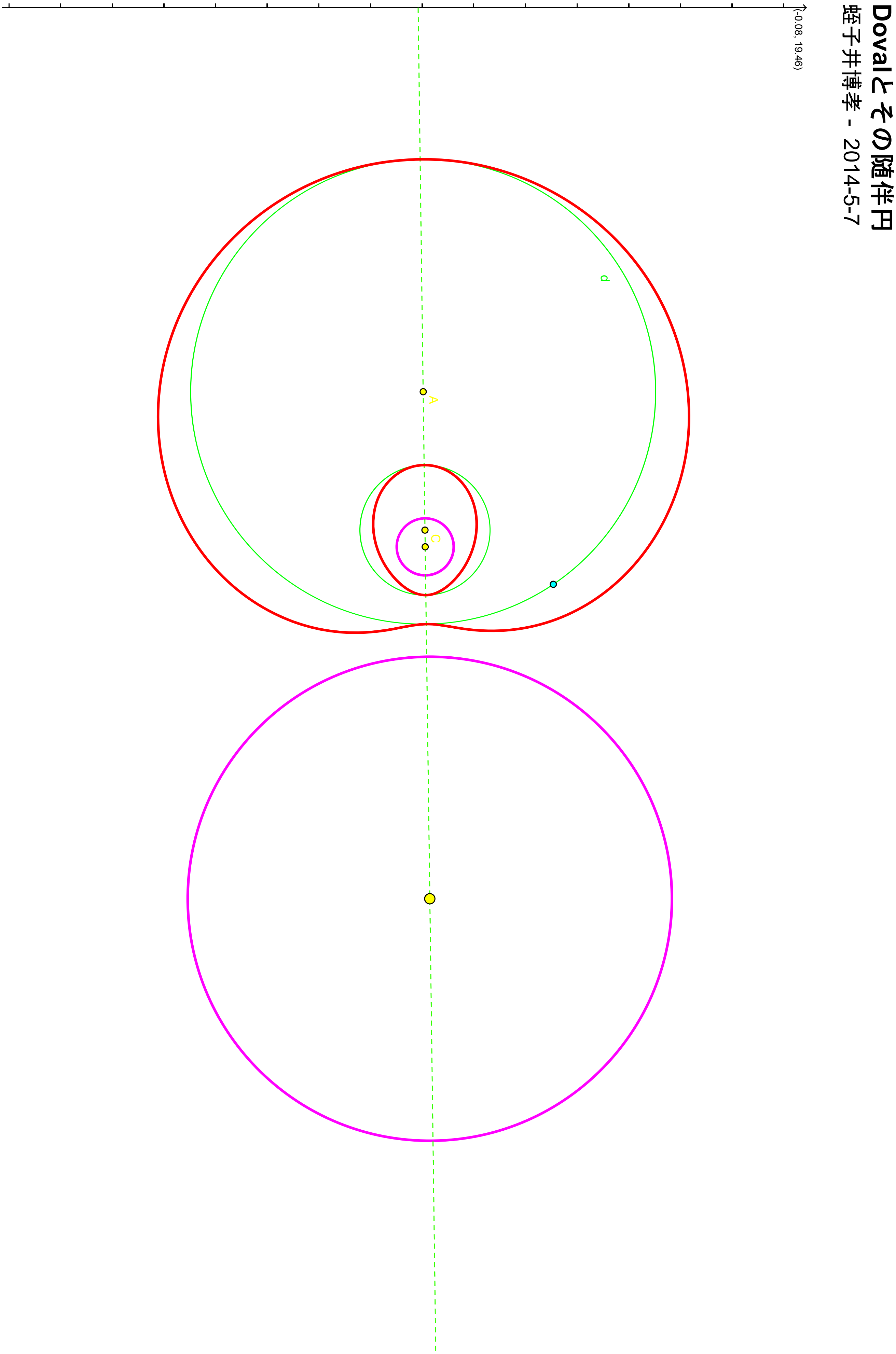
Doval不変式

$$\left(\frac{a_o}{S_o}\right)^2+\left(\frac{a_i}{S_i}\right)^2=2$$

Dovalの非対称軸定理



2つの非対称軸の延長線の交点と2つの軸端点の接線の交点の垂直2等分線は、第三焦点を通る


Dovalとその随伴円
蛭子井博孝 - 2014-5-7
(-0.08, 19.46)
p
A
C

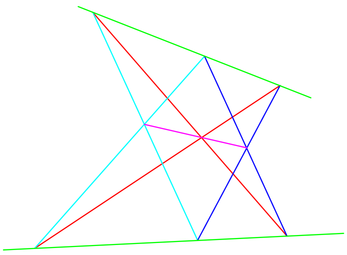
Doval(デカルトの卵形線)について　http://doval.h-ebisui.com/

1）蛭子井博孝；”デカルトの卵形線の二・三の性質”；日本図学会誌､図学研究､１２号、1973 年
2）蛭子井博孝；”デカルトの卵形線の曲率円”；図学研究､19 号､1976 年 9 月
3）蛭子井博孝（蛙の子）；”ある共線定理”数学セミナー、ノート、1981 年 11 月号
4）蛭子井博孝；”デカルトの卵形線の性質に関する考察（計算機援用作画による比較検討)”；図学研究､37 号､1985 年 9 月
5）蛭子井博孝；”デカルトの卵形線の性質に関する考察-その幾何学的構図-”図学研究､49 号､1990 年 3 月
6）Hirotaka　EBISUI；”Minor Axis of the Oval of Descartes and Ovaloid”；Proceedings　of 6th ICECGDG Tokyo Japan Aug.1994
7）蛭子井博孝；”デカルトの卵形線の短軸および卵形面”；図学研究､68 号､1995 年 3 月
8）蛭子井博孝；”様々な卵形線の図式化”；日本図学会 九州支部会､講演論文集､1995 年 8 月
9）蛭子井博孝；”デカルトの卵形線の短軸に関する一定理”；図学研究､70 号､1995 年 12 月
10）蛭子井博孝；”デカルトの卵形線の非対称軸（長軸、短軸）について”；1996 年大会学術講演論文集、日本図学会
11）蛭子井博孝；”デカルトの卵形線の２焦点を見込む角について”；図学研究、７４号、199612 月
12）蛭子井博孝；"ＢａｓｉｃとCADによる卵形線の幾何学”；1997 年大会学術講演論文集、日本図学会
13）Hirotaka　EBISUI；”AN EXTENSION TO FOURTH ORDER SURFACES BY THE OVAL WITH 3 INVERSION POINTS”；　Proceedings of 8th ICECGDG Austin Texas USA Aug. 1998
14)蛭子井博孝；”無限連鎖定理に関する考察”；1999 年大会学術講演論文集、５月、日本図学会
15）蛭子井博孝；”支持関数による卵形及びその他の形態の媒介変数表示とその CG”；形の科学４５回シンポジウム；形の科学会、１９９９年６月
16)蛭子井博孝；”デカルトの卵形線の離心率による形状（凹凸）について”；1999 年研究発表講演論文集、７月、日本図学会九州支部
17)蛭子井博孝；”支持関数による卵形及びその他の形態の媒介変数表示とその CG”；形の科学、１４，２号　1999
18)Hirotaka　EBISUI；”Some　Expressions of Ovaloid and Form Defined by Supporting Function”FORMA ,１５、１号，pp.61-66　2000
19)蛭子井博孝；”無限連鎖定理に関する考察”；図学研究　87 号，　2000 年　３月
20)蛭子井博孝；”デカルトの卵形線の拡張としての多極多重曲線”；2000 年大会学術講演論文集、５月、日本図学会
21)蛭子井博孝；”デカルトの卵形線の内外分枝の非対称軸について”；図学研究 88 号，　2000 年６月
22）Hirotaka　EBISUI；”ON　ASYMMETRY　AXES　AND　AN　INVARIANT　OF　THE　OVAL　OF DESCARTES”；　Proceedings of 9th ICGG Johannesburg, South AFRICA　July. 2000
23) 蛭子井博孝；”ある凹１８面体等４単体による３次元空間分割充填の試み”；形の科学会 15,3,2000
24)蛭子井博孝；”直極点による卵形線の拡張としての多極多重曲線”；図学研究、91 号,2001 年,3 月
25）蛭子井博孝；”卵形線の構図を膨らませた反転４次曲面”；日本図学会、投稿中
26）蛭子井博孝；"卵形線とコンフィギュラチオン”；2002 年大会学術講演論文集、５月、日本図学会、中部大
27）Hirotaka　EBISUI；”TWO KINDS(Chocoid,Tajicoid）OF　CURVES EXTENDED　FROM　THE OVAL”；　Proceedings of 10th ICGG KYIV,UKRAINE July. 2002
28)蛭子井博孝；”共焦点な卵形線群”形の科学会 18,1,2003
29)蛭子井博孝；”楕円を拡張した共２焦点共３焦点な卵形線群”；2003 年研究発表講演論文集、８月、日本図学会九州支部会
30)蛭子井博孝；”線分膨らみ曲面（卵形面、巻き貝等))”；形の科学会　18,2,2003、福井大学
31)HirotakaEbisui”Maple and Oval"；8th　ATCM03、12 月　Chung　Hua,Taiwan
32)Hirotaka.Ebisui；”About the Oval(Doval)";11thICGG,1-4　August,2004、Guangzhou,China
33)　蛭子井博孝；”デカルトの卵形線を Doval と呼ぶことにして”；日本図学会７８回関西支部会 2-12　大阪電気通信大学、２００５年
34)　蛭子井博孝；”Doval　の随伴円について１”；応用数理学会；2005，９月、東北大学
35)　蛭子井博孝；”Doval　の随伴円について２”；日本図学会本部例会 2005，12 月、摂南大学
36)　Hirotaka Ebisui；”Concomitant circles of Doval"；ATCM05,12 月、KNUE、Korea
37)　蛭子井博孝；”Doval（デカルトの卵形線の内外分枝）のある一般化”；2008 年度大会学術論文集、5 月、日本図学会
38）蛭子井博孝；”About Descartes Oval as the pure Extension of Ellipse";日本数学会；2014 年度年会、幾何学分科会、学習院大　３月
39)蛭子井博孝；”Doval(代数 4 次曲線)の接線の作図定理と 2，3 の構図";日本数学会;2015 年度大会幾何学分科会；明治大学　３月

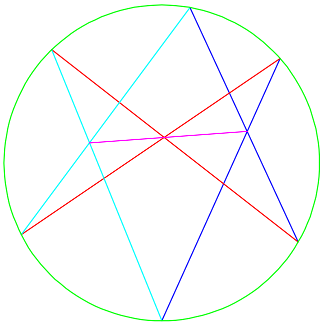
パップス、パスカルに続く第3の共線定理

2015-12-10清書

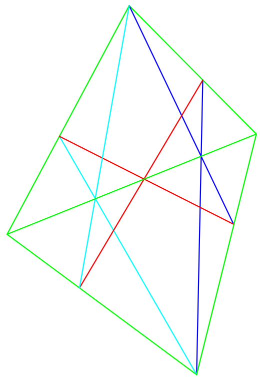
パップス(Papus) の定理



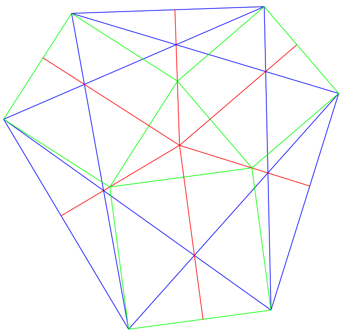
パスカル(Pascal)の定理



エビスイ（蛭子井）の定理



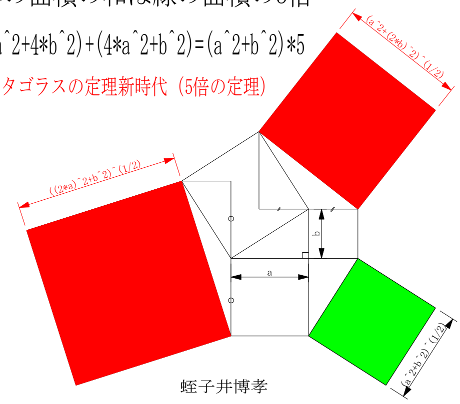
蛭子井博孝の6垂線の定理



赤の面積の和は緑の面積の5倍

(a^2+4*b^2)+(4*a^2+b^2)=(a^2+b^2)*5

ピタゴラスの定理新時代（5倍の定理）



あとがき、

明日 8-7 はバラの定理を見つけて 10 年、この間、多くの定理を、見つけ、証明を省略した。だから、命題でしかないといえないかもしれない。しかし、それらの中に、この幾何数学試論を編ませた理由のものが、多々ある。
すべてを語れないが、一部でも語れる幸せ、を大事にしたい。訪れありがとうございます

2016-7-26 北大にて自写

幾何数学　試論
著作　2016-8-7
編著　蛭子井博孝
連絡先
http://h-ebisui.com/
ebisuihirotaka@io.ocn.ne.jp
090-4800-9285